

2020—2021 学年度九年级 9 月质量检测

数学试卷

一、选择题(共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

下列各题中均有四个备选答案,其中有且只有一个正确,请在答题卡上将正确答案的代号涂黑.

1. 方程 $x^2 - 3x = 4$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别为

- A. 1, -3, 4 B. 1, -3, -4 C. -3, 1, 4 D. -3, 1, -4

2. 已知 $x = -2$ 是关于 x 的方程 $2x^2 - 4a = 0$ 的一个解,则 a 的值是

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

3. 将一元二次方程 $x^2 - 8x - 5 = 0$ 化成 $(x + a)^2 = b$ (a, b 为常数)的形式,则 a, b 的值分别是

- A. -4, 21 B. -4, 11 C. 4, 21 D. -8, 69

4. 为迎接国际网球精英赛,某款桑普拉斯网球包原价 168 元,连续两次降价 $a\%$ 后售价为 128 元,下列所列方程正确的是

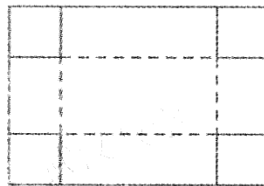
- A. $168(1 - a\%)^2 = 128$ B. $168(1 + a\%)^2 = 128$
C. $168(1 - 2a\%) = 128$ D. $168(1 - a^2\%) = 128$

5. 将抛物线 $y = x^2$ 向上平移 3 个单位长度,再向右平移 5 个单位长度,所得到的抛物线为

- A. $y = (x + 3)^2 + 5$ B. $y = (x - 3)^2 + 5$ C. $y = (x + 5)^2 + 3$ D. $y = (x - 5)^2 + 3$

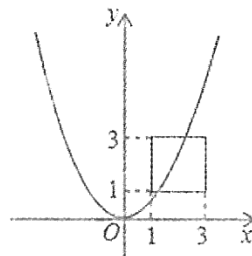
6. 如图,把一块长为 40cm,宽为 30cm 的矩形硬纸板的四角剪去四个相同小正方形,然后把纸板的四边沿虚线折起,并用胶带粘好,即可做成一个无盖纸盒.若该无盖纸盒的底面积为 600cm^2 ,设剪去小正方形的边长为 x cm,则可列方程为

- A. $(30 - 2x)(40 - x) = 600$ B. $(30 - x)(40 - x) = 600$
C. $(30 - x)(40 - 2x) = 600$ D. $(30 - 2x)(40 - 2x) = 600$



7. 如图,正方形三个顶点的坐标依次为 $(3, 1)$, $(1, 1)$, $(1, 3)$.若抛物线 $y = ax^2$ 的图象与正方形的边有公共点,则实数 a 的取值范围是

- A. $\frac{1}{9} \leq a \leq 3$ B. $\frac{1}{9} \leq a \leq 1$
C. $\frac{1}{3} \leq a \leq 3$ D. $\frac{1}{3} \leq a \leq 1$



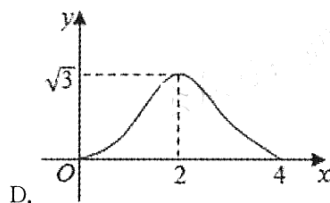
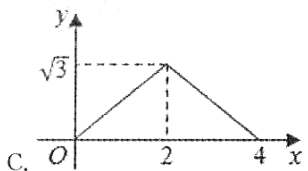
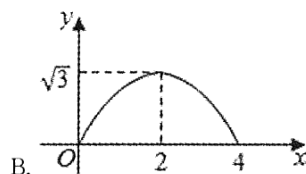
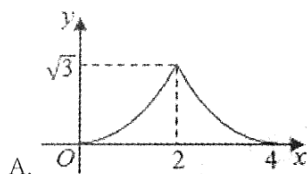
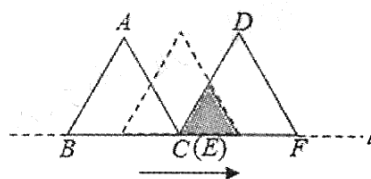
8. 关于 x 的方程 $(x - 1)(x + 2) = p^2$ (p 为常数)的根的情况,下列结论中正确的是

