

太原 2020-2021 学年第一学期九年级期中模拟试卷

(数学)

考试时间：90 分钟；考试总分：100 分；

一、选择题（本大题共 10 道小题，每小题 3 分，共 30 分）

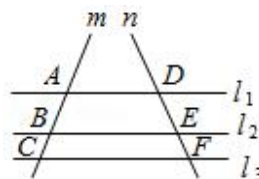
1. 一元二次方程 $x^2 - x = 0$ 的解是()

- A. $x_1 = -1, x_2 = 0$ B. $x_1 = 1, x_2 = 0$ C. $x_1 = -1, x_2 = 1$ D. $x_1 = x_2 = 1$

2. 如图，直线 $l_1 // l_2 // l_3$ ，分别交直线 m, n 于点 A, B, C, D, E, F . 若

$AB:BC = 5:3$ ， $DE = 15$ ，则 EF 的长为()

- A. 6 B. 9 C. 10 D. 25



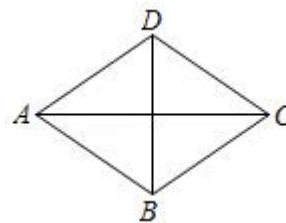
3. 从 2020 年 5 月 1 日起，北京正式施行“垃圾分类”，如图是生活中的四个不同的垃圾分类投放桶。小明投放了两袋垃圾，不同类的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

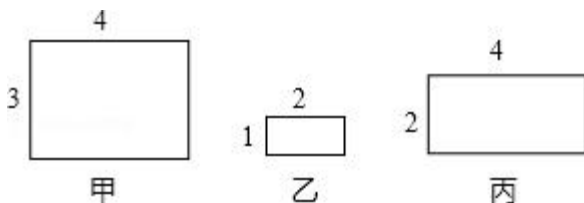


4. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC, BD 的长分别为 $8cm, 6cm$ ，则这个菱形的周长为()

- A. $10cm$ B. $14cm$ C. $20cm$ D. $28cm$



5. 如图所示的三个矩形中，是相似的是()



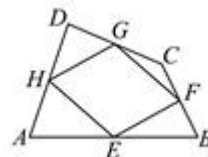
- A. 甲与乙 B. 乙与丙 C. 甲与丙 D. 甲乙丙都相似

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + c = 0$ 有两个不相等的实数根，则 c 的值可能为()

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

7. 如图，顺次连接四边形 $ABCD$ 各边中点得四边形 $EFGH$ ，要使四边形 $EFGH$ 为矩形，应添加的条件是()

- A. $AB // DC$ B. $AC = BD$ C. $AC \perp BD$ D. $AB = DC$



8. 某县开展关于精准扶贫的决策部署以来，贫困户 2017 年人均纯收入为 3620 元，经过帮扶到 2019

年人均纯收入为 4850 元，设该贫困户每年纯收入的平均增长率为 x ，则下面列出的方程中正确的

是()

A. $3620(1-x)^2 = 4850$

B. $3620(1+x) = 4850$

C. $3620(1+2x) = 4850$

D. $3620(1+x)^2 = 4850$

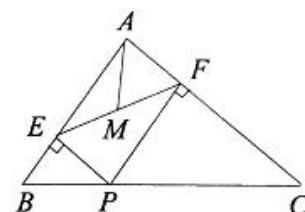
9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=4$ ， $BC=5$ ， P 为边 BC 上一动点， $PE \perp AB$ 于 E ， $PF \perp AC$ 于 F ， M 为 EF 中点，则 AM 的最小值为()

A. 1

B. 1.3

C. 1.2

D. 1.5



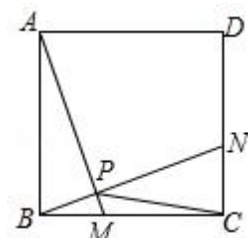
10. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 M 和 N 分别从 B 、 C 同时出发，以相同的速度沿 BC 、 CD 向终点 C 、 D 运动，连接 AM 、 BN ，交于点 P ，连接 PC ，则 PC 长的最小值为()

