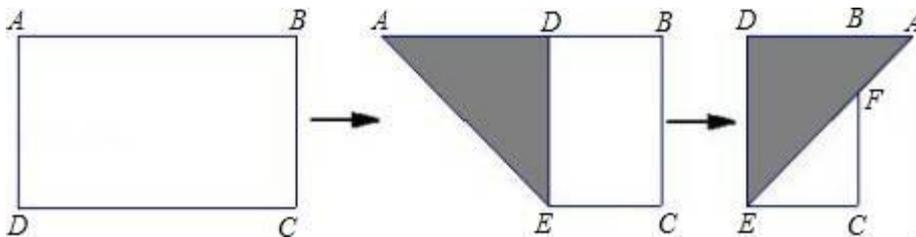


2019-2020 学年江苏省南京市梅山二中八年级（下）

第二次月考数学试卷

一、选择题：（6 小题，每题 3 分，共 18 分）

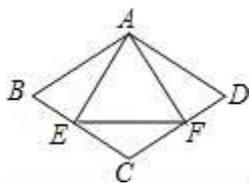
1. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）
 A. $\sqrt{x+1}=0$ B. $\sqrt{x-3}=2-x$ C. $\sqrt{x+1}+1=0$ D. $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}=-1$
2. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在（ ）
 A. 第一、二象限 B. 第三、四象限 C. 第一、三象限 D. 第二、四象限
3. 下列命题中，错误的是（ ）
 A. 矩形的对角线互相平分且相等
 B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
 C. 正方形的对角线互相垂直平分
 D. 等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等
4. 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是（ ）
 A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形
5. 点 P 在正方形 $ABCD$ 内，且 $\triangle PAB$ 是等边三角形，那么 $\angle DCP$ 为（ ）
 A. 15° B. 18° C. 22.5° D. 30°
6. 如图，有一矩形纸片 $ABCD$ ， $AB=10$ ， $AD=6$ ，将纸片折叠，使 AD 边落在 AB 边上，折痕为 AE ，再将 $\triangle AED$ 以 DE 为折痕向右折叠， AE 与 BC 交于点 F ，则 $\triangle CEF$ 的面积为（ ）



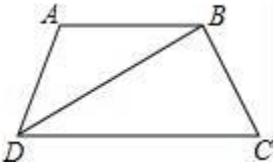
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

二、填空题：（10 小题，每题 3 分，共 30 分）

7. 一次函数 $y=3-2x$ 中， y 随 x 的增大而_____.
8. 一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标取值范围是_____.
9. 如果方程 $\sqrt{x}-a=2$ 无实数解，那么 a 的取值范围是_____.
10. 如图在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B=\angle EAF=60^\circ$ ， $\angle BAE=20^\circ$ ，则 $\angle CEF$ 的大小为_____.



11. 如图，在等腰梯形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $AD=AB$ ， $BD \perp BC$ ，则 $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$.



12. 已知一个梯形的面积为 10cm^2 ，高为 2cm ，则该梯形的中位线的长等于 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

13. 已知菱形的两条对角线长分别是 6cm 和 8cm ，则周长是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

14. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y (升) 与汽车行驶里程数 x (千米) 是一次函数关系. 油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，那么行驶 x (千米) 后油箱中的剩余油量 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ (升).

15. $\square ABCD$ 的周长是 30 ， AC 、 BD 相交于点 O ， $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3 ，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD=3$ ， $BC=7$ ， $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ，点 E 、 F 分别是边 AD 、 BC 的中点，那么 $EF = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、简答题 (4 小题，每小题 12 分，共 24 分)

17. 解方程：

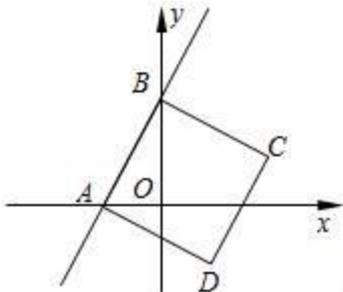
$$(1) \frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$(2) \sqrt{3x-3} + \sqrt{x+3} = 2.$$

18. 如图，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，四边形 ABCD 是正方形.

(1) 求点 A 、 B 、 D 的坐标；

(2) 求直线 BD 的表达式.



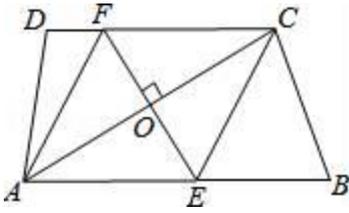
19. 2010 年上海将举办世博会，为此市政府提出：“加快轨道交通建设，让城市更畅通”。去年第三季度某工程队承担了铺设一段 3 千米长的地铁轨道的光荣任务，铺设了 600 米后，该工程队改进技术，每天比原来多铺设 10 米，结果共用了 80 天完成任务。试问：该工程队改进技术后每天铺设轨道多少米？

五、解答题：(4 小题，共 28 分)

20. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ，过对角线 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，分别交边 AB ， CD 于点 E ， F ，连接 CE ， AF .