- A. 两个正根 B. 两个负根
C. 一个正根,一个负根 D. 无实数根

9. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a < 0$) 经过 $A(2, 0), B(-4, 0)$ 两点, 若点 $P(-5, y_1), Q(\pi, y_2), R(5, y_3)$ 该抛物线上, 则

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 = y_3 < y_2$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

10. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 都是边长为 2 的等边三角形, 它们的边 BC, EF 在同一条直线 l 上, 点 C, E 重合. 现将 $\triangle ABC$ 在直线 l 向右移动, 直至点 B 与 F 重合时停止移动. 在此过程中, 设点 C 移动的距离为 x , 两个三角形重叠部分的面积为 y , 则 y 随 x 变化的函数图象大致为



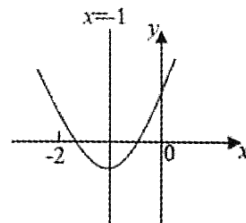
二、填空题(共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 方程 $x^2 - 4 = 0$ 的根是_____.

12. 某种植物的主干长出若干数目的支干, 每个支干又长出同样数目的小分支, 主干、支干和小分支的总数是 73, 求每个支干长出多少小分支? 如果设每个支干长出 x 个小分支, 那么依题意可得方程为_____.

13. 抛物线 $y = x^2 + 2x + 5$ 的顶点坐标是_____.

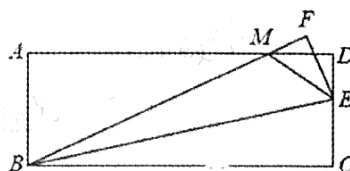
14. 直线 $y = x + a$ 不经过第二象限, 则关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 实数解的个数是_____.



15. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 对称轴为直线 $x = -1$, 下列四个结论:

- ① $b^2 > 4ac$; ② $abc > 0$; ③ $a - c < 0$; ④ $am^2 + bm \geq a - b$ (m 为任意实数). 其中正确的结论是_____ (填写序号).

16. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB = 5$, E 为边 CD 上一点, $DE = 2$, 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠, 点 C 落在 F 处, BF 交 AD 于点 M , 若 $\angle MEB = 45^\circ$, 则 BC 的长为_____.



三、解答题(共 8 小题,共 72 分)

17.(本题 8 分)解方程:

$$(1)x^2 = -\sqrt{2}x$$

$$(2)x^2 + 4x - 3 = 0$$

18.(本题 8 分)参加某次商品交易会的每两家公司之间都签订了一份合同,所有公司共签订了 45 份合同,共有多少家公司参加商品交易会?

19.(本题 8 分)去年某商店“十一黄金周”进行促销活动期间,前六天的总营业额为 450 万元,第七天的营业额是前六天总营业额的 12%.

(1)求该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额;

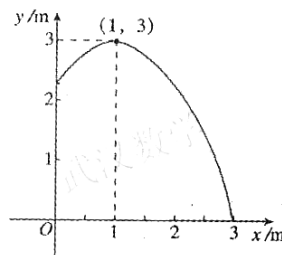
(2)去年,该商店 7 月份的营业额为 350 万元,8、9 月份营业额的月增长率相同,“十一黄金周”这七天的总营业额与 9 月份的营业额相等.求该商店去年 8、9 月份营业额的月增长率.

20.(本题 8 分)已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 的两个实数根,满足 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = k - 2$, 求 k 的值.

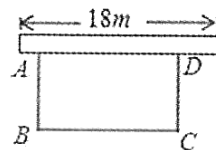
21.(本题 8 分)

(1)抛物线 $y = ax^2 + c$ 经过 $A(2, 3), B(-1, -3)$ 两点,求该抛物线的解析式;

(2)如图,要修建一个圆形喷水池,在池中心竖直安装一根水管,在水管的顶端安一个喷水头,使喷出的抛物线形水柱在与池中心的水平距离为 1m 处达到最高,高度为 3m,水柱落地处离池中心 3m,水管应多长?



