

## 一、选择题（本大题共 10 小题，共 38.0 分）

1. 如果  $3x=2y$  ( $x, y$  均不为零), 那么  $x:y$  的值是 ( )

- A.  $\frac{3}{2}$       B.  $\frac{2}{3}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{3}{5}$

2. 下列图形中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ( )



3. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $m^3 + m^2 = m^5$       B.  $m^3 \cdot m^2 = m^6$       C.  $(1-m)(1+m) = m^2 - 1$       D.  $\frac{-4}{2(1-m)} = \frac{2}{m-1}$

4. 甲、乙、丙、丁四名学生近 5 次数学成绩的平均数都是 110 分, 方差如下表, 则这四名学生成绩最稳定的是 ( )

学生	甲	乙	丙	丁
方差 ( $s^2$ )	11.6	6.8	7.6	2.8

- A. 甲      B. 乙      C. 丙      D. 丁

5. 若在同一直角坐标系中, 作  $y=x^2$ ,  $y=x^2+2$ ,  $y=-2x^2+1$  的图象, 则它们 ( )

- A. 都关于  $y$  轴对称      B. 开口方向相同      C. 都经过原点      D. 互相可以通过平移得到

6. 一个矩形苗圃园, 其中一边靠墙, 墙长 20m, 另外三边由篱笆围成, 篱笆长度为 30m, 则垂直于墙的一边的长度  $x$  取值范围为 ( )

- A.  $5 \leq x < 15$       B.  $0 < x \leq 20$       C.  $5 \leq x \leq 20$       D.  $0 < x < 15$

7. 关于反比例函数  $y = -\frac{12}{x}$ , 下列说法不正确的是 ( )

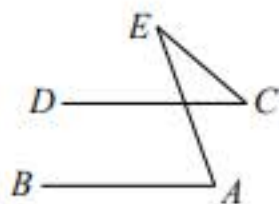
- A. 函数图象分别位于第二、四象限      B. 函数图象关于原点成中心对称  
C. 函数图象经过点  $(-6, -2)$       D. 当  $x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大

8. 如图, 直线  $AB \parallel CD$ ,  $\angle A = 70^\circ$ ,  $\angle C = 40^\circ$ , 则  $\angle E$  等于 ( )

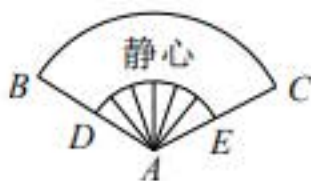
- A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $70^\circ$

9. 如图, 一扇形纸扇完全打开后, 外侧两竹条  $AB$  和  $AC$  的夹角为  $120^\circ$ ,  $AB$  为 25cm, 贴纸部分的宽  $BD$  为 15cm, 若纸扇两面贴纸, 则贴纸的面积为 ( )

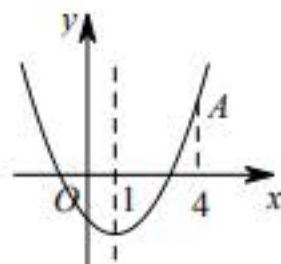
- A.  $175\pi \text{ cm}^2$       B.  $350\pi \text{ cm}^2$       C.  $\frac{800}{3}\pi \text{ cm}^2$       D.  $150\pi \text{ cm}^2$



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

10. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的大致图象如图所示, 顶点坐标为  $(1, -4a)$ , 点  $A(4, y_1)$  是该抛物线上一点, 若点  $D(x_2, y_2)$  是抛物线上任意一点, 有下列结论: ①  $4a - 2b + c > 0$ ; ② 若  $y_2 > y_1$ , 则  $x_2 > 4$ ; ③ 若  $0 \leq x_2 \leq 4$ , 则  $0 \leq y_2 \leq 5a$ ; ④ 若方程  $a(x+1)(x-3) = -1$  有两个实数根  $x_1$  和  $x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ , 则  $-1 < x_1 < x_2 < 3$ 。

其中正确结论的个数是 ( )

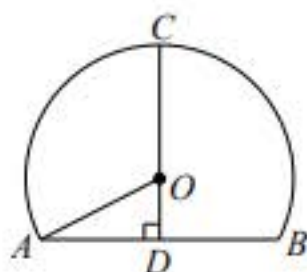
- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

## 二、填空题 (本大题共 6 小题, 共 21.0 分)

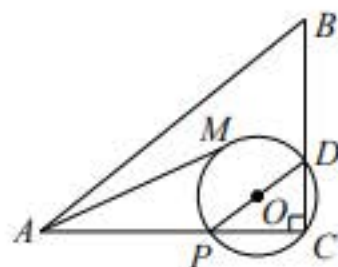
11. 在某校举行的“人人崇尚美, 个个奉献爱”的演讲比赛中, 有 9 名学生参加决赛, 他们决赛的最终成绩各不相同, 其中一位同学想知道自己是否进入前 5 名, 不仅要了解自己的成绩, 还要了解这 8 名学生成绩的\_\_\_\_\_ (填“平均数”、“中位数”或“众数”)

12. 分解因式:  $2a^2 - 8b^2 =$ \_\_\_\_\_。

13. 如图是一个高速公路隧道的横截面, 若它的形状是以  $O$  为圆心的圆的一部分, 路面  $AB = 8$  米, 净高  $CD = 8$  米, 则此圆的半径  $OA$  为\_\_\_\_\_米。



第 13 题图



第 16 题图

14. 以  $40\text{m/s}$  的速度将小球沿与地面成  $30^\circ$  角的方向击出时, 球的飞行路线是一条抛物线。如果不考虑空气阻力, 球的飞行高度  $h$  (单位:  $\text{m}$ ) 与飞行时间  $t$  (单位:  $\text{s}$ ) 之间具有函数关系:  $h = 20t - 5t^2$ , 那么球从飞出到落地要用的时间是\_\_\_\_\_。

15. 已知点  $P(a, b)$  在直线  $y = \frac{1}{2}x - 1$  上, 点  $Q(-a, 2b)$  在直线  $y = x + 1$  上, 则代数式  $a^2 - 4b^2 - 1$  的值为\_\_\_\_\_。

16. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $BC = 8$ , 点  $D$  是  $BC$  上一点,  $BC = 3CD$ , 点  $P$  是线段  $AC$  上一个动点, 以  $PD$  为直径作  $\odot O$ , 点  $M$  为  $PD$  的中点, 连接  $AM$ , 则  $AM$  的最小值为\_\_\_\_\_。

## 三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 38.0 分)

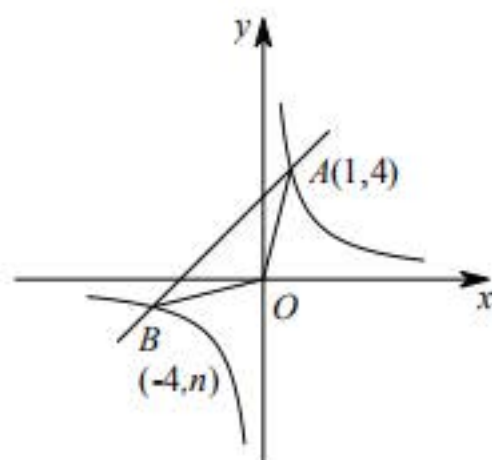
17. 计算:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (2017 - \pi)^0 + \sqrt{(-3)^2} - |-2|$



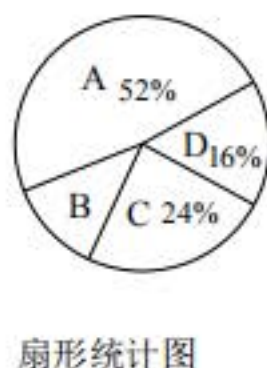
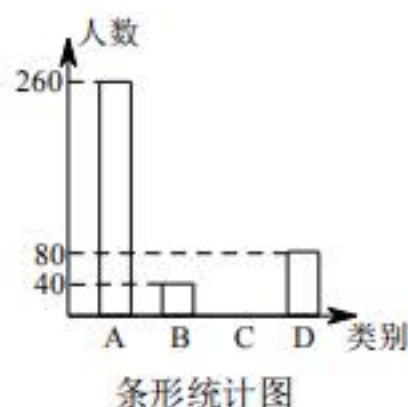
18. 先化简，再求值  $\frac{2x}{x+1} - \frac{2x-4}{x^2-1} \div \frac{x-2}{x^2-2x+1}$ ，然后在不等式  $x \leq 2$  的非负整数解中选择一个适当的数代入求值。

19. 如图，已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象与一次函数  $y = x + b$  的图象交于点  $A(1, 4)$ ，点  $B(-4, n)$ 。

- (1) 求  $n$  和  $b$  的值；
- (2) 求  $\triangle OAB$  的面积；
- (3) 直接写出一次数函数值大于反比例函数值的自变量  $x$  的取值范围。



20. 2020 年是决胜全面建成小康社会冲锋之年，为进一步加快脱贫攻坚步伐，某市出台了民生兜底、医保脱贫、教育救助、产业扶持、养老托管和易地搬迁这六种帮扶措施，每户贫困户都享受了 2 到 5 种帮扶措施，现把享受了 2 种、3 种、4 种和 5 种帮扶措施的贫困户分别称为 A、B、C、D 类贫困户，为检查帮扶措施是否落实，随机抽取了若干贫困户进行调查，现将收集的数据绘制成下面两幅不完整的统计图：

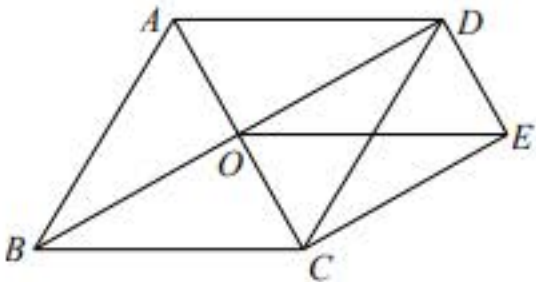


请根据图中信息回答下面的问题：

- (1) 求本次抽样调查贫困户总户数，并补全条形统计图；
- (2) 若该地共有 15000 户贫困户，请估计至少得到 3 项帮扶措施的大约有多少户；
- (3) 为更好地做好精准扶贫工作，现准备从 D 类贫困户中的甲、乙、丙、丁四户中随机选取两户进行重点帮扶，请用列表法或画树状图的方法，求出恰好选中甲和丙的概率。

21.如图， $AD \parallel BC$ ， $AC$  平分  $\angle BAD$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$ ， $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ， $CE \parallel BD$ ， $DE \parallel AC$ 。

- (1) 求证：四边形  $ABCD$  是菱形；
- (2) 若  $AC=6$ ， $BD=10$ ，求  $OE$  的长。

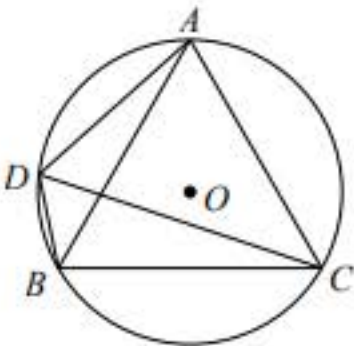


22 某网店专售一品牌牙膏，其成本为 22 元/支，销售中发现，该商品每天的销售量  $y$ （支）与销售单价  $x$ （元/支）之间存在一次函数关系，当售价为 30 元时销售量为 100 支，售价为 35 元时销售量为 50 支。

- (1) 请求出  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；
- (2) 该品牌牙膏销售单价定为多少元时，每天销售利润最大？最大利润是多少元？
- (3) 该网店店主决定从每天获得的利润中抽出 100 元捐给希望工程，为了保证捐款后每天剩余的利润不低于 350 元，请你给该网店店主提供一个合理化的销售单价范围。

23.如图， $\odot O$  为等边  $\triangle ABC$  的外接圆，半径为 4，点  $D$  在劣弧  $AB$  上运动（不与点  $A$ 、 $B$  重合），连接  $DA$ 、 $DB$ 、 $DC$ 。

- (1) 求证： $DC$  是  $\angle ADB$  的平分线；
- (2) 四边形  $ADBC$  的面积  $S$  是线段  $DC$  长  $x$  的函数吗？如果是，请求出函数解析式；如果不是，请说明理由；
- (3) 若点  $M$ 、 $N$  分别在线段  $CA$ ， $CB$  上运动（不含端点），经过探究发现，点  $D$  运动到每一个确定位置， $\triangle DMN$  的周长有最小值  $t$ ，随着点  $D$  的运动， $t$  的值会发生变化，求所有  $t$  值中的最大值。



