

2020年南开翔宇初三第一次月考数学试卷

一、选择题(每小题 3 分, 共 12 小题)

1. 抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是

- A. (1, 2) B. (1, -2) C. (-1, 2) D. (-1, -2)

2. 把抛物线 $y = x^2 + 1$ 向右平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位, 得到抛物线

- A. $y = (x+3)^2 - 1$ B. $y = (x+3)^2 + 3$ C. $y = (x-3)^2 - 1$ D. $y = (x-3)^2 + 3$

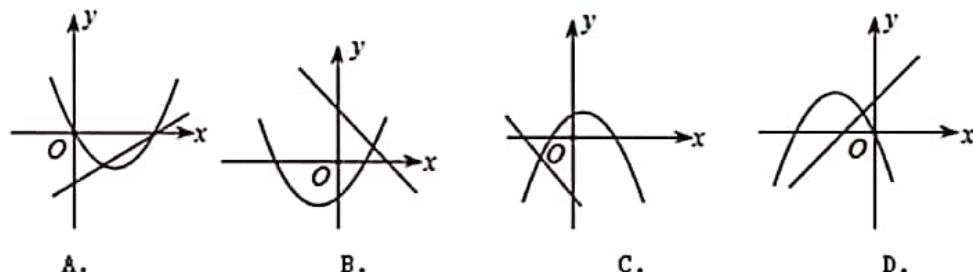
3. 二次函数 $y = x^2 - 2x + 1$ 与 x 轴的交点个数是

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 若 $A(\frac{3}{4}, y_1)$, $B(-\frac{5}{4}, y_2)$, $C(\frac{1}{4}, y_3)$ 为二次函数 $y = x^2 - 4x - 5$ 的图象上的三点, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

5. 在同一坐标系中一次函数 $y = ax + b$ 和二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象可能为

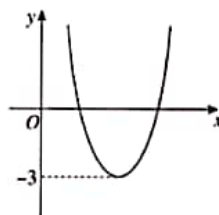


6. 若关于的方程 $x^2 + px + q = 0$ 没有实数根, 则函数 $y = x^2 - px + q$ 的图象的顶点一定在

- A. x 轴的上方 B. x 轴下方 C. x 轴上 D. y 轴上

7. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 那么关于的方程 $ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 的根的情况是

- A. 无实根 B. 有两个相等实数根
C. 有两个异号实数根 D. 有两个同号不等实数根



8. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6$ 与 x 轴交于点 A、点 B, 与 y 轴交于点 C, 若 D 为 AB 的中点, 则 CD 的长为

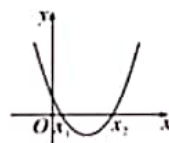
- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

9. 已知 $y = x^2 + (1-a)x + 1$ 是关于 x 的二次函数, 当 x 的取值范围是 $1 \leq x < 3$ 时, y 在 $x=1$ 时取得最大值, 则实数 a 的取值范围是

- A. $a=5$ B. $a \geq 5$ C. $a=3$ D. $a \geq 3$

10. 二次函数 $y = x^2 - x + m$ 的图象如图所示, 当 $x=a$ 时 $y < 0$; 那么当 $x=a-1$ 时, 函数值

- A. $y < 0$ B. $0 < y < m$ C. $y > m$ D. $y = m$



11. 当 $-2 \leq x \leq 1$ 时, 关于 x 的二次函数 $y = -(x-m)^2 + m^2 + 1$ 有最大值 4, 则实数 m 的值为

- A. $-\frac{7}{4}$ B. $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ C. 2 或 $-\sqrt{3}$ D. 2 或 $\sqrt{3}$ 或 $-\frac{7}{4}$

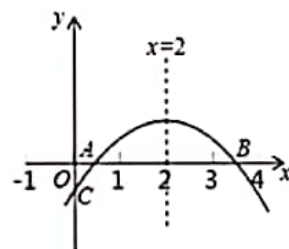
12. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴正半轴相交于 A、B 两点，与 y 轴相交于点 C，且为直线 $x=2$ ，且 $OA=OC$ ，则下列结论：① $abc > 0$ ；② $9a+3b+c < 0$ ；③ $c > -1$ ；④ $\frac{1}{4}c-a < 0$ ；⑤ 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有一个根为 $-\frac{1}{a}$ ，其中正确的结论个数有

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



二、填空题 (每小题 3 分，共 6 小题)

13. 已知函数 $y = (m-1)x^{m^2+1} + 3x$ ，当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，它是二次函数。

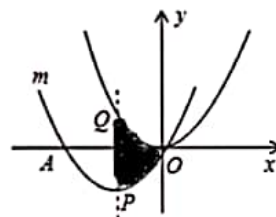
14. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：

x	...	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	3	-2	-5	-6	-5	...