22.(本题 10 分)某单位不断美化环境,拟在一块矩形空地上修建绿色植物园,其中一边靠墙,可利用的墙长不超过 18m,另外三边由 36m 长的栅栏围成.设矩形 $ABCD$ 空地中,垂直于墙的边 $AB = x$ m,面积为 y m^2 (如图).



(1)求 y 与 x 之间的函数关系式,并写出自变量 x 的取值范围;

(2)若矩形空地的面积为 160m^2 ,求 x 的值;

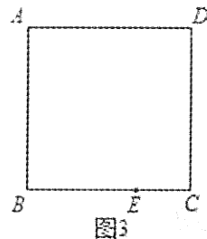
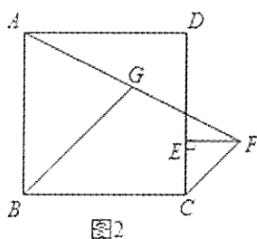
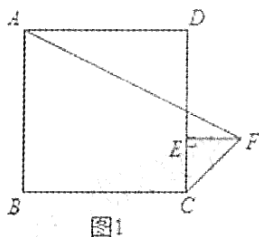
(3)矩形空地的面积能否为 164m^2 ,若能,求 x 的值;不能,请说明理由.

23.(本题 10 分)已知正方形 $ABCD$ 和等腰 $\text{Rt}\triangle CEF$, $\angle CEF=90^\circ$, $CE=EF$, 连接 AF .

(1)如图 1, 点 E 在 CD 边上, 若 $EF=2$, $AD=6$, 求 AF 的长;

(2)如图 2, 点 E 在 CD 边上, 点 G 为 AF 的中点, 求证: $AD+EF=\sqrt{2}BG$;

(3)如图 3, 点 E 在 BC 边上, 点 G 为 AF 的中点, 若 $BE=4$, $CE=2$, 则 BG 的长为 _____
(直接填写结果).

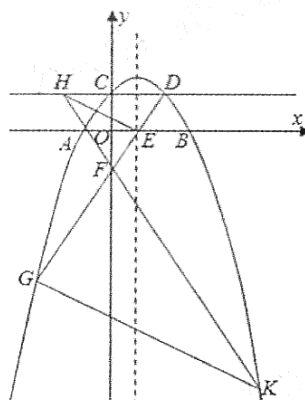
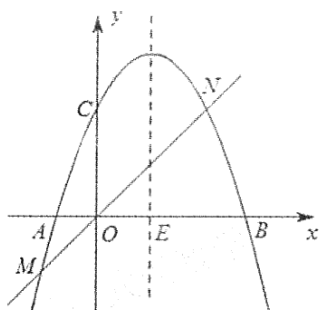


24.(本题 12 分)抛物线 $y=ax^2-2ax-3a$ ($a<0$) 交 x 轴于点 A 、 B , 交 y 轴于点 C , 它的对称轴交 x 轴于点 E .

(1)直接写出点 E 的坐标为 _____;

(2)如图 1, 直线 $y=x$ 与抛物线交于点 M 、 N , 求 $OM \cdot ON$ 的值;

(3)如图 2, 过点 C 作 $CD \parallel x$ 轴交抛物线于点 D , 连接 DE 并延长交 y 轴于点 F , 交抛物线于点 G . 直线 AF 交 CD 于点 H , 交抛物线于点 K , 连接 HE 、 GK , 求证: $HE \parallel GK$.