24. 对于给定的两个函数  $y = k_1x + b_1$  ( $k_1 \neq 0$ ) 和  $y = k_2x + b_2$  ( $k_2 \neq 0$ ), 在这里我们把  $y = (k_1x + b_1)(k_2x + b_2)$  ( $k_1 \neq 0$ ,  $k_2 \neq 0$ ) 叫做这两个函数的“友好”函数。

(1) 写出函数  $y = x + 1$  和  $y = -x + 3$  的“友好”函数, 然后写出这个“友好”函数的图象与  $x$  轴交点的坐标;

(2) 已知函数  $y = -x + 2n$  和  $y = x$ , 当它们的“友好”函数自变量的取值范围是  $-1 \leq x \leq 3$ , 且当  $n \geq 3$  时这个“友好”函数的最大值是 9, 求  $n$  的值以及这个“友好”函数的最小值;

(3) 已知函数  $y = -x + 2n$  和  $y = x$ , 当它们的“友好”函数的自变量的取值范围是  $\frac{1}{2}n - \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$  时, 写出这个“友好”函数的图象在变化过程中最高点的纵坐标  $y$  与  $n$  之间的函数关系式。

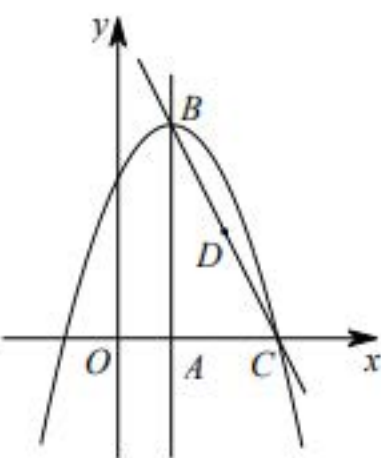


25.如图①，抛物线  $y = ax^2 + x + c$  经过点  $C(3,0)$ ，顶点为  $B$ ，对称轴  $x=1$  与  $x$  轴相交于点  $A$ ， $D$  为线段  $BC$  的中点。

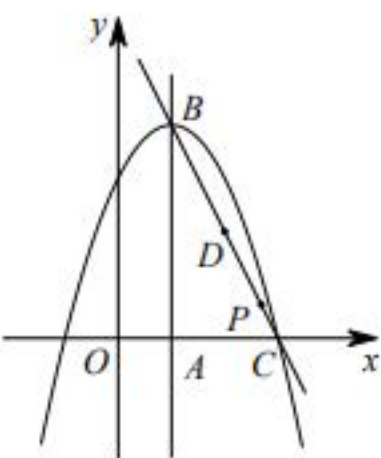
- (1) 求抛物线的解析式；
- (2)  $P$  为线段  $BC$  上任意一点， $M$  为  $x$  轴上一动点，连接  $MP$ ，以点  $M$  为中心，将  $\triangle MPC$  逆时针旋转  $90^\circ$ ，记点  $P$  的对应点为点  $E$ ，点  $C$  的对应点为  $F$ ，当直线  $EF$  与抛物线  $y = ax^2 + x + c$  只有一个交点时，求点  $M$  的坐标；

(3)  $\triangle MPC$  在 (2) 的旋转变换下，若  $PC = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (如图②)

- ①求证:  $EA=ED$ ;
- ②当点  $E$  在 (1) 所求的抛物线上时，求线段  $CM$  的长。



图①



图②

# 2020-2021青-九上第一次月考

## 一. 选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	D	D	A	A	C	A	B	B

## 二. 填空题

11. 1中位数

12.  $2(a+2b)(a-2b)$

13. 5

14. 45

15. 1

16.  $5\sqrt{2}$

10. 解:  $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a+b+c = -4a \end{cases}$  得:  $\begin{cases} b = -2a \\ c = -3a \end{cases}$

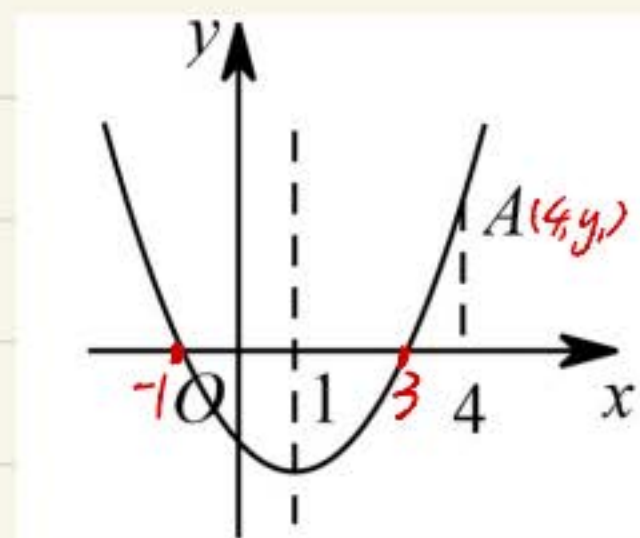
$\therefore y = a(x^2 - 2x - 3)$  令  $y = 0$ .  $x_1 = -1$ .  $x_2 = 3$

$\therefore$  当  $x = -2$  时  $y = 4a - 2b + c > 0$  故①正确

$y_2 > y_1$  时,  $x_2 > 4$  或  $x_2 < -2$ . 故②错误

$\therefore$  顶点坐标  $(1, -4a)$   $\therefore 0 \leq x \leq 4$  时,  $-4a \leq y_2 \leq y_1$  故③错误

$y = -1$  与  $y = a(x^2 - 2x - 3)$  交点在  $x$  轴下方.  $\therefore -1 < x_1 < x_2 < 3$  故④正确

