

2019-2020 学年江苏省南京市梅山二中八年级（下）

第二次月考数学试卷

一、选择题：（6 小题，每题 3 分，共 18 分）

1. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）

- A. $\sqrt{x+1}=0$ B. $\sqrt{x-3}=2-x$ C. $\sqrt{x+1}+1=0$ D. $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}=-1$

2. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在（ ）

- A. 第一、二象限 B. 第三、四象限 C. 第一、三象限 D. 第二、四象限

3. 下列命题中，错误的是（ ）

- A. 矩形的对角线互相平分且相等
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
C. 正方形的对角线互相垂直平分
D. 等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等

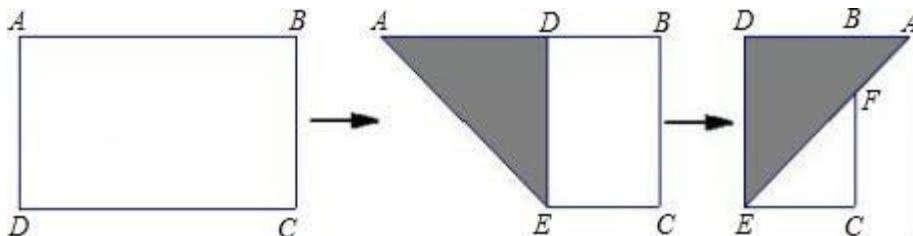
4. 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是（ ）

- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

5. 点 P 在正方形 $ABCD$ 内，且 $\triangle PAB$ 是等边三角形，那么 $\angle DCP$ 为（ ）

- A. 15° B. 18° C. 22.5° D. 30°

6. 如图，有一矩形纸片 $ABCD$ ， $AB=10$ ， $AD=6$ ，将纸片折叠，使 AD 边落在 AB 边上，折痕为 AE ，再将 $\triangle AED$ 以 DE 为折痕向右折叠， AE 与 BC 交于点 F ，则 $\triangle CEF$ 的面积为（ ）



- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

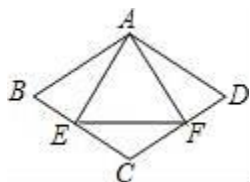
二、填空题：（10 小题，每题 3 分，共 30 分）

7. 一次函数 $y=3-2x$ 中， y 随 x 的增大而_____.

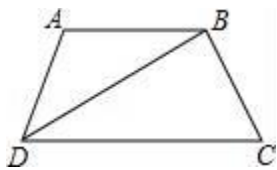
8. 一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标取值范围是_____.

9. 如果方程 $\sqrt{x}-a=2$ 无实数解，那么 a 的取值范围是_____.

10. 如图在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B=\angle EAF=60^\circ$ ， $\angle BAE=20^\circ$ ，则 $\angle CEF$ 的大小为_____.



11. 如图，在等腰梯形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ， $AD=AB$ ， $BD \perp BC$ ，则 $\angle C=$ _____.



12. 已知一个梯形的面积为 10cm^2 ，高为 2cm ，则该梯形的中位线的长等于_____cm.
13. 已知菱形的两条对角线长分别是 6cm 和 8cm ，则周长是_____cm.
14. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y （升）与汽车行驶里程数 x （千米）是一次函数关系. 油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，那么行驶 x （千米）后油箱中的剩余油量 $y=$ _____（升）.
15. $\square ABCD$ 的周长是 30 ， AC 、 BD 相交于点 O ， $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3 ，则 $AB=$ _____.
16. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD=3$ ， $BC=7$ ， $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ，点 E、F 分别是边 AD、BC 的中点，那么 $EF=$ _____.

三、简答题（4 小题，每小题 12 分，共 24 分）

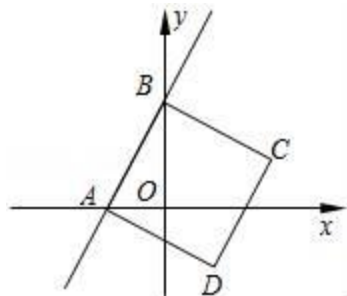
17. 解方程：

(1) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

(2) $\sqrt{3x-3} + \sqrt{x+3} = 2$.

18. 如图，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 、 y 轴分别相交于点 A、B，四边形 ABCD 是正方形.

- (1) 求点 A、B、D 的坐标；
(2) 求直线 BD 的表达式.

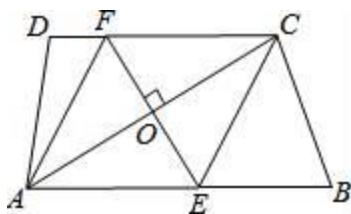


19. 2010 年上海将举办世博会，为此市政府提出：“加快轨道交通建设，让城市更畅通”. 去年第三季度某工程队承担了铺设一段 3 千米长的地铁轨道的光荣任务，铺设了 600 米后，该工程队改进技术，每天比原来多铺设 10 米，结果共用了 80 天完成任务. 试问：该工程队改进技术后每天铺设轨道多少米？

五、解答题：（4 小题，共 28 分）

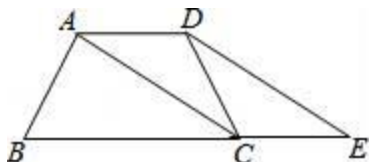
20. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ，过对角线 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，分别交边 AB，CD 于点 E，F，连接 CE，AF.