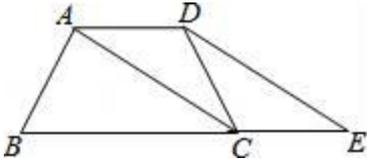
(1) 求证：四边形 AECF 是菱形；

(2) 若 $EF=8$ ， $AE=5$ ，求四边形 AECF 的面积.



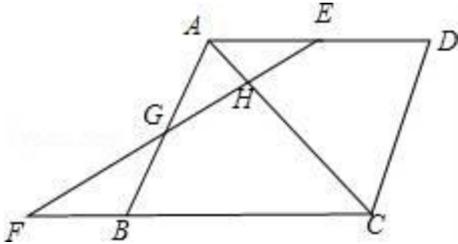
21. 如图：在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，CA 平分 $\angle BCD$ ，延长 BC 至点 E，使 $CE=AD$ ， $\angle B=2\angle E$ 。

- (1) 求证：四边形 ABCD 是等腰梯形；
- (2) 若 $\angle B=60^\circ$ ， $AB=4$ ，求边 BC 的长。



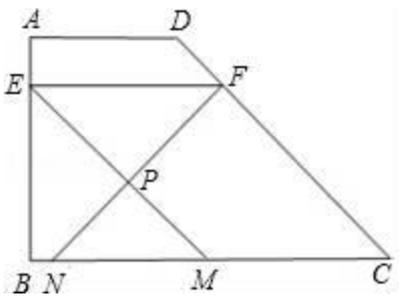
22. 如图，在菱形 ABCD 中，E 为 AD 中点， $EF \perp AC$ 交 CB 的延长线于 F。

求证：AB 与 EF 互相平分。



23. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $AB=8$ ， $BC=14$ ，点 E、F 分别在边 AB、CD 上， $EF \parallel AD$ ，点 P 与 AD 在直线 EF 的两侧， $\angle EPF=90^\circ$ ， $PE=PF$ ，射线 EP、FP 与边 BC 分别相交于点 M、N，设 $AE=x$ ， $MN=y$ 。

- (1) 求边 AD 的长；
- (2) 如图，当点 P 在梯形 ABCD 内部时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 如果 MN 的长为 2，求梯形 Aefd 的面积。



2019-2020 学年江苏省南京市梅山二中八年级（下）

第二次月考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（6 小题，每题 3 分，共 18 分）

1. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）

- A. $\sqrt{x+1}=0$ B. $\sqrt{x-3}=2-x$ C. $\sqrt{x+1}+1=0$ D. $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}=-1$

【考点】无理方程.

【分析】A、根据算术平方根的定义即可确定是否有实数根；

B、根据二次根式有意义确定 x 的取值范围，然后两边平方解方程，最后根判定是否有意义；

C、D、根据二次根式的性质即可确定方程是否有实数根；

【解答】解：A、 $\sqrt{x+1}=0$ 的解为 $x=-1$ ，所以方程有实数根，故本选项正确；

B、 $\because \sqrt{x-3}=2-x$ ， $\therefore x-3>0$ ，即 $x>3$ ，但是此时 $2-x<0$ ，方程不成立，故本选项错误；

C、 $\because \sqrt{x+1}\geq 0$ ， $\therefore \sqrt{x+1}+1=0$ 不成立，故本选项错误；

D、 $\because \sqrt{x+2}$ 和 $\sqrt{2-x}$ 是非负数， \therefore 它们的和是非负数，故本选项错误.

故选 A.

2. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在（ ）

- A. 第一、二象限 B. 第三、四象限 C. 第一、三象限 D. 第二、四象限

【考点】反比例函数的性质；一次函数的性质.

【分析】先根据一次函数的性质求出 kb 的正负情况，再利用反比例函数的性质解答.

【解答】解： \because 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，

$\therefore k<0$ ， $b>0$ ，

$\therefore kb<0$ ，

\therefore 反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在第二、四象限.

故选 D.

3. 下列命题中，错误的是（ ）

- A. 矩形的对角线互相平分且相等
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 正方形的对角线互相垂直平分

D. 等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等

【考点】命题与定理.

【分析】利用矩形的判定及性质、平行四边形的判定及性质分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解：A、矩形的对角线互相平分且相等，故正确；

B、对角线互相垂直平分的四边形是菱形，错误；

C、正方形的对角线互相垂直平分，正确；

D、等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等，正确，

故选 B.

4. 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是 ()

A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

【考点】菱形的判定；三角形中位线定理；等腰梯形的性质.