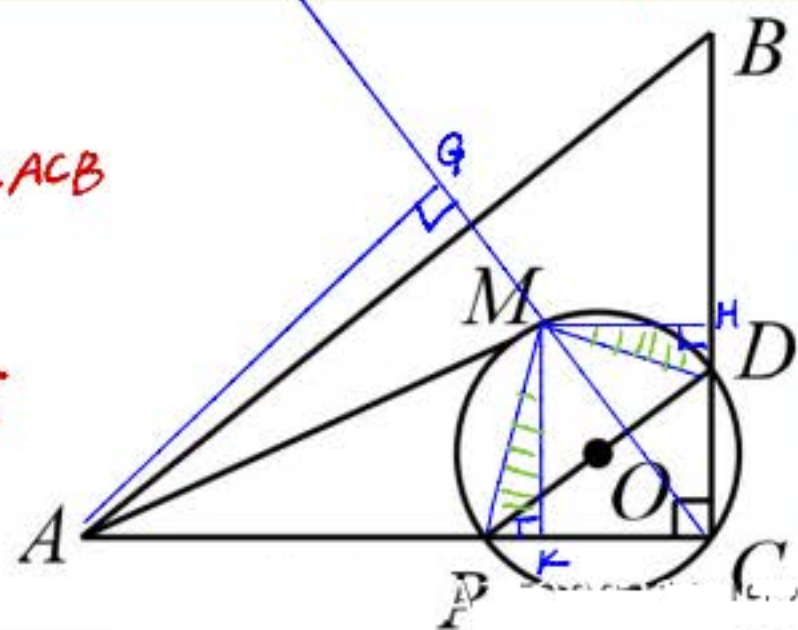


16题解析: 过点M作  $MP \perp AC$ ,  $MH \perp BC$

易证  $\triangle MPK \cong \triangle MHD$  (AAS)  $\therefore MP = MH \therefore CM$  平分  $\angle ACB$

则  $\angle MCA = 45^\circ$  为定值. 过点A作  $AG \perp CM$  于点G.

当点M与点G重合时,  $AM$  最小.  $\therefore AM_{\min} = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$





### 三. 解答题

17. 原式  $= (3)^2 - 1 + 3 - 2$   
 $= 9$

18. 原式  $= \frac{2x}{x+1} - \frac{2(x-2)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x-2)}$   
 $= \frac{2x}{x+1} + \frac{-2x+2}{x+1} = \frac{2}{x+1}$

由题得  $\begin{cases} x+1 \neq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \\ x-2 \neq 0 \\ (x-1)^2 \neq 0 \end{cases} \therefore x \neq \pm 1 \text{ 且 } x \neq 2, \text{ 又 } \because x \leq 2 \text{ 且为非负整数,}$

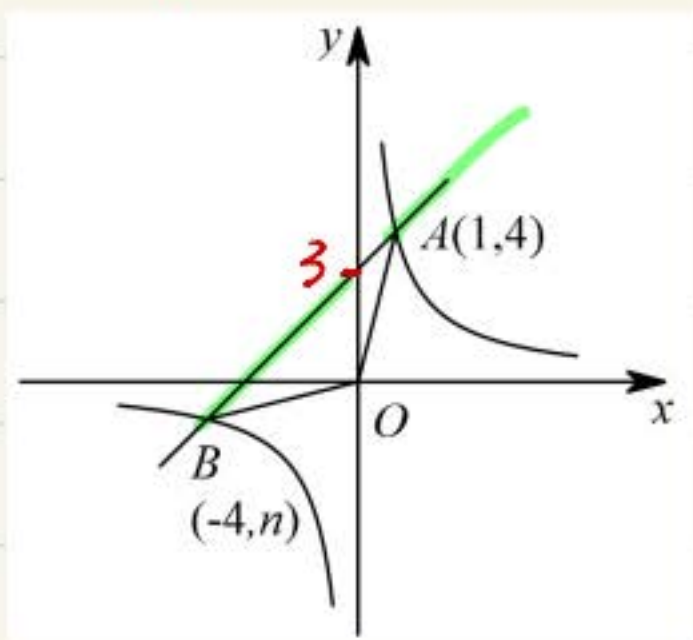
$\therefore x=0$ , 将  $x=0$  代入  $\frac{2}{x+1} = 2$

19. (1)  $n=-1, b=3, k=4$

(2)  $y=x+3$ ,  $\therefore$  当  $x=0$  时,  $y=3$

$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times (1+4) \times 3 = \frac{15}{2}$

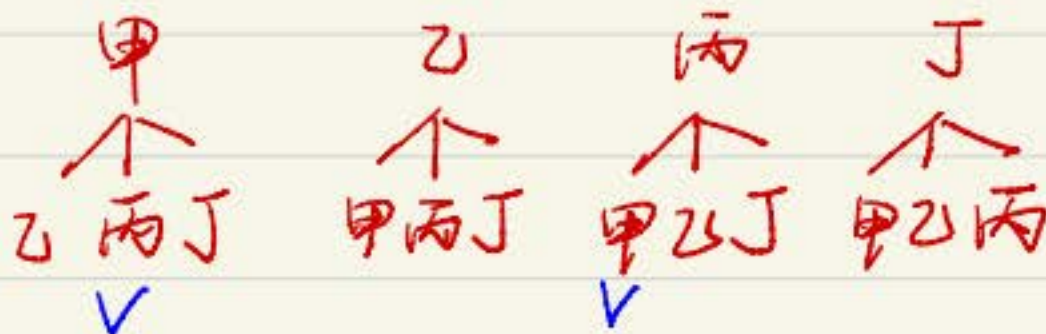
(3) 如图:  $x > 1$  或  $-4 < x < 0$



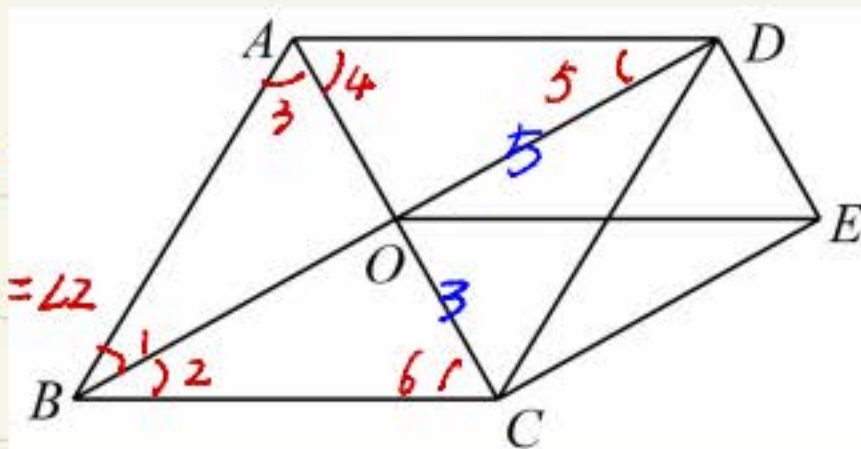
20. (1) 总户: 500人, C: 120人

(2) 约:  $15000 \times (8\% + 24\% + 16\%) = 7200$  户

(3)  $P(\text{甲和乙}) = \frac{1}{6}$







21. (1) 证明:  $\because AD \parallel BC, \therefore \angle 4 = \angle 6, \angle 2 = \angle 5$