- (1) 求证：四边形 AECF 是菱形；
(2) 若 $EF=8$ ， $AE=5$ ，求四边形 AECF 的面积.



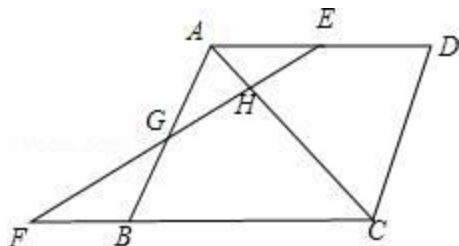
21. 如图：在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， CA 平分 $\angle BCD$ ，延长 BC 至点 E ，使 $CE=AD$ ， $\angle B=2\angle E$ 。

- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是等腰梯形；
- (2) 若 $\angle B=60^\circ$ ， $AB=4$ ，求边 BC 的长。



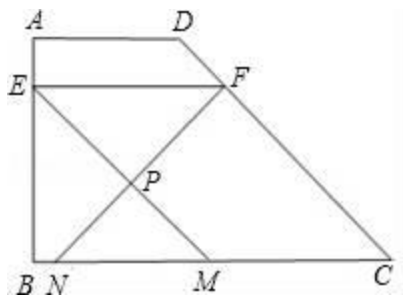
22. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， E 为 AD 中点， $EF \perp AC$ 交 CB 的延长线于 F 。

求证： AB 与 EF 互相平分。



23. 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $AB=8$ ， $BC=14$ ，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上， $EF \parallel AD$ ，点 P 与 AD 在直线 EF 的两侧， $\angle EPF=90^\circ$ ， $PE=PF$ ，射线 EP 、 FP 与边 BC 分别相交于点 M 、 N ，设 $AE=x$ ， $MN=y$ 。

- (1) 求边 AD 的长；
- (2) 如图，当点 P 在梯形 $ABCD$ 内部时，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 如果 MN 的长为 2，求梯形 $AEFD$ 的面积。



2019-2020 学年江苏省南京市梅山二中八年级（下）

第二次月考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（6 小题，每题 3 分，共 18 分）

1. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）

A. $\sqrt{x+1}=0$ B. $\sqrt{x-3}=2-x$ C. $\sqrt{x+1}+1=0$ D. $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}=-1$

【考点】无理方程.

【分析】A、根据算术平方根的定义即可确定是否有实数根；

B、根据二次根式有意义确定 x 的取值范围，然后两边平方解方程，最后根判定是否有意义；

C、D、根据二次根式的性质即可确定方程是否有实数根；

【解答】解：A、 $\sqrt{x+1}=0$ 的解为 $x=-1$ ，所以方程有实数根，故本选项正确；

B、 $\because \sqrt{x-3}=2-x$ ， $\therefore x-3>0$ ，即 $x>3$ ，但是此时 $2-x<0$ ，方程不成立，故本选项错误；

C、 $\because \sqrt{x+1}\geq 0$ ， $\therefore \sqrt{x+1}+1=0$ 不成立，故本选项错误；

D、 $\because \sqrt{x+2}$ 和 $\sqrt{2-x}$ 是非负数， \therefore 它们的和是非负数，故本选项错误.

故选 A.

2. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，则反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在（ ）

A. 第一、二象限 B. 第三、四象限 C. 第一、三象限 D. 第二、四象限

【考点】反比例函数的性质；一次函数的性质.

【分析】先根据一次函数的性质求出 kb 的正负情况，再利用反比例函数的性质解答.

【解答】解： \because 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限，

$$\therefore k < 0, b > 0,$$

$$\therefore kb < 0,$$

\therefore 反比例函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在第二、四象限.

故选 D.

3. 下列命题中，错误的是（ ）

A. 矩形的对角线互相平分且相等

B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 正方形的对角线互相垂直平分

D. 等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等

【考点】命题与定理.

【分析】利用矩形的判定及性质、平行四边形的判定及性质分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解：A、矩形的对角线互相平分且相等，故正确；

B、对角线互相垂直平分的四边形是菱形，错误；

C、正方形的对角线互相垂直平分，正确；

D、等腰三角形底边上的中点到两腰的距离相等，正确，

故选 B.

4. 顺次连接等腰梯形各边中点所围成的四边形是（ ）

A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 正方形

【考点】菱形的判定；三角形中位线定理；等腰梯形的性质.

【分析】由 E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA 的中点，得出 EF、EH 是中位线，再得出四条边相等，根据“四条边都相等的四边形是菱形”进行证明.