【分析】由 E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA 的中点，得出 EF、EH 是中位线，再得出四条边相等，根据“四条边都相等的四边形是菱形”进行证明.

【解答】解：∵E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA 的中点，

$$\therefore EF \parallel AC \text{ 且 } EF = \frac{1}{2}AC, \quad EH \parallel BD \text{ 且 } EH = \frac{1}{2}BD,$$

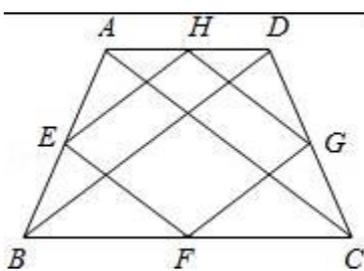
$$\because AC = BD,$$

$$\therefore EF = EH,$$

同理可得 $GF = HG = EF = EH$,

∴ 四边形 EFGH 为菱形，

故选：C.



5. 点 P 在正方形 ABCD 内，且 $\triangle PAB$ 是等边三角形，那么 $\angle DCP$ 为 ()

A. 15° B. 18° C. 22.5° D. 30°

【考点】正方形的性质；等边三角形的性质.

【分析】先根据已知求得 $\angle DAP = 30^\circ$ ，再证明 $AB = AD = AP = BC$ ，进而求出 $\angle PCB$ 的度数，再求出 $\angle DCP$ 的度数即可.

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore AD = AB, \quad \angle DAB = \angle CBA = 90^\circ, \quad \because \triangle PAB \text{ 是等边三角形，}$$

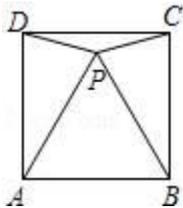
$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = 60^\circ, PA = PB = AB,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle CBP = 30^\circ, PB = BC,$$

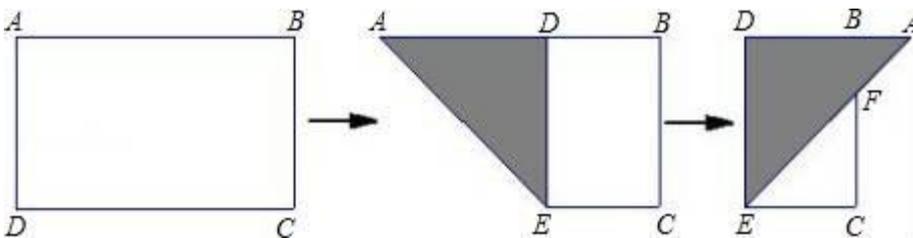
$$\therefore \angle PCB = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle DCP = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ.$$

故选 A.



6. 如图，有一矩形纸片 ABCD，AB=10，AD=6，将纸片折叠，使 AD 边落在 AB 边上，折痕为 AE，再将 $\triangle AED$ 以 DE 为折痕向右折叠，AE 与 BC 交于点 F，则 $\triangle CEF$ 的面积为 ()

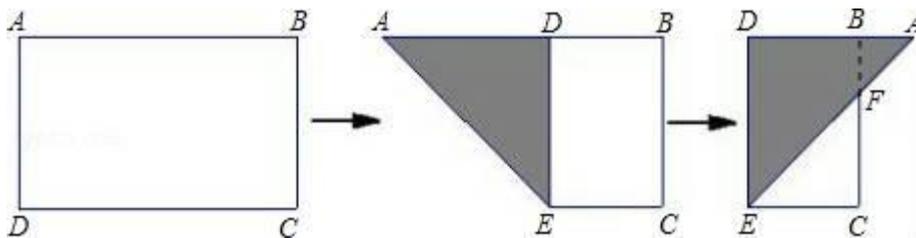


A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【考点】翻折变换（折叠问题）；矩形的性质；相似三角形的判定与性质.

【分析】显然，关键是求 CF 的长. 根据两次折叠后的图形中 $\triangle ABF \sim \triangle ECF$ 得比例线段求解.

【解答】解：



由图可知经过两次折叠后（最右边的图形中），

$$AB = AD - BD = AD - (10 - AD) = 2,$$

$$BD = EC = 10 - AD = 4.$$

$$\therefore AD \parallel EC,$$

$$\therefore \triangle AFB \sim \triangle EFC.$$

$$\therefore \frac{AB}{EC} = \frac{BF}{FC}.$$

$$\therefore AB = 2, EC = 4,$$

$$\therefore FC = 2BF.$$

$$\therefore BC = BF + CF = 6,$$

$$\therefore CF=4.$$

$$S_{\triangle EFC}=EC \times CF \div 2=8.$$

故选 C.

二、填空题：（10 小题，每题 3 分，共 30 分）

7. 一次函数 $y=3-2x$ 中， y 随 x 的增大而 减小.

【考点】 一次函数的性质.

【分析】 直接根据一次函数的性质即可得出结论.