又  $\because AC$  平分  $\angle BAD, BD$  平分  $\angle ABC, \therefore \angle 3 = \angle 4, \angle 1 = \angle 2$

$\therefore \angle 1 = \angle 5, AB = AD, \angle 3 = \angle 6, AB = BC$

$\therefore AD \parallel BC, \therefore$  四边形  $ABCD$  为平行四边形, 又  $\because AB = AD$

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形.

(2)  $\because ABCD$  为菱形,  $\therefore OC = 3, OD = 5$ , 且  $\angle DOC = 90^\circ$ , 又  $\because CE \parallel BD, DE \parallel AC$

$\therefore$  四边形  $OCED$  为矩形,  $\therefore OE = DC = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

22. (1)  $y = -10x + 400$

(2)  $W = (x - 22)(-10x + 400)$

$$= -10(x - 31)^2 + 810$$

$\therefore$  当  $x = 31$  时,  $W_{\max} = 810$  元

(3)  $-10(x - 31)^2 + 810 - 100 \geq 350$

$$(x - 31)^2 \leq 36$$

$$\therefore -6 \leq x - 31 \leq 6 \Rightarrow 25 \leq x \leq 37$$

23. (1)  $\because \triangle ABC$  为等边三角形  $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$

又  $\because AC = AC, \therefore \angle 3 = \angle 2 = 60^\circ$

$BC = BC, \therefore \angle 1 = \angle 4 = 60^\circ, \therefore \angle 3 = \angle 4 = 60^\circ$

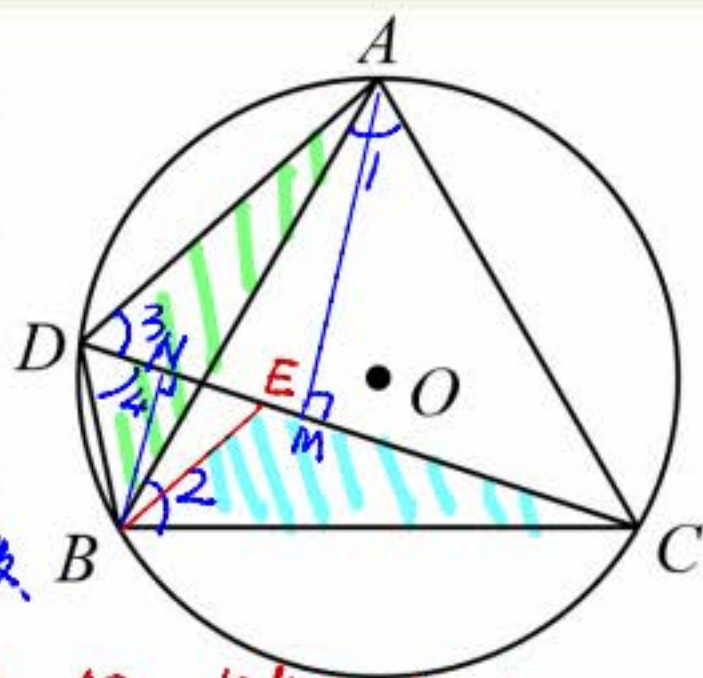
$\therefore DC$  平分  $\angle ADB$ .

(2) 在  $DC$  上截取一点  $E$ , 使得  $DE = DB$ .  $S$  是  $x$  的函数.

则  $\triangle DEB$  为等边三角形, 易证  $\triangle BDA \cong \triangle BEC, \therefore EC = AD$  则  $DC = AD + BD$

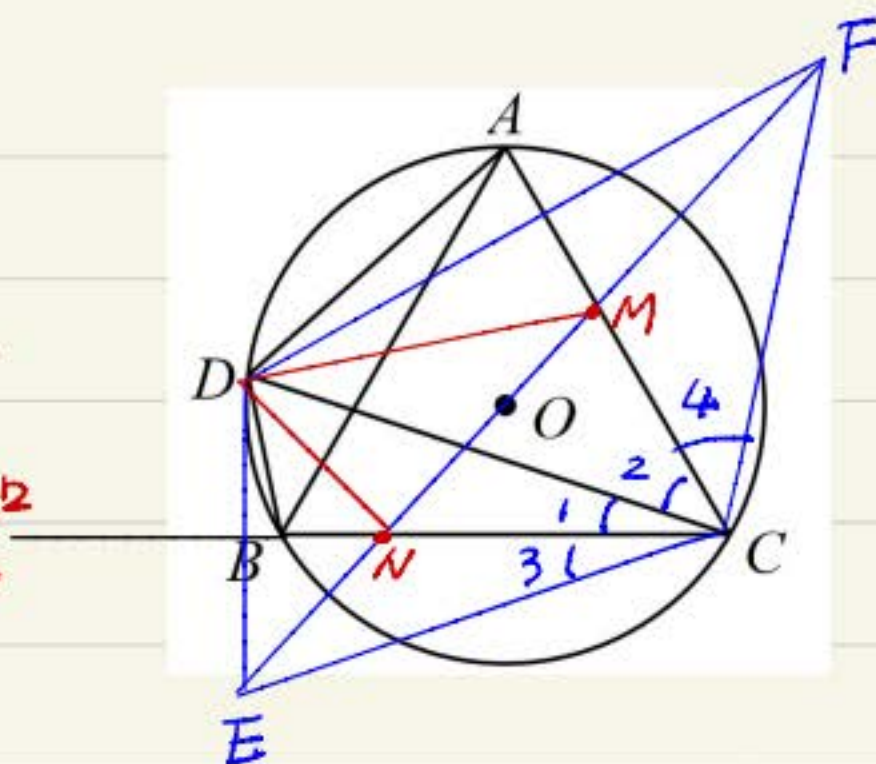
作  $AM \perp CD$  于点  $M, BN \perp CD$  于点  $N, \because \angle 3 = \angle 4 = 60^\circ, \therefore AM = AD \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, BN = BD \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot DC \cdot AM + \frac{1}{2} \cdot DC \cdot BN = \frac{1}{2} x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (AD + BD) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$