【解答】解：∵E、F、G、H 分别为 AB、BC、CD、DA 的中点，

$$\therefore EF \parallel AC \text{ 且 } EF = \frac{1}{2}AC, EH \parallel BD \text{ 且 } EH = \frac{1}{2}BD,$$

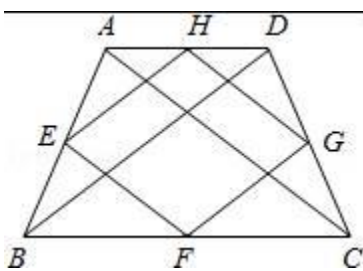
$$\because AC = BD,$$

$$\therefore EF = EH,$$

同理可得 $GF = HG = EF = EH$,

$$\therefore \text{四边形 EFGH 为菱形},$$

故选：C.



5. 点 P 在正方形 ABCD 内，且 $\triangle PAB$ 是等边三角形，那么 $\angle DCP$ 为（ ）

A. 15° B. 18° C. 22.5° D. 30°

【考点】正方形的性质；等边三角形的性质.

【分析】先根据已知求得 $\angle DAP = 30^\circ$ ，再证明 $AB = AD = AP = BC$ ，进而求出 $\angle PCB$ 的度数，再求出 $\angle DCP$ 的度数即可.

【解答】解：∵四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore AD = AB, \angle DAB = \angle CBA = 90^\circ, \because \triangle PAB \text{ 是等边三角形},$$

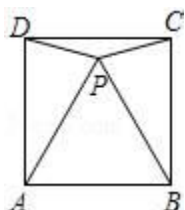
$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = 60^\circ, PA = PB = AB,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle CBP = 30^\circ, PB = BC,$$

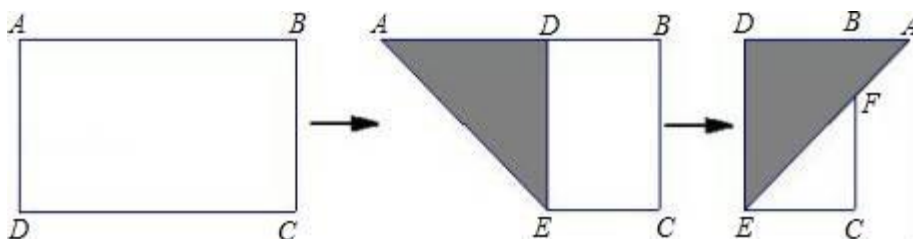
$$\therefore \angle PCB = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle DCP = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ.$$

故选 A.



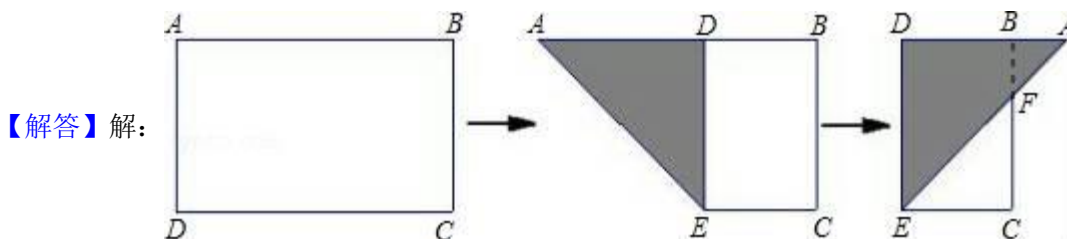
6. 如图，有一矩形纸片 ABCD，AB=10，AD=6，将纸片折叠，使 AD 边落在 AB 边上，折痕为 AE，再将 $\triangle AED$ 以 DE 为折痕向右折叠，AE 与 BC 交于点 F，则 $\triangle CEF$ 的面积为（ ）



A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【考点】翻折变换（折叠问题）；矩形的性质；相似三角形的判定与性质.

【分析】显然，关键是求 CF 的长. 根据两次折叠后的图形中 $\triangle ABF \sim \triangle ECF$ 得比例线段求解.



由图可知经过两次折叠后（最右边的图形中），

$$AB = AD - BD = AD - (10 - AD) = 2,$$

$$BD = EC = 10 - AD = 4.$$

$$\because AD \parallel EC,$$

$$\therefore \triangle AFB \sim \triangle EFC.$$

$$\therefore \frac{AB}{EC} = \frac{BF}{FC}.$$

$$\because AB = 2, EC = 4,$$

$$\therefore FC = 2BF.$$

$$\because BC = BF + CF = 6,$$

$$\therefore CF=4.$$

$$S_{\triangle EFC}=EC \times CF \div 2=8.$$

故选 C.

二、填空题：（10 小题，每题 3 分，共 30 分）

7. 一次函数 $y=3-2x$ 中， y 随 x 的增大而 减小.

【考点】一次函数的性质.

【分析】直接根据一次函数的性质即可得出结论.