【解答】 解： \because 一次函数 $y=3-2x$ 中， $k=-2<0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

故答案为：减小.

8. 一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标取值范围是 $x>6$.

【考点】 一次函数的性质.

【分析】 先求出直线与 x 轴的交点，再根据一次函数的性质写出函数图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标的取值范围.

【解答】 解： \because 当 $y=0$ 时， $x=6$,

\therefore 一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 的图象与 x 轴的交点为 $(6, 0)$.

$\because -\frac{1}{3}<0, 2>0$,

\therefore 此函数的图象经过一二四象限，

\therefore 函数图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标的取值范围是 $x>6$.

故答案为： $x>6$.

9. 如果方程 $\sqrt{x}-a=2$ 无实数解，那么 a 的取值范围是 $a<-2$.

【考点】 无理方程.

【分析】 移项后根据二次根式的非负性确定答案即可.

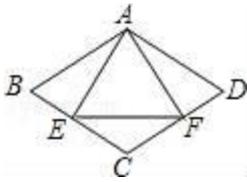
【解答】 解： $\because \sqrt{x}-a=2$ 即 $\sqrt{x}=a+2$ 无实数解，

$\therefore 2+a<0$,

解得： $a<-2$,

故答案为： $a<-2$.

10. 如图在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B=\angle EAF=60^\circ$ ， $\angle BAE=20^\circ$ ，则 $\angle CEF$ 的大小为 20° .



【考点】菱形的性质.

【分析】首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，然后推出 $AE=AF$ ，证明 $\triangle AEF$ 是等边三角形，得 $\angle AEF=60^\circ$ ，最后求出 $\angle CEF$ 的度数.

【解答】解：连接AC，

在菱形ABCD中， $AB=CB$ ，

$\because \angle B=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC=60^\circ$ ， $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$\because \angle EAF=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC - \angle EAC = \angle EAF - \angle EAC$ ，

即： $\angle BAE = \angle CAF$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CAF \\ AB = AC \\ \angle B = \angle ACF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ (ASA)，

$\therefore AE=AF$ ，

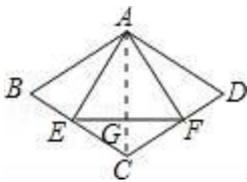
又 $\angle EAF = \angle D = 60^\circ$ ，则 $\triangle AEF$ 是等边三角形，

$\therefore \angle AFE = 60^\circ$ ，

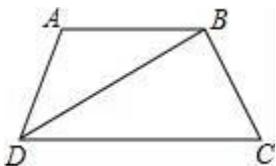
又 $\angle AEC = \angle B + \angle BAE = 80^\circ$ ，

则 $\angle CEF = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

故答案为： 20° .



11. 如图，在等腰梯形ABCD中， $AB \parallel CD$ ， $AD=AB$ ， $BD \perp BC$ ，则 $\angle C = \underline{60^\circ}$.



【考点】等腰梯形的性质.

【分析】根据已知得到， $\angle ABD = \angle BDC = \angle ADB$ ，设 $\angle ABD = \angle BDC = x^\circ$ ，则 $\angle ADC = \angle C = 2x^\circ$ ，由 $BD \perp BC$ 得到 $\angle C + \angle BDC = 90^\circ$ ，根据三角形的内角和公式即可求得 $\angle C$ 的度数.

【解答】解：∵ $AD = AB$ ，
∴ $\angle ABD = \angle ADB$ ，
∵ $AB \parallel CD$ ，
∴ $\angle ABD = \angle BDC$ ，
设 $\angle ABD = \angle BDC = x^\circ$ ，
∵ $AD = BC$ ，
∴ $\angle ADC = \angle C = 2x^\circ$ ，
∵ $BD \perp BC$ ，
∴ $\angle C + \angle BDC = 90^\circ$ ，
∴ $2x + x = 90$ ，
∴ $x = 30$ ，
∴ $\angle C = 60^\circ$ ，
故答案为 60° .

12. 已知一个梯形的面积为 10cm^2 ，高为 2cm ，则该梯形的中位线的长等于 5 cm .

【考点】梯形中位线定理.

【分析】根据梯形的面积等于其中位线 \times 高，即可求得其中位线的长.

【解答】解：因为梯形的面积=中位线 \times 高，所以中位线= $10 \div 2 = 5\text{cm}$ ，故该梯形的中位线的长等于 5cm .

13. 已知菱形的两条对角线长分别是 6cm 和 8cm ，则周长是 20 cm .

【考点】菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质利用勾股定理可求得其边长，再根据周长公式即可求得其周长.

【解答】解：∵菱形的对角线互相垂直平分，两条对角线的一半与一边构成直角三角形，根据勾股定理可得菱形的边长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{cm}$ ，
则周长是 $4 \times 5 = 20\text{cm}$.
故答案为 20 .

14. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y （升）与汽车行驶里程数 x （千米）是一次函数关系. 油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，那么行驶 x （千米）后油箱中的剩余油量 $y = \underline{(100 - \frac{1}{2}x)}$ （升）.

【考点】根据实际问题列一次函数关系式.

【分析】根据油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，可求出每千米用电量，根据题意可写出 y 和 x 的函数式.

【解答】解：根据题意得每千米的用油量为： $\div 60 = \frac{1}{2}$.

\therefore 行驶 x （千米）后油箱中的剩余油量 $y = 100 - \frac{1}{2}x$.

故答案为： $y = 100 - \frac{1}{2}x$.

15. $\square ABCD$ 的周长是 30，AC、BD 相交于点 O， $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，则 $AB = \underline{9}$.

【考点】平行四边形的性质.

【分析】如图：由四边形 ABCD 是平行四边形，可得 $AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $OA = OC$ ， $OB = OD$ ；又由 $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，可得 $AB - BC = 3$ ，又因为 $\square ABCD$ 的周长是 30，所以 $AB + BC = 15$ ；解方程组即可求得.

【解答】解： \because 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $OA = OC$ ， $OB = OD$ ；

又 $\because \triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，

$\therefore AB + OA + OB - (BC + OB + OC) = 3$

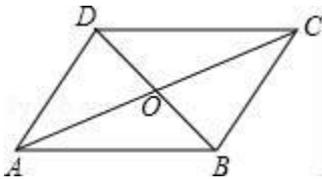
$\therefore AB - BC = 3$ ，

又 $\because \square ABCD$ 的周长是 30，

$\therefore AB + BC = 15$ ，

$\therefore AB = 9$.

故答案为 9.



16. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 3$ ， $BC = 7$ ， $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ，点 E、F 分别是边 AD、BC 的中点，那么 $EF = \underline{2}$.

【考点】直角三角形斜边上的中线；梯形.

【分析】首先过点 E 作 $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel CD$ ，又由 $AD \parallel BC$ ，即可得四边形 ABME，ENCD 是平行四边形，易得 MN 的值与 $MF = NF$ ， $\triangle MNF$ 是直角三角形，然后根据直角三角形中，斜边上的中线的长等于斜边的一半，即可求得 EF 的长.

【解答】解：过点 E 作 $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel CD$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

\therefore 四边形 ABME，ENCD 是平行四边形，

$\therefore BM = AE$ ， $CN = ED$ ， $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel CD$ ，

$\therefore \angle EMN = \angle B$ ， $\angle ENM = \angle C$ ，

$\because \angle B + \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EMN + \angle ENM = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle MEN = 90^\circ,$$

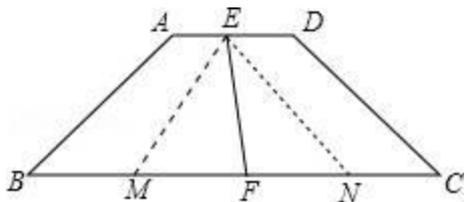
\because 点 E、F 分别是边 AD、BC 的中点，

$$\therefore AE = ED = \frac{1}{2}AD = \frac{3}{2}, \quad BF = CF = \frac{1}{2}BC = \frac{7}{2},$$

$$\therefore MF = NF, \quad MN = BC - AD = 4,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

故答案为：2.



三、简答题（4 小题，每小题 12 分，共 24 分）

17. 解方程：

$$(1) \frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$(2) \sqrt{3x-3} + \sqrt{x+3} = 2.$$

【考点】 无理方程；解分式方程.

【分析】 (1) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

(2) 把方程两边平方去根号后，再来解答关于 x 的一元二次方程.

【解答】 解：(1) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4},$

去分母得： $(x+2)^2 - 2(x-2) = 8,$

整理得： $x^2 + 4x + 4 - 2x + 4 = 8,$

移项合并得： $x^2 + 2x = 0,$

解得： $x_1 = 0, x_2 = -2,$

经检验 $x_1 = 0$ 是分式方程的解， $x_2 = -2$ 是增根.

故原方程的解是 $x = 0;$

$$(2) \sqrt{3x-3} + \sqrt{x+3} = 2,$$

$$3x - 3 + x + 3 + 2\sqrt{(3x-3)(x+3)} = 4,$$

$$\sqrt{(3x-3)(x+3)} = -2x + 2,$$

$$(3x-3)(x+3) = (-2x+2)^2,$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 4x^2 - 8x + 4,$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0,$$