则 $y < -2$ 时， x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + c$ 与 x 轴一个交点的坐标为 $(-1, 0)$ ，则一元二次方程 $ax^2 - 2ax + c = 0$ 的根为 $\underline{\hspace{2cm}}$

16. 如图，把抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 平移得到抛物线 m ，抛物线 m 经过点 A $(-6, 0)$ 和原点 $(0, 0)$ ，它的顶点为 P，它的对称轴与抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 交于点 Q，则图中阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$

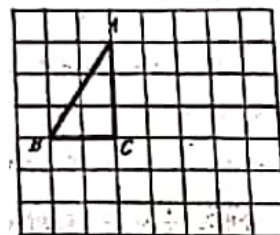


17. 二次函数 $y = ax^2 - 12ax + 36a - 5$ 的图象在 $4 < x < 5$ 这一段位于 x 轴下方，在 $8 < x < 9$ 这一段位于 x 轴上方，则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$

18. 如图，将 $\triangle ABC$ 放在每个小正方形的边长为 1 的网格中，点 A、点 B、点 C 均落在格点上。

(1) $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 请在如图所示的网格中；用无刻度的直尺，画出一个以 AB 为底边的等腰 $\triangle ABD$ ，使 $\triangle ABD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，并简要说明点的位置是如何找到的(不要求证明)



三、解答题 (共 66 分，共 7 小题)

19. (本题 8 分) 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$.

(1) 确定抛物线的开口方向、顶点坐标和对称轴方程；

(2) 当 x 取何值时， y 随 x 的增大而增大？当 x 取何值时， y 随 x 的增大而减小？

20. (本题 8 分) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $(2, 4)$, 且过点 $(1, 2)$, 求抛物线的解析式

21. (本题 10 分) 已知二次函数 $y=2x^2+4x-6$.

- (1) 求图象与两坐标轴的交点坐标;
- (2) 直接写出当 x 取何值时, $y>0$?
- (3) 直接写出当 $-4<x<0$ 时, 求 y 的取值范围,

22. (本题 10 分) 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过 $A(0, -1)$, $B(3, 2)$ 两点

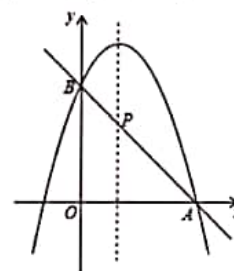
- (1) 求这个函数的解析式;
- (2) 函数图象有最__点, 当 $x=$ __时, y 有最__值是__
- (3) 抛物线上是否存在点 C , 使 $\triangle AOC$ 的面积等于 2? 若存在, 求出 C 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

23. (本题 10 分) 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + m$.

(1) 如果二次函数的图象与 x 轴有两个交点, 求 m 的取值范围

(2) 如图, 二次函数的图象过点 $A(3, 0)$, 与 y 轴交于点 B , 直线 AB 与这个二次函数图象的对称轴交于点 P , 求点 P 的坐标;

(3) 根据图象直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围.



24.(本题 10 分) 某商店经营儿童益智玩具, 已知成批购进时的单价是 20 元, 调查发现: 销售单价是 30 元时, 月销售量是 230 件, 而销售单价每上涨 1 元, 月销售量就减少 10 件, 但每件玩具售价不能高于 40 元. 设每件玩具的销售单价上涨了 x 元时 (x 为正整数), 月销售利润为 y 元.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 每件玩具的售价定为多少元时, 月销售利润恰为 2520 元?

(3) 每件玩具的售价定为多少元时可使月销售利润最大? 最大的月利润是多少?

25. (本题 10 分) 在平面直角坐标系中, 直线 $y=x+2$ 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 经过点 A、B.

(1) 求 a 、 b 满足的关系式及 c 的值;

(2) 当 $x<1$ 时, 若 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 的函数值随 x 的增大而增大, 求 a 的取值范围;

(3) 如图, 当 $a=-1$ 时, 在抛物线上是否存在点 P, 使 $\triangle PAB$ 的面积为 1, 若存在, 请求出符合条件的所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