【解答】解： \because 一次函数 $y=3-2x$ 中， $k=-2<0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

故答案为：减小.

8. 一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标取值范围是 $x>6$.

【考点】一次函数的性质.

【分析】先求出直线与 x 轴的交点，再根据一次函数的性质写出函数图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标的取值范围.

【解答】解： \because 当 $y=0$ 时， $x=6$,

\therefore 一次函数 $y=-\frac{1}{3}x+2$ 的图象与 x 轴的交点为 $(6, 0)$.

$$\because -\frac{1}{3}<0, 2>0,$$

\therefore 此函数的图象经过一二四象限，

\therefore 函数图象位于 x 轴下方的所有点的横坐标的取值范围是 $x>6$.

故答案为： $x>6$.

9. 如果方程 $\sqrt{x}-a=2$ 无实数解，那么 a 的取值范围是 $a<-2$.

【考点】无理方程.

【分析】移项后根据二次根式的非负性确定答案即可.

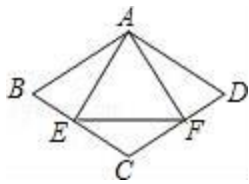
【解答】解： $\because \sqrt{x}-a=2$ 即 $\sqrt{x}=a+2$ 无实数解，

$$\therefore 2+a<0,$$

解得： $a<-2$,

故答案为： $a<-2$.

10. 如图在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B=\angle EAF=60^\circ$ ， $\angle BAE=20^\circ$ ，则 $\angle CEF$ 的大小为 20° .



【考点】菱形的性质.

【分析】首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ ，然后推出 $AE=AF$ ，证明 $\triangle AEF$ 是等边三角形，得 $\angle AEF=60^\circ$ ，最后求出 $\angle CEF$ 的度数.

【解答】解：连接AC，

在菱形ABCD中， $AB=CB$ ，

$\because \angle B=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC=60^\circ$ ， $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$\because \angle EAF=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC - \angle EAC = \angle EAF - \angle EAC$ ，

即： $\angle BAE = \angle CAF$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CAF \\ AB = AC \\ \angle B = \angle ACF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF$ (ASA)，

$\therefore AE=AF$ ，

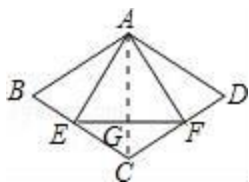
又 $\angle EAF = \angle D = 60^\circ$ ，则 $\triangle AEF$ 是等边三角形，

$\therefore \angle AFE = 60^\circ$ ，

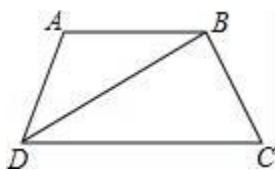
又 $\angle AEC = \angle B + \angle BAE = 80^\circ$ ，

则 $\angle CEF = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

故答案为： 20° .



11. 如图，在等腰梯形ABCD中， $AB \parallel CD$ ， $AD=AB$ ， $BD \perp BC$ ，则 $\angle C = \underline{60^\circ}$.



【考点】等腰梯形的性质.

【分析】根据已知得到， $\angle ABD = \angle BDC = \angle ADB$ ，设 $\angle ABD = \angle BDC = x^\circ$ ，则 $\angle ADC = \angle C = 2x^\circ$ ，由 $BD \perp BC$ 得到 $\angle C + \angle BDC = 90^\circ$ ，根据三角形的内角和公式即可求得 $\angle C$ 的度数.

【解答】解： $\because AD = AB$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDC,$$

$$\text{设 } \angle ABD = \angle DBC = x^\circ,$$

$$\because AD = BC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle C = 2x^\circ,$$

$$\because BD \perp BC,$$

$$\therefore \angle C + \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\therefore 2x + x = 90,$$

$$\therefore x = 30,$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ,$$

故答案为 60° .

12. 已知一个梯形的面积为 10cm^2 ，高为 2cm ，则该梯形的中位线的长等于 5 cm .

【考点】梯形中位线定理.

【分析】根据梯形的面积等于其中位线 \times 高，即可求得其中位线的长.

【解答】解：因为梯形的面积=中位线 \times 高，所以中位线= $10 \div 2 = 5\text{cm}$ ，故该梯形的中位线的长等于 5cm .

13. 已知菱形的两条对角线长分别是 6cm 和 8cm ，则周长是 20 cm .

【考点】菱形的性质.

【分析】根据菱形的性质利用勾股定理可求得其边长，再根据周长公式即可求得其周长.

【解答】解： \because 菱形的对角线互相垂直平分，两条对角线的一半与一边构成直角三角形，根据勾股定理可得菱形的边长为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{cm}$ ，

则周长是 $4 \times 5 = 20\text{cm}$.

故答案为 20 .

14. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y （升）与汽车行驶里程数 x （千米）是一次函数关系. 油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，那么行驶 x （千米）后油箱中的剩余油量 $y = \underline{(100 - \frac{1}{2}x)}$ （升）.