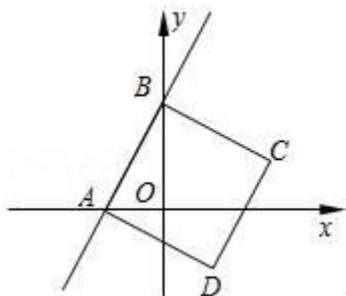
解得： $x_1=1$ ， $x_2=13$ ，

经检验 $x_1=1$ 是分式方程的解， $x_2=13$ 是增根。

故原方程的解是 $x=1$ 。

18. 如图，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，四边形 $ABCD$ 是正方形。

- (1) 求点 A 、 B 、 D 的坐标；
- (2) 求直线 BD 的表达式。



【考点】 一次函数综合题。

【分析】 (1) 由于一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，所以利用函数解析式即可求出 A 、 B 两点的坐标，然后过 D 作 $DH \perp x$ 轴于 H 点，由四边形 $ABCD$ 是正方形可以得到 $\angle BAD = \angle AOB = \angle AHD = 90^\circ$ ， $AB=AD$ ，接着证明 $\triangle ABO \cong \triangle DAH$ ，最后利用全等三角形的性质可以得到 $DH=AO=2$ ， $AH=BO=4$ ，从而求出点 D 的坐标；

(2) 利用待定系数法即可求解。

【解答】 解：(1) \because 当 $y=0$ 时， $2x+4=0$ ， $x=-2$ 。

\therefore 点 $A(-2, 0)$ 。

\because 当 $x=0$ 时， $y=4$ 。

\therefore 点 $B(0, 4)$ 。

过 D 作 $DH \perp x$ 轴于 H 点，

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BAD = \angle AOB = \angle AHD = 90^\circ$ ， $AB=AD$ 。

$\therefore \angle BAO + \angle ABO = \angle BAO + \angle DAH$ ，

$\therefore \angle ABO = \angle DAH$ 。

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DAH$ 。

$\therefore DH=AO=2$ ， $AH=BO=4$ ，

$\therefore OH=AH - AO=2$ 。

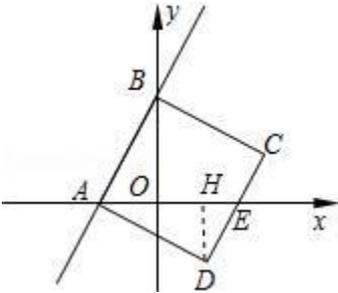
\therefore 点 $D(2, -2)$ 。

(2) 设直线 BD 的表达式为 $y=kx+b$ 。

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=-2 \\ b=4. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-3 \\ b=4. \end{cases}$$

\therefore 直线 BD 的表达式为 $y = -3x + 4$.



19. 2010 年上海将举办世博会，为此市政府提出：“加快轨道交通建设，让城市更畅通”。去年第三季度某工程队承担了铺设一段 3 千米长的地铁轨道的光荣任务，铺设了 600 米后，该工程队改进技术，每天比原来多铺设 10 米，结果共用了 80 天完成任务。试问：该工程队改进技术后每天铺设轨道多少米？

【考点】分式方程的应用；解一元二次方程-因式分解法。

【分析】设该工程队改进技术后每天铺设轨道 x 米，则改进技术前每天铺设轨道 $(x - 10)$ 米，由题意：铺设了 600 米后，该工程队改进技术，每天比原来多铺设 10 米，结果共用了 80 天完成任务，可得到时间的分式方程，解方程即可得该工程队改进技术后铺设轨道的速度。

【解答】解：设该工程队改进技术后每天铺设轨道 x 米，则改进技术前每天铺设轨道 $(x - 10)$ 米，

$$\text{根据题意，得} \frac{600}{x-10} + \frac{3000-600}{x} = 80$$

$$\text{整理，得} 2x^2 - 95x + 600 = 0$$

$$\text{解得：} x_1 = 40, x_2 = 7.5$$

经检验： $x_1 = 40$ ， $x_2 = 7.5$ 都是原方程的根，但 $x_2 = 7.5$ 不符合实际意义，舍去

$$\therefore x = 40,$$

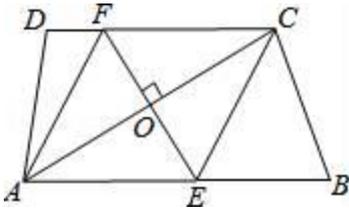
答：该工程队改进技术后每天铺设轨道 40 米。

五、解答题：（4 小题，共 28 分）

20. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ，过对角线 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，分别交边 AB，CD 于点 E，F，连接 CE，AF。

(1) 求证：四边形 AECF 是菱形；

(2) 若 $EF = 8$ ， $AE = 5$ ，求四边形 AECF 的面积。



【考点】菱形的判定与性质.

【分析】(1) 运用“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”判定, 已知 $EF \perp AC$, $AO=OC$, 只需要证明 $OE=OF$ 即可, 用全等三角形得出;

(2) 菱形的面积可以用对角线积的一半来表示, 由已知条件, 解直角三角形 AOE 可求 AC 、 EF 的长度.

