

2020-2021 武汉第三寄宿中学  
九月考数学试题

答题时间：120 分钟 总分：120 分

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

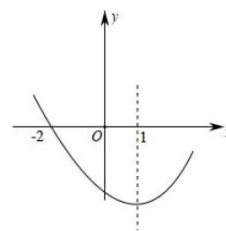
- 将一元二次方程  $2x^2 + 7 = 9x$  化成一般形式后，二次项系数和一次项系数分别为（ ）  
A. 2、9      B. 2、7      C. 2、-9      D.  $2x^2$ 、 $-9x$
- 某树主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目小分支，主干、支干和小分支总数共 73. 若设主干长出  $x$  个支干，则可列方程是（ ）  
A.  $(1+x)^2 = 73$       B.  $1+x+x^2 = 73$   
C.  $(1+x)x = 73$       D.  $1+x+2x = 73$
- 方程  $x^2 - 4\sqrt{2}x + 9 = 0$  的根的情况是（ ）  
A. 有两个不相等实根      B. 有两个相等实根  
C. 无实根      D. 以上三种情况都有可能
- 某区今年 1 月份工业产值达 50 亿元，第一季度总产值为 175 亿元，问 2 月、3 月平均每月的增长率是多少？设平均每月增长的百分率为  $x$ ，根据题意得方程为（ ）  
A.  $50(1+x)^2 = 175$       B.  $50 + 50(1+x)^2 = 175$   
C.  $50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175$       D.  $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175$
- 将抛物线  $y = x^2 - 2x + 3$  向上平移 2 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后，得到的抛物线的解析式为（ ）  
A.  $y = (x-1)^2 + 4$       B.  $y = (x-4)^2 + 4$   
C.  $y = (x+2)^2 + 6$       D.  $y = (x-4)^2 + 6$
- 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$  的两个不相等的实数根中，有一个根是 0，则  $m$  的值为（ ）  
A. 3      B. -1      C. -1 或 3      D. 1
- 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c$  与  $x$  轴交于 A、B 两点，若点 A 的坐标为  $(-2, 0)$ ，则线段 AB 的长为（ ）  
A. 2      B. 4      C. 6      D. 8
- 如表给出了二次函数  $y = x^2 + 2x - 10$  中  $x$ 、 $y$  的一些对应值，则可以估计一元二次方程  $x^2 + 2x - 10 = 0$  的一个近似解为（ ）  

$x$	...	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	...
$y$	...	-1.39	-0.76	-0.11	0.56	1.25	...

  
A. 2.2      B. 2.3      C. 2.4      D. 2.5
- 对于题目“一段抛物线  $L: y = -x(x-3) + c$  ( $0 \leq x \leq 3$ ) 与直线  $l: y = x + 2$  有唯一公共点，若  $c$  为整数，确定所有  $c$  的值”，甲的结果是  $c=1$ ，乙的结果是  $c=3$  或 4，则（ ）  
A. 甲的结果正确      B. 乙的结果正确  
C. 甲、乙的结果合在一起才正确      D. 甲、乙的结果合在一起也不正确

10. 如图，二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象过点  $(-2, 0)$ ，对称轴为直线  $x=1$ 。有以下结论：

- ①  $abc > 0$ ； ②  $7a+c < 0$ ； ③  $a+b \leq m(am+b)$  ( $m$  为任意实数)  
 ④ 若  $A(x_1, m)$ ,  $B(x_2, m)$  是抛物线上的两点，当  $x=x_1+x_2$  时，  
 $y=c$ ； ⑤ 若方程  $a(x+2)(4-x) = -1$  的两根为  $x_1, x_2$ ，  
 且  $x_1 < x_2$ ，则  $-2 \leq x_1 < x_2 < 4$ 。其中正确结论的个数有 ( )  
 A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个



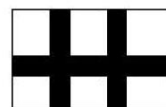
## 二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