【考点】根据实际问题列一次函数关系式.

【分析】根据油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，可求出每千米用油量，根据题意可写出 y 和 x 的函数式.

【解答】解：根据题意得每千米的用油量为： $\div 60 = \frac{1}{2}$.

\therefore 行驶 x （千米）后油箱中的剩余油量 $y = 100 - \frac{1}{2}x$.

故答案为： $y = 100 - \frac{1}{2}x$.

15. $\square ABCD$ 的周长是 30，AC、BD 相交于点 O， $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，则 $AB = \underline{9}$.

【考点】平行四边形的性质.

【分析】如图：由四边形 ABCD 是平行四边形，可得 $AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $OA = OC$ ， $OB = OD$ ；又由 $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，可得 $AB - BC = 3$ ，又因为 $\square ABCD$ 的周长是 30，所以 $AB + BC = 10$ ；解方程组即可求得.

【解答】解： \because 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AB = CD$ ， $BC = AD$ ， $OA = OC$ ， $OB = OD$ ；

又 $\because \triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长大 3，

$\therefore AB + OA + OB - (BC + OB + OC) = 3$

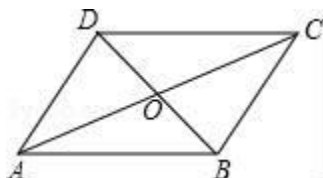
$\therefore AB - BC = 3$ ，

又 $\because \square ABCD$ 的周长是 30，

$\therefore AB + BC = 15$ ，

$\therefore AB = 9$.

故答案为 9.



16. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 3$ ， $BC = 7$ ， $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ，点 E、F 分别是边 AD、BC 的中点，那么 $EF = \underline{2}$.

【考点】直角三角形斜边上的中线；梯形.

【分析】首先过点 E 作 $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel CD$ ，又由 $AD \parallel BC$ ，即可得四边形 ABME，ENCD 是平行四边形，易得 MN 的值与 $MF = NF$ ， $\triangle MNF$ 是直角三角形，然后根据直角三角形中，斜边上的中线的长等于斜边的一半，即可求得 EF 的长.

【解答】解：过点 E 作 $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel CD$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

\therefore 四边形 ABME，ENCD 是平行四边形，

$\therefore BM = AE$ ， $CN = ED$ ， $EM \parallel AB$ ， $EN \parallel CD$ ，

$\therefore \angle EMN = \angle B$ ， $\angle ENB = \angle C$ ，

$\because \angle B + \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle EMN + \angle ENM = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle MEN = 90^\circ,$$

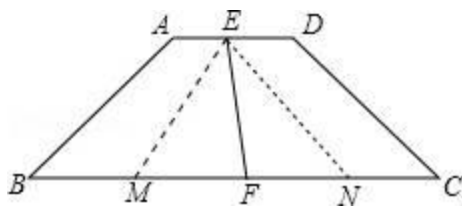
\because 点 E、F 分别是边 AD、BC 的中点，

$$\therefore AE = ED = \frac{1}{2}AD = \frac{3}{2}, \quad BF = CF = \frac{1}{2}BC = \frac{7}{2},$$

$$\therefore MF = NF, \quad MN = BC - AD = 4,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

故答案为：2.



三、简答题（4 小题，每小题 12 分，共 24 分）

17. 解方程：

$$(1) \frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$$

$$(2) \sqrt{3x-3} + \sqrt{x+3} = 2.$$

【考点】 无理方程；解分式方程.

【分析】 (1) 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

(2) 把方程两边平方去根号后，再来解答关于 x 的一元二次方程.

【解答】 解：(1) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4},$

去分母得： $(x+2)^2 - 2(x-2) = 8,$

整理得： $x^2 + 4x + 4 - 2x + 4 = 8,$

移项合并得： $x^2 + 2x = 0,$

解得： $x_1 = 0, \quad x_2 = -2,$

经检验 $x_1 = 0$ 是分式方程的解， $x_2 = -2$ 是增根.

故原方程的解是 $x = 0;$

$$(2) \sqrt{3x-3} + \sqrt{x+3} = 2,$$

$$3x - 3 + x + 3 + 2\sqrt{(3x-3)(x+3)} = 4,$$

$$\sqrt{(3x-3)(x+3)} = -2x + 2,$$

$$(3x-3)(x+3) = (-2x+2)^2,$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 4x^2 - 8x + 4,$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0,$$

解得： $x_1=1$ ， $x_2=13$ ，

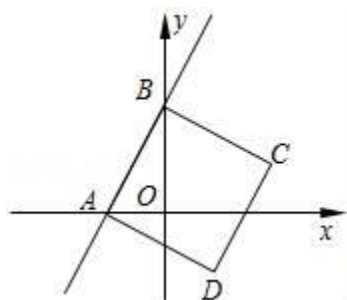
经检验 $x_1=1$ 是分式方程的解， $x_2=13$ 是增根．

故原方程的解是 $x=1$ ．

18. 如图，一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 、 y 轴分别相交于点 A、B，四边形 ABCD 是正方形．