2020---2021 学年度九年级 9 月质量检测数学答案

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. B 2.D 3.A 4. CA 5.D 6.D 7.A 8. C 9.D 10.A

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. $x_1=2, x_2=-2$ 12. $x^2+x+1=73$ 13. $(-1, 4)$

14. 1 或 2 15. ① ② ④ 16. 15

（第 11、14、15 题的评分标准为 0 分或 3 分）

三、解答题（共 8 小题，共 72 分）

17. 解：（1）移项，得 $x^2 + \sqrt{2}x = 0$

因式分解，得 $x(x + \sqrt{2}) = 0$ (2 分)

$\therefore x_1 = 0, x_2 = -\sqrt{2}$ (4 分)

（2）移项，得 $x^2 + 4x = 3$

配方，得 $x^2 + 4x + 4 = 3 + 4$

$(x + 2)^2 = 7$ (2 分)

两边开平方，得 $x + 2 = \pm\sqrt{7}$

$\therefore x_1 = -2 + \sqrt{7}, x_2 = -2 - \sqrt{7}$ (4 分)

（其他解题方法，对应给分）

18. 解：设共有 x 家公司参加商品交易会. (1 分)

依题意得 $\frac{1}{2}x(x-1) = 45$ (5 分)

$$x^2 - x - 90 = 0$$

解得 $x_1 = 10, x_2 = -9$ （不合题意，舍去）. (7 分)

答：设共有 10 家公司参加商品交易会. (8 分)

19. 解：（1） $450 + 450 \times 12\% = 504$ （万元）. (2 分)

答：该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额为 504 万元.

（2）设该商店去年 8、9 月份营业额的月增长率为 x ,

依题意，得： $350(1+x)^2 = 504$, (5 分)

解得： $x_1 = 0.2 = 20\%, x_2 = -2.2$ （不合题意，舍去）. (7 分)

答：该商店去年 8、9 月份营业额的月增长率为 20%. (8 分)

20. 解: \because 一元二次方程 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 有两个实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (k+2) \geq 0, \text{ 解得: } k \leq -1. \quad (3 \text{ 分})$$

$\because x_1, x_2$ 是一元二次方程 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 的两个实数根,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2, \quad x_1 x_2 = k + 2. \quad (4 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = k - 2,$$

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2}{k + 2} = k - 2, \quad \therefore k^2 - 6 = 0, \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{解得: } k_1 = -\sqrt{6}, \quad k_2 = \sqrt{6}. \quad (7 \text{ 分})$$

$$\text{又} \because k \leq -1, \therefore k = -\sqrt{6}. \quad (8 \text{ 分})$$

21. 解: (1) 依题意, 得 $\begin{cases} 4a + c = 3 \\ a + c = -3 \end{cases}$, (2 分) 解方程组得 $\begin{cases} a = 2 \\ c = -5 \end{cases}$ (3 分)

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = 2x^2 - 5.$$

(2) 依题意点 (1,3) 是抛物线的顶点, (4分)

$$\text{可设这段抛物线对应的函数解析式是 } y = a(x-1)^2 + 3. \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{由这段抛物线经过点 } (3,0), \text{ 可得 } 0 = a(3-1)^2 + 3, \text{ 解得 } a = -\frac{3}{4}. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{因此 } y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 + 3. \quad (7 \text{ 分})$$

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=2.25, \text{ 也就是说, 水管应 } 2.25\text{m} \text{ 长.} \quad (8 \text{ 分})$$

22. 解: (1) $y = x(36 - 2x) = -2x^2 + 36x$. (3 分)

$$(2) \text{ 由题意: } -2x^2 + 36x = 160, \text{ 解得 } x=10 \text{ 或 } 8. \quad (5 \text{ 分})$$

$$\because x=8 \text{ 时, } 36 - 16 = 20 < 18,$$

$$\text{不符合题意, } \therefore x \text{ 的值为 } 10. \quad (6 \text{ 分})$$

$$(3) -2x^2 + 36x = 164, \quad \text{即 } x^2 - 18x = -82 \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore x^2 - 18x + 81 = -82 + 81,$$

$$(x-9)^2 = -1 < 0, \quad \text{此方程没有实数根,} \quad (9 \text{ 分})$$

$$\text{故矩形空地的面积不能为 } 164\text{m}^2. \quad (10 \text{ 分})$$

(也可以由 $\Delta < 0$ 来判断)