11. 一元二次方程  $x^2 - 2x = 0$  的解是\_\_\_\_\_。

12. 抛物线  $y = 3(x+2)^2 - 2$  的顶点坐标是\_\_\_\_\_。

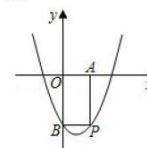
13. 在一次感冒传染中，开始有 10 人患感冒，若每轮传染中平均一个人传染 2 人，则经过 5 轮传染后共有患感冒的人数为\_\_\_\_\_。

14. 如图，有一块长 30 米、宽 20 米的矩形田地，准备修筑同样宽的三条直路，把田地分成六块，种植不同品种的蔬菜，并且种植蔬菜面积为矩形田地面积的  $\frac{39}{50}$ ，则道路的宽为\_\_\_\_\_米。



第 14 题

15. 如图，P 是抛物线  $y = x^2 - x - 4$  在第四象限的一点，过点 P 分别向 x 轴和 y 轴作垂线，垂足分别为 A、B，则四边形 OAPB 周长的最大值为\_\_\_\_\_。



16. 已知点 A(0, 3)，点 B 在直线  $y=2$  上运动，把点 A 绕点 B 逆时针旋转  $90^\circ$ ，点 A 的对应点为点 C，我们发现点 C 随点 B 变化而变化。若点 C 在运动变化过程中始终在抛物线  $y=2x^2$  的上方，设点 B 的横坐标为 m，则 m 的取值范围是\_\_\_\_\_。

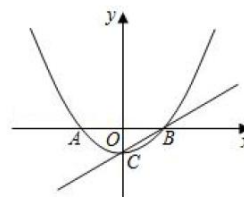
## 三、解答题 (共 8 题，共 72 分)

17. (8 分)

- ① 用公式法解方程  $x^2 - x - 5 = 0$       ② 用配方法解方程  $2x^2 - 6x - 1 = 0$ 。

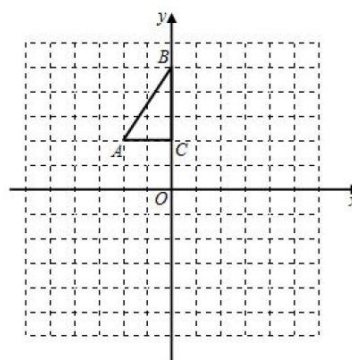
18. (8 分) 已知  $x_1, x_2$  是关于 x 的方程  $x^2 + (3k+1)x + 2k^2 + 1 = 0$  的两个不相等实数根，且满足  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 8k^2$ ，则求 k 的值。

19. (本题 8 分) 抛物线  $y = ax^2 - 1$  交  $x$  轴于  $A, B$  ( $A$  左  $B$  右), 交  $y$  轴于  $C$ , 且  $AB = 4OC$ .
- (1) 求  $a$  的值;
- (2) 过抛物线上的点  $P$  (不与点  $B$  重合) 作  $y$  轴的平行线交直线  $CB$  与点  $M$ , 交  $x$  轴于点  $N$ , 当  $PM = 2MN$  时, 求点  $P$  的坐标.



- 20 (本题 8 分) 如图, 方格纸中每个小正方形的长都是 1 个单位长度. 小正方形的顶点称为格点.  $Rt\triangle ABC$  的三个顶点  $A(-2, 2)$ ,  $B(0, 5)$ ,  $C(0, 2)$ .