(1) 求点 A、B、D 的坐标；

(2) 求直线 BD 的表达式．



【考点】一次函数综合题．

【分析】(1) 由于一次函数 $y=2x+4$ 的图象与 x 、 y 轴分别相交于点 A、B，所以利用函数解析式即可求出 AB 两点的坐标，然后过 D 作 $DH \perp x$ 轴于 H 点，由四边形 ABCD 是正方形可以得到 $\angle BAD = \angle AOB = \angle AHD = 90^\circ$ ， $AB=AD$ ，接着证明 $\triangle ABO \cong \triangle DAH$ ，最后利用全等三角形的性质可以得到 $DH=AO=2$ ， $AH=BO=4$ ，从而求出点 D 的坐标；

(2) 利用待定系数法即可求解．

【解答】解：(1) \because 当 $y=0$ 时， $2x+4=0$ ， $x=-2$ ．

\therefore 点 A $(-2, 0)$ ．

\because 当 $x=0$ 时， $y=4$ ．

\therefore 点 B $(0, 4)$ ．

过 D 作 $DH \perp x$ 轴于 H 点，

\because 四边形 ABCD 是正方形，

$\therefore \angle BAD = \angle AOB = \angle AHD = 90^\circ$ ， $AB=AD$ ．

$\therefore \angle BAO + \angle ABO = \angle BAO + \angle DAH$ ，

$\therefore \angle ABO = \angle DAH$ ．

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DAH$ ．

$\therefore DH=AO=2$ ， $AH=BO=4$ ，

$\therefore OH=AH - AO=2$ ．

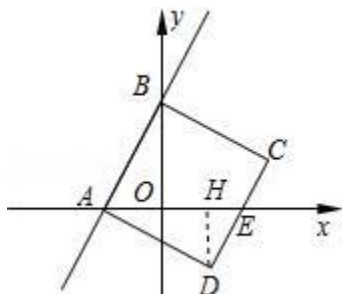
\therefore 点 D $(2, -2)$ ．

(2) 设直线 BD 的表达式为 $y=kx+b$ ．

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=-2 \\ b=4. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-3 \\ b=4. \end{cases},$$

\therefore 直线 BD 的表达式为 $y = -3x + 4$.



19. 2010 年上海将举办世博会，为此市政府提出：“加快轨道交通建设，让城市更畅通”。去年第三季度某工程队承担了铺设一段 3 千米长的地铁轨道的光荣任务，铺设了 600 米后，该工程队改进技术，每天比原来多铺设 10 米，结果共用了 80 天完成任务。试问：该工程队改进技术后每天铺设轨道多少米？

【考点】分式方程的应用；解一元二次方程-因式分解法。

【分析】设该工程队改进技术后每天铺设轨道 x 米，则改进技术前每天铺设轨道 $(x - 10)$ 米，由题意：铺设了 600 米后，该工程队改进技术，每天比原来多铺设 10 米，结果共用了 80 天完成任务，可得到时间的分式方程，解方程即可得该工程队改进技术后铺设轨道的速度。

【解答】解：设该工程队改进技术后每天铺设轨道 x 米，则改进技术前每天铺设轨道 $(x - 10)$ 米，

$$\text{根据题意，得} \frac{600}{x-10} + \frac{3000-600}{x} = 80$$

$$\text{整理，得} 2x^2 - 95x + 600 = 0$$

$$\text{解得：} x_1 = 40, x_2 = 7.5$$

经检验： $x_1 = 40$ ， $x_2 = 7.5$ 都是原方程的根，但 $x_2 = 7.5$ 不符合实际意义，舍去

$$\therefore x = 40,$$

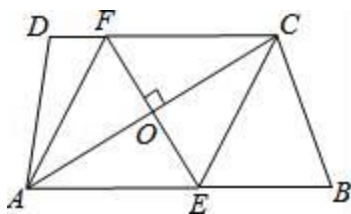
答：该工程队改进技术后每天铺设轨道 40 米。

五、解答题：（4 小题，共 28 分）

20. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ，过对角线 AC 的中点 O 作 $EF \perp AC$ ，分别交边 AB，CD 于点 E，F，连接 CE，AF。

（1）求证：四边形 AECF 是菱形；

（2）若 $EF = 8$ ， $AE = 5$ ，求四边形 AECF 的面积。



【考点】菱形的判定与性质.

【分析】(1) 运用“对角线互相垂直平分的四边形是菱形”判定, 已知 $EF \perp AC$, $AO=OC$, 只需要证明 $OE=OF$ 即可, 用全等三角形得出;

(2) 菱形的面积可以用对角线积的一半来表示, 由已知条件, 解直角三角形 AOE 可求 AC、EF 的长度.