(3) 分别作点D关于BC的对称点E, 点D关于AC的对称点F, 连接EF 分别交BC、AC于N、M两点. 此时  $\triangle DMN$  的周长最小. 由对称性可知  $\angle 1 = \angle 3$ ,  $\angle 2 = \angle 4$ . 又  $\because \angle 1 + \angle 2 = 60^\circ$   
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 120^\circ$



$DC = EC$ ,  $DC = FC$ .  $\therefore EC = CF$ , 且  $\angle ECF = 120^\circ$

易知  $EC : CF : EF = 1 : 1 : \sqrt{3}$   $\therefore t = \sqrt{3} EC = \sqrt{3} DC$

当DC为直径时,  $DC = 8$ . 此时  $t_{\max} = \sqrt{3} \times 8 = 8\sqrt{3}$

2.4. (1)  $y = (x+1)(-x+3)$

$= -x^2 + 2x - 3$  与x轴交点坐标  $(-1, 0)$ ,  $(3, 0)$

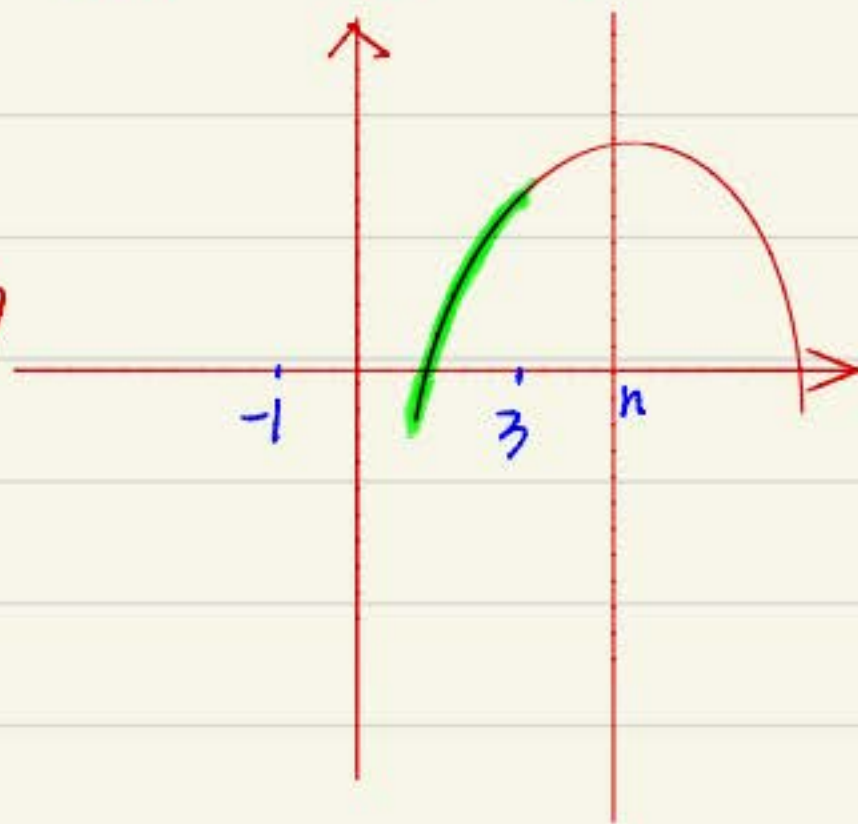
(2)  $y = (-x+2n)x$

$= -x^2 + 2nx$  对称轴  $x = n$ .

$\because n \geq 3$ . 如图,  $\therefore x=3$  时  $y_{\max} = -9 + 6n = 9$

得:  $n=3$  此时  $y = -x^2 + 6x$

当  $x = -1$  时  $y_{\min} = -1 - 6 = -7$





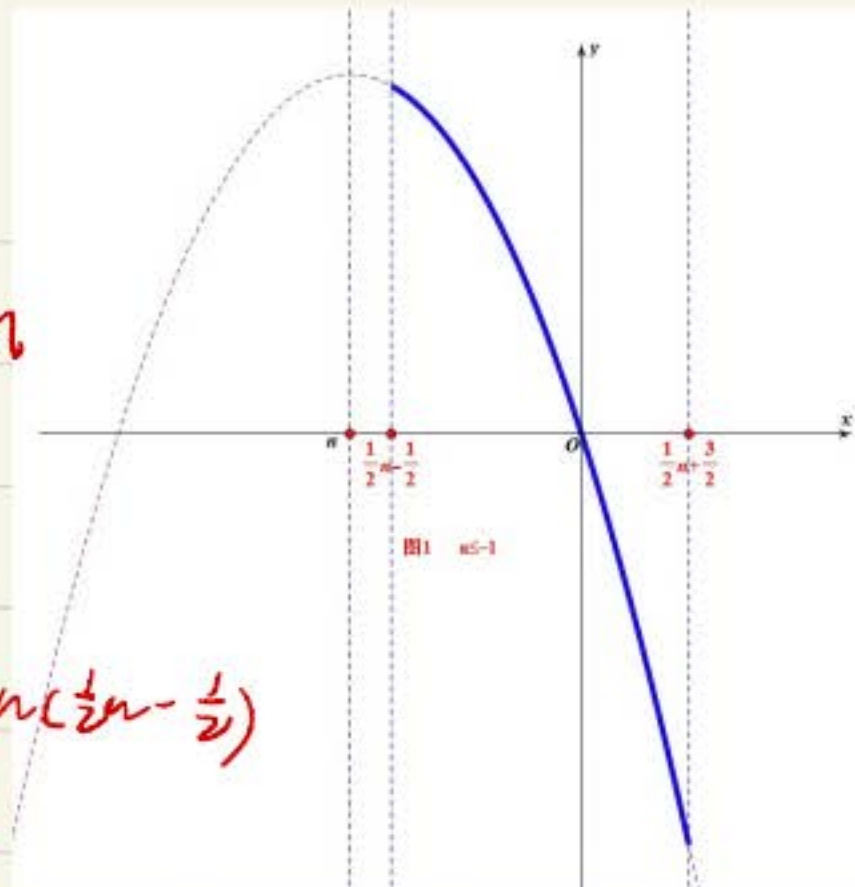
### (3) (动轴动区间动)