【解答】(1) 证明: 方法 1, $\because AB \parallel DC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在 $\triangle CFO$ 和 $\triangle AEO$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle FOC = \angle EOA, \\ OC = OA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CFO \cong \triangle AEO \text{ (ASA)}.$$

$$\therefore OF = OE,$$

又 $\because OA = OC$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形.

$\because EF \perp AC$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是菱形.

方法 2: 证 $\triangle AEO \cong \triangle CFO$ 同方法 1,

$$\therefore CF = AE,$$

$\because CF \parallel AE$,

\therefore 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

$\because OA = OC$, $EF \perp AC$,

$\therefore EF$ 是 AC 的垂直平分线,

$$\therefore AF = CF,$$

\therefore 四边形 $AECF$ 是菱形.

(2) 解: \because 四边形 $AECF$ 是菱形, $EF=8$,

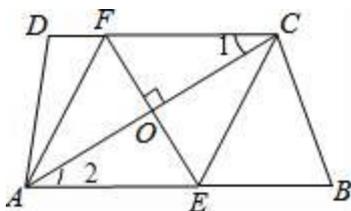
$$\therefore OE = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

又 \because 在 $Rt\triangle AEO$ 中, $AE=5$

$$\therefore \text{由勾股定理得到: } OA = \sqrt{AE^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore AC=2AO=2 \times 3=6.$$

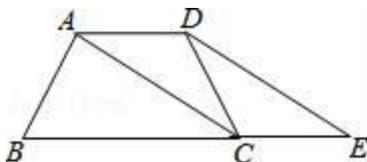
$$\therefore S_{\text{菱形} AECF} = \frac{1}{2} EF \cdot AC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24.$$



21. 如图：在梯形 ABCD 中，AD//BC，CA 平分 $\angle BCD$ ，延长 BC 至点 E，使 CE=AD， $\angle B=2\angle E$ 。

(1) 求证：四边形 ABCD 是等腰梯形；

(2) 若 $\angle B=60^\circ$ ，AB=4，求边 BC 的长。



【考点】 等腰梯形的判定；梯形。

【分析】 (1) 两个底角相等的梯形是等腰梯形，由此需证 $\angle B = \angle BCD$ ：先证明四边形 ADEC 是平行四边形，得 $\angle ACB = \angle E$ ，再证明 $\angle ACB = \angle ACD$ ，得： $\angle BCD = 2\angle ACB$ ，由 $\angle B = 2\angle E$ 得 $\angle B = \angle BCD$ 。

(2) 先证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，再由勾股定理求解。

【解答】 (1) 证明： $\because AD \parallel CE$ ， $CE = AD$

\therefore 四边形 ADEC 是平行四边形

(一组对边相等且平行的四边形是平行四边形)，

$\therefore AC \parallel DE$

$\therefore \angle ACB = \angle E$

$\because CA$ 平分 $\angle BCD$

$\therefore \angle ACB = \angle ACD$

即： $\angle BCD = 2\angle ACB$

$\because \angle B = 2\angle E$

$\therefore \angle B = \angle BCD$

\therefore 四边形 ABCD 是梯形

\therefore 四边形 ABCD 是等腰梯形

(2) 解： $\because \angle B = 60^\circ$

$\therefore \angle BCD = 60^\circ$

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$

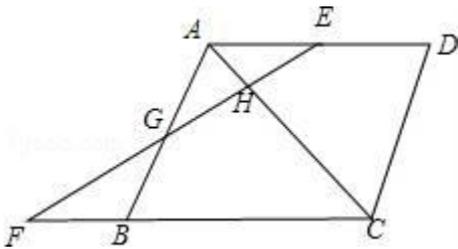
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} BC$$

$$\because AB = 4$$

$$\therefore BC = 8$$

22. 如图，在菱形 ABCD 中，E 为 AD 中点，EF ⊥ AC 交 CB 的延长线于 F。
求证：AB 与 EF 互相平分。



【考点】菱形的性质；平行四边形的判定与性质。

【分析】由菱形的性质可证 $AC \perp BD$ ，又已知 $EF \perp AC$ ，所以 $AG = BG$ ， $GE = \frac{1}{2}BD$ ， $AD \parallel BC$ ，可证四边形 EDBF 为平行四边形，可证 $GE = GF$ ，即证结论。