【解答】(1) 证明: 方法 1, $\because AB \parallel DC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在 $\triangle CFO$ 和 $\triangle AEO$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle FOC = \angle EOA, \\ OC = OA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CFO \cong \triangle AEO \text{ (ASA)}.$$

$$\therefore OF = OE,$$

$$\text{又} \because OA = OC,$$

$$\therefore \text{四边形 AECF 是平行四边形}.$$

$$\because EF \perp AC,$$

$$\therefore \text{四边形 AECF 是菱形}.$$

方法 2: 证 $\triangle AEO \cong \triangle CFO$ 同方法 1,

$$\therefore CF = AE,$$

$$\because CF \parallel AE,$$

$$\therefore \text{四边形 AFCE 是平行四边形}.$$

$$\because OA = OC, EF \perp AC,$$

$$\therefore EF \text{ 是 } AC \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore AF = CF,$$

$$\therefore \text{四边形 AECF 是菱形}.$$

(2) 解: \because 四边形 AECF 是菱形, $EF=8$,

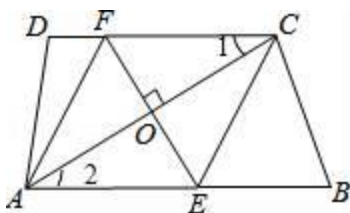
$$\therefore OE = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

又 \because 在 $Rt\triangle AEO$ 中, $AE=5$

$$\therefore \text{由勾股定理得到: } OA = \sqrt{AE^2 - OE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore AC=2AO=2 \times 3=6.$$

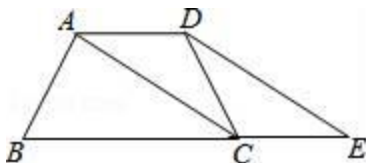
$$\therefore S_{\text{菱形} AECF} = \frac{1}{2} EF \cdot AC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24.$$



21. 如图：在梯形 ABCD 中，AD//BC，CA 平分 $\angle BCD$ ，延长 BC 至点 E，使 CE=AD， $\angle B=2\angle E$ 。

(1) 求证：四边形 ABCD 是等腰梯形；

(2) 若 $\angle B=60^\circ$ ，AB=4，求边 BC 的长。



【考点】等腰梯形的判定；梯形。

【分析】(1) 两个底角相等的梯形是等腰梯形，由此需证 $\angle B = \angle BCD$ ：先证明四边形 ADEC 是平行四边形，得 $\angle ACB = \angle E$ ，再证明 $\angle ACB = \angle ACD$ ，得： $\angle BCD = 2\angle ACB$ ，由 $\angle B = 2\angle E$ 得 $\angle B = \angle BCD$ 。

(2) 先证明 $\triangle ABC$ 是直角三角形，再由勾股定理求解。

【解答】(1) 证明： $\because AD \parallel CE$ ， $CE = AD$

\therefore 四边形 ADEC 是平行四边形

(一组对边相等且平行的四边形是平行四边形)，

$\therefore AC \parallel DE$

$\therefore \angle ACB = \angle E$

$\because CA$ 平分 $\angle BCD$

$\therefore \angle ACB = \angle ACD$

即： $\angle BCD = 2\angle ACB$

$\because \angle B = 2\angle E$

$\therefore \angle B = \angle BCD$

\therefore 四边形 ABCD 是梯形

\therefore 四边形 ABCD 是等腰梯形

(2) 解： $\because \angle B = 60^\circ$

$\therefore \angle BCD = 60^\circ$

$\therefore \angle ACB = 30^\circ$

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

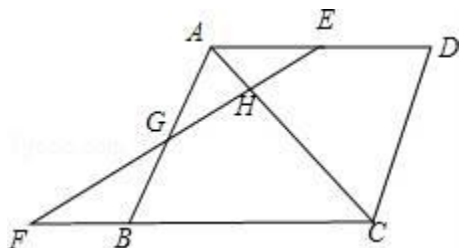
$$\therefore AB = \frac{1}{2} BC$$

$$\because AB = 4$$

$$\therefore BC = 8$$

22. 如图，在菱形 ABCD 中，E 为 AD 中点，EF ⊥ AC 交 CB 的延长线于 F.

求证：AB 与 EF 互相平分.



【考点】菱形的性质；平行四边形的判定与性质.

【分析】由菱形的性质可证 $AC \perp BD$ ，又已知 $EF \perp AC$ ，所以 $AG = BG$ ， $GE = \frac{1}{2} BD$ ， $AD \parallel BC$ ，可证四边形 EDBF 为平行四边形，可证 $GE = GF$ ，即证结论.