友好函数:  $y = -x^2 + 2nx$ . 对称轴  $x = n$

1° 如图①, 当  $n \leq \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}$  时,  $n \leq -1$

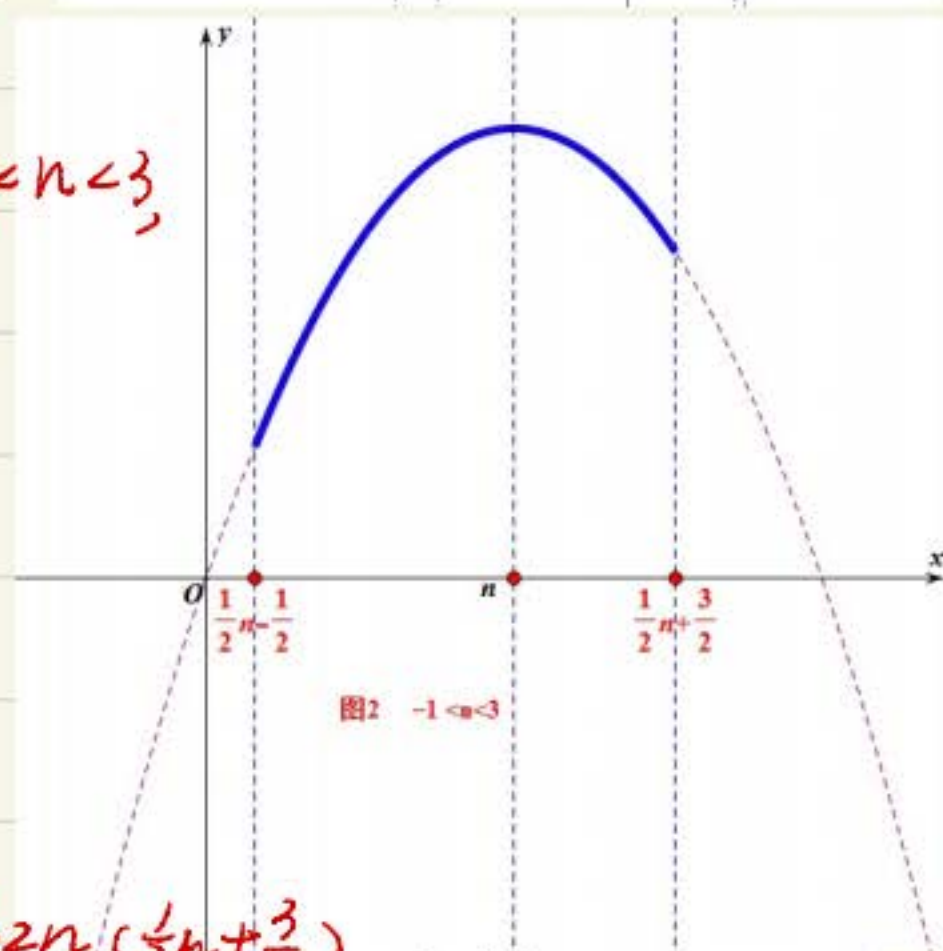
此时  $y$  随  $x$  增大而减小

$$\therefore x = \frac{1}{2}n - \frac{1}{2} \text{ 时 } y_{\max} = -\left(\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}\right)^2 + 2n\left(\frac{1}{2}n - \frac{1}{2}\right) \\ = \frac{3}{4}n^2 - \frac{1}{2}n - \frac{1}{4}$$



2° 如图② 当  $\frac{1}{2}n - \frac{1}{2} < n < \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$  时  $-1 < n < 3$ ,

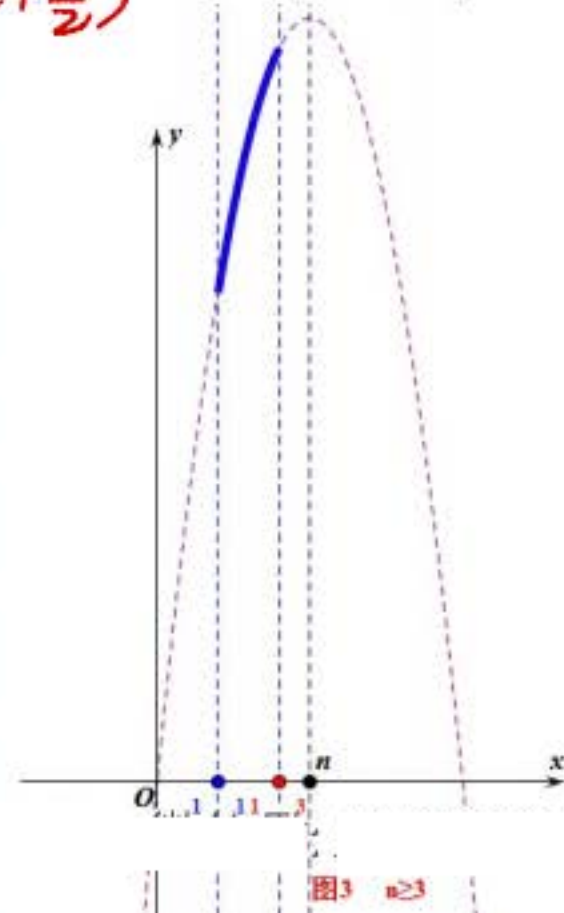
$$x = n \text{ 时 } y_{\max} = -n^2 + 2n^2 \\ = n^2$$



3° 如图③ 当  $n \geq \frac{1}{2}n + \frac{3}{2}$  时,  $n \geq 3$ ,

此时  $y$  随  $x$  增大而增大

$$\therefore x = \frac{1}{2}n + \frac{3}{2} \text{ 时 } y_{\max} = -\left(\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}\right)^2 + 2n\left(\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}\right) \\ = \frac{3}{4}n^2 + \frac{3}{2}n - \frac{9}{4}$$