A. $2\sqrt{5}-2$

B. 2

C. $3\sqrt{5}-1$

D. $2\sqrt{5}$



二、填空题（本大题共 5 道小题，共 10 分）

11. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{3}{7}$ ，则 $\frac{b+a}{b-a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 表中记录了某种苹果树苗在一定条件下移植成活的情况：

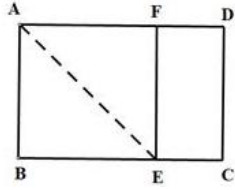
移植的棵数 n	200	500	800	2000	12000
成活的棵数 m	187	446	730	1790	10836
成活的频率 $\frac{m}{n}$	0.935	0.892	0.913	0.895	0.903

由此估计这种苹果树苗移植成活的概率约为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (精确到 0.1)

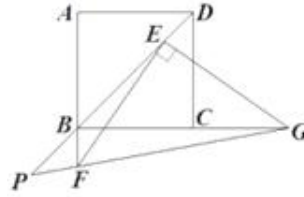
13. 若代数式 $x^2 + 6x + 8$ 可化为 $(x+h)^2 + k$ 的形式，则 $h = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知矩形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ，在 BC 上取一点 E ，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 向上折叠，使 B 点落

在 AD 上的 F 点. 若四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似, 则 $AD = \underline{\hspace{2cm}}$.



(第 14 题图)



(第 15 题图)

15. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上有一点 E , 且 $BE = 3DE$, 点 F 在 AB 的延长线上, 连接 EF , 过点 E 作 $EG \perp EF$, 交 BC 的延长线于点 G , 连接 GF 并延长, 交 DB 的延长线于点 P , 若 $AB = 4$, $BF = 1$, 则线段 EP 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

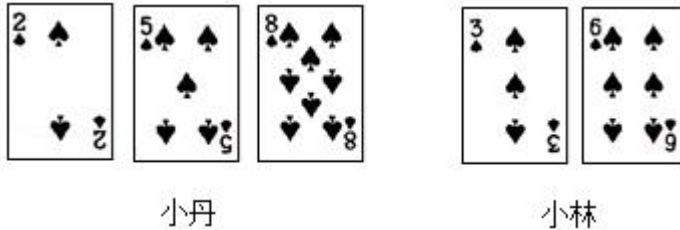
三、解答题

16. (每小题 4 分, 共 8 分) 解方程:

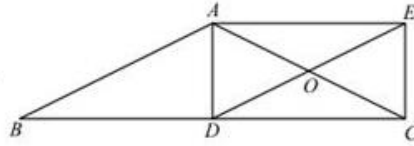
(1) $3x(x-4) - 2(x-4) = 0$.

(2) $3x^2 - 5x - 1 = 0$. 17. (本题 6 分) 小丹有 3 张

扑克牌, 小林有 2 张扑克牌, 扑克牌上的数字如图所示. 两人用这些扑克牌做游戏. 他们先分别从自己的扑克牌中随机抽取一张, 然后将他们抽出这两张扑克牌上的数字比较大小, 数字大的一方获胜. 请用画树状图 (或列表) 的方法, 求小丹获胜的概率.



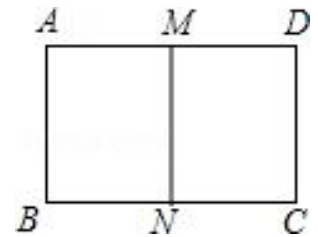
18. (本题 6 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 O 是 AC 的中点, $AE \parallel BC$, 点 E 、 D 、 O 在同一条直线上, 且 $ED \parallel AB$. 求证: 四边形 $AECD$ 是矩形.



19. (本题 6 分) 如图, 把矩形 $ABCD$ 对折, 折痕为 MN , 矩形 $DMNC$ 与矩形 $ABCD$ 相似, 已知 $AB=4$.

(1) 求 AD 的长;

(2) 求矩形 $DMNC$ 与矩形 $ABCD$ 的相似比.