【解答】证明：连接 BD，AF，BE，
在菱形 ABCD 中， $AC \perp BD$

$$\because EF \perp AC,$$

$$\therefore EF \parallel BD, \text{ 又 } ED \parallel FB,$$

$$\therefore \text{四边形 EDBF 是平行四边形, } DE = BF,$$

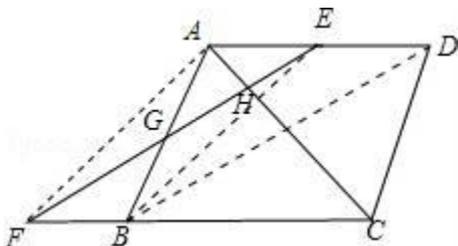
$$\because E \text{ 为 } AD \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AE = ED, \therefore AE = BF,$$

$$\text{又 } AE \parallel BF,$$

$$\therefore \text{四边形 AEBF 为平行四边形,}$$

即 AB 与 EF 互相平分。

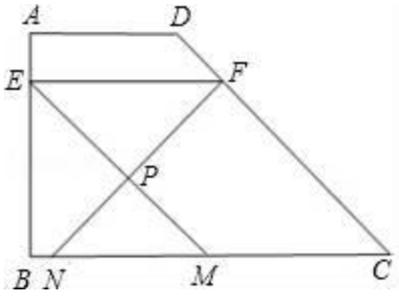


23. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 14$ ，点 E、F 分别在边 AB、CD 上， $EF \parallel AD$ ，点 P 与 AD 在直线 EF 的两侧， $\angle EPF = 90^\circ$ ， $PE = PF$ ，射线 EP、FP 与边 BC 分别相交于点 M、N，设 $AE = x$ ， $MN = y$ 。

(1) 求边 AD 的长；

(2) 如图, 当点 P 在梯形 ABCD 内部时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 如果 MN 的长为 2, 求梯形 Aefd 的面积.



【考点】 梯形; 根据实际问题列一次函数关系式.

【分析】 (1) 过 D 作 $DH \perp BC$, DH 与 EF、BC 分别相交于点 G、H, 从而判定四边形 ABHD 是矩形, 在 $RT\triangle DHC$ 中求出 CH 的长, 利用 $AD=BH=BC-CH$ 可得出 AD 的长.

(2) 首先确定 $PM=PN$, 过点 P 作 $QR \perp EF$, QR 与 EF、MN 分别相交于 Q、R, 根据 $\angle MPN = \angle EPF = 90^\circ$, $QR \perp MN$, 可表示出 PQ、PR, 继而可得出 y 关于 x 的函数解析式, 也能得出定义域.

(3) ①当点 P 在梯形 ABCD 内部时, 由 $MN=2$ 及 (2) 的结论得 $2 = -3x + 10$, $AE = x = \frac{8}{3}$, 可求得梯形的面积,

②当点 P 在梯形 ABCD 外部时, 由 $MN=2$ 及与 (2) 相同的方法得: $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{2} \times 2 = 8 - x$, $AE = x = 4$, 可求得梯形的面积.

【解答】 解: (1) 过 D 作 $DH \perp BC$, DH 与 EF、BC 分别相交于点 G、H,

\because 梯形 ABCD 中, $\angle B = 90^\circ$,

$\therefore DH \parallel AB$,

又 $\because AD \parallel BC$,

\therefore 四边形 ABHD 是矩形,

$\because \angle C = 45^\circ$,

$\therefore \angle CDH = 45^\circ$,

$\therefore CH = DH = AB = 8$,

$\therefore AD = BH = BC - CH = 6$.

(2) $\because DH \perp EF$, $\angle DFE = \angle C = \angle FDG = 45^\circ$,

$\therefore FG = DG = AE = x$,

$\because EG = AD = 6$,

$\therefore EF = x + 6$,

$\because PE = PF$, $EF \parallel BC$,

$\therefore \angle PFE = \angle PEF = \angle PMN = \angle PNM$,

$\therefore PM = PN$,

过点 P 作 $QR \perp EF$, QR 与 EF、MN 分别相交于 Q、R,

$\because \angle MPN = \angle EPF = 90^\circ$, $QR \perp MN$,

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}(x+6), \quad PR = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}y,$$

$\because QR = BE = 8 - x$,

$$\therefore \frac{1}{2}(x+6) + \frac{1}{2}y = 8 - x,$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -3x + 10$. 定义域为 $1 \leq x < \frac{10}{3}$.

(3) 当点 P 在梯形 $ABCD$ 内部时, 由 $MN=2$ 及 (2) 的结论得 $2 = -3x + 10$, $AE = x = \frac{8}{3}$,

$$\therefore S_{\text{梯形AEFD}} = \frac{1}{2}(AD+EF) \cdot AE = \frac{1}{2}\left(6+6+\frac{8}{3}\right) \times \frac{8}{3} = \frac{176}{9},$$

当点 P 在梯形 $ABCD$ 外部时, 由 $MN=2$ 及与 (2) 相同的方法得: $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{2} \times 2 = 8 - x$, $AE = x = 4$,

$$\therefore S_{\text{梯形AEFD}} = \frac{1}{2}(AD+EF) \cdot AE = \frac{1}{2}(6+6+4) \times 4 = 32.$$