- (1) 将  $\triangle ABC$  以点  $C$  为旋转中心旋转  $180^\circ$ , 得到  $\triangle A_1B_1C$ , 请画出图形  $\triangle A_1B_1C$ ;
- (2) 平移  $\triangle ABC$ , 使点  $A$  的对应点  $A_2$  坐标为  $(-2, -6)$ , 请画出平移后对应的  $\triangle A_2B_2C_2$ ;
- (3) 请画出一个以  $A_1A_2$  为对角线, 面积是 20 的菱形  $A_1EA_2F$  (要求  $E, F$  是格点)



- 21 (本题 8 分) 函数图象在探索函数的性质中有非常重要的作用, 如图一是函数  $y = x^2 - 1$  的图象, 通过图象可以探究它的对称性, 增减性, 最值等情况. 下面对函数  $y = |x^2 - 1|$  展开探索. 经历分析解析式、列表、描点、连线等过程得到函数  $y = |x^2 - 1|$  的图象如图二所示:

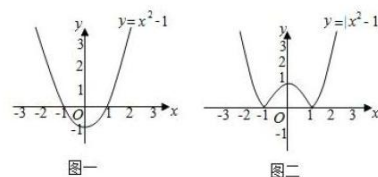
$x$	$\dots$	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	$\dots$
$y$	$\dots$	8	$\frac{21}{4}$	3	$a$	0	$\frac{3}{4}$	1	$b$	0	$\frac{5}{4}$	3	$\frac{21}{4}$	8	$\dots$

- (1) 表格中  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

- (2) 观察发现: 函数  $y = |x^2 - 1|$  的图象是轴对称图形, 写出该函数图象的对称轴;

- (3) 拓展应用: ①如果  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

- ②已知方程  $|x^2 - 1| = k$  ( $k$  是一个常数) 有两个解, 则  $k$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



22 (本题 10 分) 合肥长江 180 艺术街区进行绿化改造, 用一段长 40m 的篱笆和长 15m 的墙 AB, 围城一个矩形的花园, 设平行于墙的一边 DE 的长为  $x$ m;

- (1) 如图 1, 如果矩形花园的一边靠墙 AB, 另三边由篱笆 CDEF 围成, 当花园面积为  $150\text{m}^2$  时, 求  $x$  的值;
- (2) 如图 2, 如果矩形花园的一边由墙 AB 和一节篱笆 BF 构成, 另三边由篱笆 ADEF 围成, 当花园面积是  $150\text{m}^2$  时, 求 BF 的长.

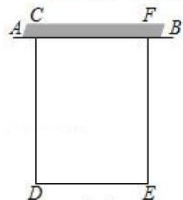


图 1

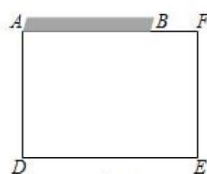


图 2

23 (本题 10 分) 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC=120^\circ$ , 点 P 为平面内一点.

- (1) 如图 1, 当点 P 在边 BC 上时, 且满足  $\angle APC=120^\circ$ , 求  $\frac{BP}{CP}$  的值;
- (2) 如图 2, 当点 P 在  $\triangle ABC$  的外部, 且满足  $\angle APC+\angle BPC=90^\circ$ , 求证:  $BP=\sqrt{3}AP$ ;
- (3) 直接写出 BP 的长度\_\_\_\_\_.

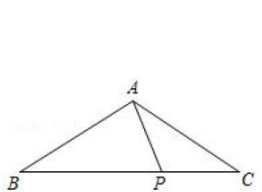


图1

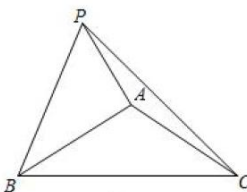


图2

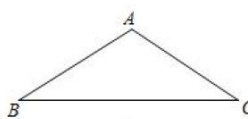


图3

24 (本题 12 分)

已知抛物线 C:  $y_1 = -x^2 + bx + 4$ .

- (1) 如图, 抛物线与  $x$  轴相交于两点  $(1-m, 0)$ 、 $(1+m, 0)$ .
  - ①求  $b$  的值;
  - ②当  $n \leq x \leq n+1$  时, 二次函数有最大值为 3, 求  $n$  的值.
- (2) 已知直线  $l: y_2 = 2x - b + 9$ , 当  $x \geq 0$  时,  $y_1 \leq y_2$  恒成立, 求  $b$  的取值范围.