【解答】证明：连接 BD，AF，BE，

在菱形 ABCD 中， $AC \perp BD$

$$\because EF \perp AC,$$

$$\therefore EF \parallel BD, \text{ 又 } ED \parallel FB,$$

$$\therefore \text{四边形 EDBF 是平行四边形, } DE = BF,$$

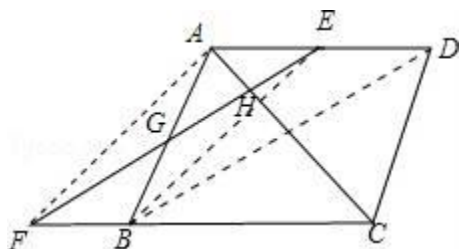
$$\because E \text{ 为 } AD \text{ 的中点,}$$

$$\therefore AE = ED, \therefore AE = BF,$$

$$\text{又 } AE \parallel BF,$$

$$\therefore \text{四边形 AEBF 为平行四边形,}$$

即 AB 与 EF 互相平分.

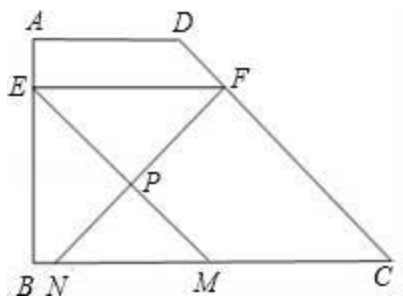


23. 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 14$ ，点 E、F 分别在边 AB、CD 上， $EF \parallel AD$ ，点 P 与 AD 在直线 EF 的两侧， $\angle EPF = 90^\circ$ ， $PE = PF$ ，射线 EP、FP 与边 BC 分别相交于点 M、N，设 $AE = x$ ， $MN = y$.

(1) 求边 AD 的长；

(2) 如图, 当点 P 在梯形 ABCD 内部时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 如果 MN 的长为 2, 求梯形 AEFD 的面积.



【考点】梯形; 根据实际问题列一次函数关系式.

【分析】(1) 过 D 作 $DH \perp BC$, DH 与 EF、BC 分别相交于点 G、H, 从而判定四边形 ABHD 是矩形, 在 $RT\triangle DHC$ 中求出 CH 的长, 利用 $AD=BH=BC-CH$ 可得出 AD 的长.

(2) 首先确定 $PM=PN$, 过点 P 作 $QR \perp EF$, QR 与 EF、MN 分别相交于 Q、R, 根据 $\angle MPN = \angle EPF = 90^\circ$, $QR \perp MN$, 可表示出 PQ、PR, 继而可得出 y 关于 x 的函数解析式, 也能得出定义域.

(3) ①当点 P 在梯形 ABCD 内部时, 由 $MN=2$ 及 (2) 的结论得 $2 = -3x + 10$, $AE = x = \frac{8}{3}$, 可求得梯形的面积,

②当点 P 在梯形 ABCD 外部时, 由 $MN=2$ 及与 (2) 相同的方法得: $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{2} \times 2 = 8 - x$, $AE = x = 4$, 可求得梯形的面积.

【解答】解: (1) 过 D 作 $DH \perp BC$, DH 与 EF、BC 分别相交于点 G、H,

\because 梯形 ABCD 中, $\angle B = 90^\circ$,

$\therefore DH \parallel AB$,

又 $\because AD \parallel BC$,

\therefore 四边形 ABHD 是矩形,

$\because \angle C = 45^\circ$,

$\therefore \angle CDH = 45^\circ$,

$\therefore CH = DH = AB = 8$,

$\therefore AD = BH = BC - CH = 6$.

(2) $\because DH \perp EF$, $\angle DFE = \angle C = \angle FDG = 45^\circ$,

$\therefore FG = DG = AE = x$,

$\because EG = AD = 6$,

$\therefore EF = x + 6$,

$\because PE = PF$, $EF \parallel BC$,

$\therefore \angle PFE = \angle PEF = \angle PMN = \angle PNM$,

$\therefore PM = PN$,

过点 P 作 $QR \perp EF$, QR 与 EF、MN 分别相交于 Q、R,

$\because \angle MPN = \angle EPF = 90^\circ$, $QR \perp MN$,

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}(x+6), \quad PR = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}y,$$

$\because QR = BE = 8 - x$,

$$\therefore \frac{1}{2}(x+6) + \frac{1}{2}y = 8 - x,$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -3x + 10$. 定义域为 $1 \leq x < \frac{10}{3}$.

(3) 当点 P 在梯形 $ABCD$ 内部时, 由 $MN=2$ 及 (2) 的结论得 $2 = -3x + 10$, $AE = x = \frac{8}{3}$,

$$\therefore S_{\text{梯形}AEFD} = \frac{1}{2}(AD+EF) \cdot AE = \frac{1}{2}(6+6+\frac{8}{3}) \times \frac{8}{3} = \frac{176}{9},$$

当点 P 在梯形 $ABCD$ 外部时, 由 $MN=2$ 及与 (2) 相同的方法得: $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{2} \times 2 = 8 - x$, $AE = x = 4$,

$$\therefore S_{\text{梯形}AEFD} = \frac{1}{2}(AD+EF) \cdot AE = \frac{1}{2}(6+6+4) \times 4 = 32.$$