综上 1°. 2°. 3°. 可知

$$y = \begin{cases} \frac{3}{4}n^2 - \frac{1}{2}n - \frac{1}{4} & (n \leq -1) \\ n^2 & (-1 < n < 3) \\ \frac{3}{4}n^2 + \frac{3}{2}n - \frac{9}{4} & (n \geq 3) \end{cases}$$



25. (1) 由题得:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2a} = 1 \\ 9a + 3 + c = 0 \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$$

(2) 如图1. 求得:  $B(1, 2)$   $C(3, 0)$

$l_{BC}: y = -x + 3$  设  $P(n, -n+3)$

$M(m, 0)$  则  $MC = MF = 3 - m$

$\therefore F(m, 3-m)$

$\therefore \triangle PGM \cong \triangle MKE (AAS)$

$\therefore EK = MG = n - m$   $KM = PG = -n + 3$

$\therefore E(m+n-3, n-m)$

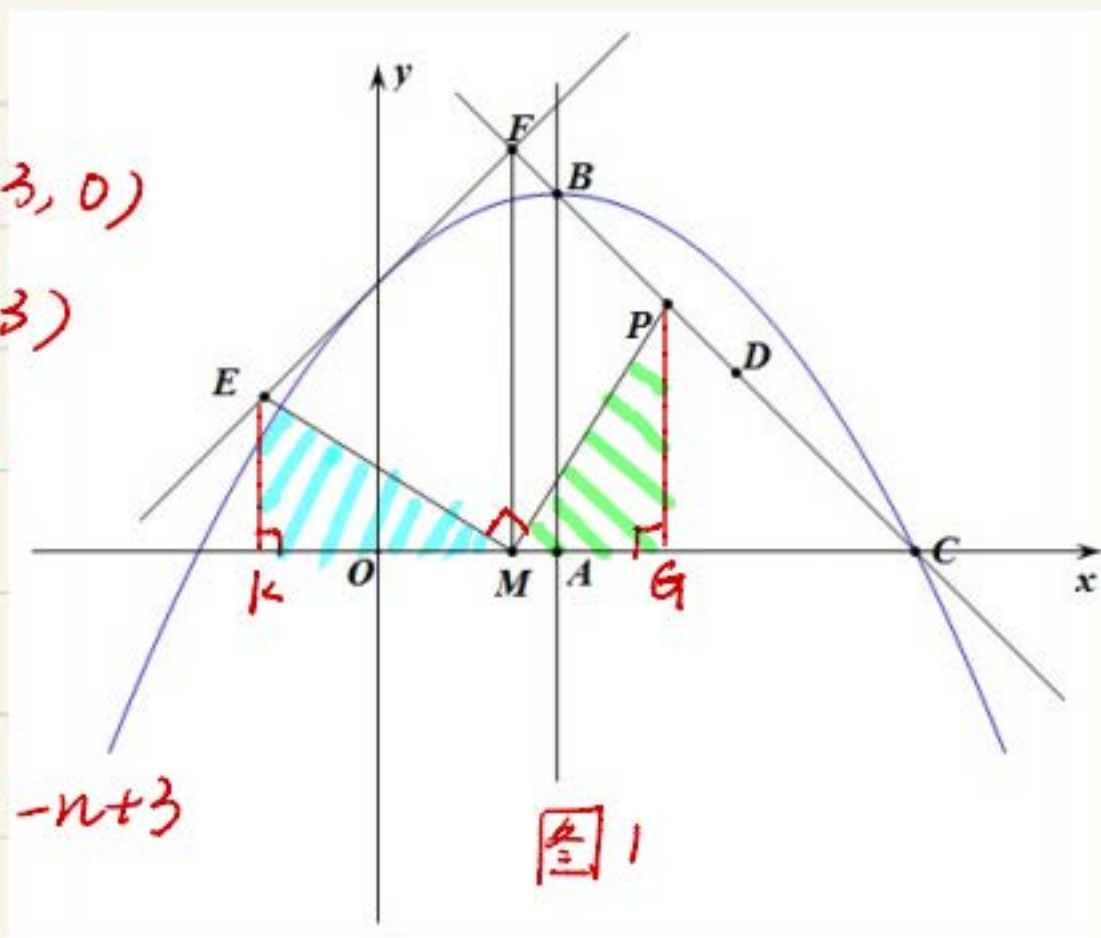
设  $l_{EF}: y = kx + b$  将  $E(m+n-3, n-m)$ ,  $F(m, 3-m)$  代入得:

$$y = x + 3 - 2m$$

联立  $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \\ y = x + 3 - 2m \end{cases}$  得:  $x^2 - 4m + 3 = 0$  ; 直线  $EF$  与抛物线只有一个交点

$$\therefore \Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-4m + 3) = 0$$

$$\text{得: } m = \frac{3}{4} \therefore M(\frac{3}{4}, 0)$$





(3) ① 作  $PH \perp x$  轴于点  $H$ .  $\because k_{BC} = -1$   
 $\therefore \angle PCH = 45^\circ \therefore PH = HC = \frac{PC}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$   
 $\therefore P(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ , 在②问中  
 $P(n, -n+3)$   $E(m+n-3, n-m)$   
 $\therefore n = \frac{5}{2}, \therefore E(m - \frac{1}{2}, \frac{5}{2} - m)$   
 $D(2, 1)$   $A(1, 0)$   
 $EA^2 = (m - \frac{3}{2})^2 + (\frac{5}{2} - m)^2$   
 $ED^2 = (m - \frac{5}{2})^2 + (\frac{3}{2} - m)^2$   
 $\therefore EA^2 = ED^2, \therefore EA = ED$

②  $\because$  点  $E(m - \frac{1}{2}, \frac{5}{2} - m)$  在抛物线上  
 $\therefore \frac{5}{2} - m = -\frac{1}{2}(m - \frac{1}{2})^2 + m - \frac{1}{2} + \frac{3}{2}$   
 得:  $4m^2 - 20m + 13 = 0$

$$m_1 = \frac{5-2\sqrt{3}}{2} \quad m_2 = \frac{5+2\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore M_1(\frac{5-2\sqrt{3}}{2}, 0) \quad M_2(\frac{5+2\sqrt{3}}{2}, 0) \quad (\text{图2})$$

$$\therefore CM = \frac{2\sqrt{3}+1}{2} \text{ 或 } \frac{2\sqrt{3}-1}{2}$$