23. (1)解：连接 AC， \because 四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore DC=AD=6, \angle ACD=45^\circ, \angle D=90^\circ, \therefore AC=6\sqrt{2}, \quad (1 \text{ 分})$$

$$\because \angle CEF=90^\circ, CE=EF=2,$$

$$\therefore \angle ECF=45^\circ, CF=2\sqrt{2}, \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle ACF=90^\circ, \therefore AF=\sqrt{AC^2+CF^2}=4\sqrt{5}. \quad (3 \text{ 分})$$

(2)证明：延长 AB、FC 交于点 H，

$$\because \text{四边形 ABCD 是正方形}, \therefore AB=AD=BC, \angle ABC=\angle BCD=90^\circ,$$

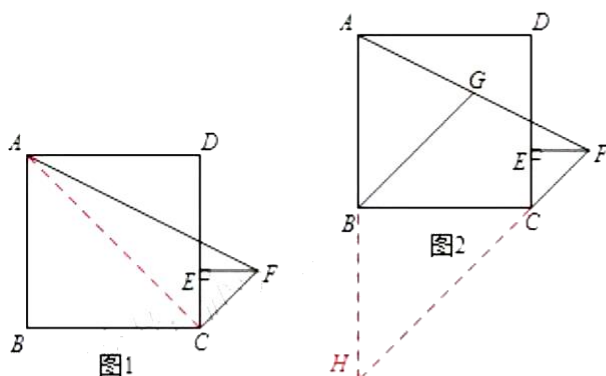
$$\because \angle ECF=45^\circ, \therefore \angle BCH=45^\circ=\angle H, \quad (4 \text{ 分})$$

$$\therefore BH=BC=AB, HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=\sqrt{2AD^2}=\sqrt{2}AD, \quad (5 \text{ 分})$$

$$\because \angle CEF=90^\circ, CE=EF, \therefore CF=\sqrt{CE^2+EF^2}=\sqrt{2}EF, \therefore HF=\sqrt{2}AD+\sqrt{2}EF,$$

$$\because G \text{ 为 } AF \text{ 的中点}, \therefore HF=2BG, \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore \sqrt{2}AD+\sqrt{2}EF=2BG, \therefore AD+EF=\sqrt{2}BG. \quad (7 \text{ 分})$$



$$(3) 2\sqrt{5} \text{ 或 } 2\sqrt{2}$$

(10 分，只对一个答案给 1 分，全对给 3 分)

$$24. \text{ 解：(1) } E(1, 0); \quad (2 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 设 } M(x_1, y_1), N(x_2, y_2).$$

$$\text{由 } \begin{cases} y=x \\ y=ax^2-2ax-3a \end{cases} \text{ 得, } ax^2-(2a+1)x-3a=0, \quad (3 \text{ 分})$$

$$\therefore x_1x_2=-3 \quad (4 \text{ 分})$$

$$\because OM=-\sqrt{2}x_1, ON=\sqrt{2}x_2; \quad (5 \text{ 分})$$

$$\therefore OM \cdot ON = -2x_1x_2 = 6. \quad (6 \text{ 分})$$

(3) 证明：由题意 $A(-1, 0)$, $F(0, 3a)$,

$$D(2, -3a), H(-2, -3a), E(1, 0), \quad (8 \text{ 分})$$

\therefore 直线 AF 的解析式 $y=3ax+3a$, 直线 DF 的解析式为 $y=-3ax+3a$,

$$\text{由} \begin{cases} y=3ax+3a \\ y=ax^2-2ax-3a \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=6 \\ y=21a \end{cases},$$

$$\therefore K(6, 21a), \quad (9 \text{ 分})$$

$$\text{由} \begin{cases} y=-3ax+3a \\ y=ax^2-2ax-3a \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=2 \\ y=-3a \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-3 \\ y=12a \end{cases},$$

$$\therefore G(-3, 12a), \quad (10 \text{ 分})$$

\therefore 直线 HE 的解析式为 $y=ax-a$, 直线 GK 的解析式为 $y=ax+15a$, (11 分)

$\because k$ 相同, $\therefore HE \parallel GK$. (12 分)