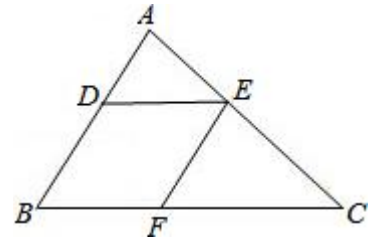


20. (本题 9 分) 2020 年, 受新冠肺炎疫情影响. 口罩紧缺, 某网店以每袋 8 元 (一袋十个) 的成本价购进了一批口罩, 二月份以一袋 14 元的价格销售了 256 袋, 三、四月该口罩十分畅销, 销售量持续走高, 在售价不变的基础上, 四月份的销售量达到 400 袋.

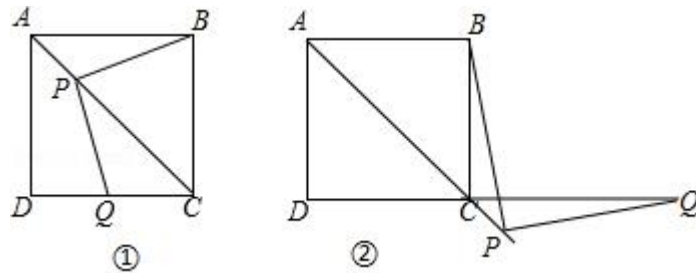
(1) 求三、四这两个月销售量的月平均增长率;

(2) 为回馈客户. 该网店决定五月降价促销. 经调查发现. 在四月份销量的基础上, 该口罩每袋降价 1 元, 销售量就增加 40 袋, 当口罩每袋降价多少元时, 五月份可获利 1920 元?

21. (本题 6 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 、 F 分别是 AB 、 AC 、 BC 上的点, 且 $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, $AD:DB=2:3$, $BC=20cm$, 求 BF 的长.



22. (本题 7 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, AC 是对角线, 今有较大的直角三角板, 一边始终经过点 B , 直角顶点 P 在射线 AC 上移动, 另一边交 DC 于 Q .



- (1) 如图①, 当点 Q 在 DC 边上时, 猜想并写出 PB 与 PQ 所满足的数量关系, 并加以证明;
- (2) 如图②, 当点 Q 落在 DC 的延长线上时, 猜想并写出 PB 与 PQ 满足的数量关系, 并证明你的猜想.

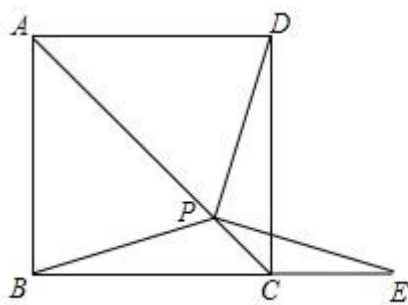
23. (本题 12 分) 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, P 是对角线 AC 上的一点, 点 E 在 BC 的延长线上, 且 $BP=EP$.

(1) 求证: $BP=DP$;

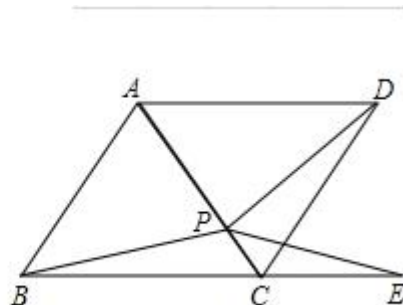
(2) 求证: $\angle DPE = 90^\circ$;

(3) 如果把正方形 $ABCD$ 改为菱形, 其他条件不变 (如图②), 当 $\angle ABC = 50^\circ$ 时,

$\angle DPE =$ _____ 度.



图①



图②

一、选择题

1-5 BBDCB 6-10 DCDCA

二、填空题

11、 $\frac{5}{2}$ 12、0.9 13、3, -1 14、 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 15、 $\frac{25\sqrt{2}}{6}$

三、解答题

16、(1) $3x(x-4)-2(x-4)=0$,

$$(x-4)(3x-2)=0,$$

$$x-4=0, \quad 3x-2=0,$$

$$x_1=4, \quad x_2=\frac{2}{3};$$

(2) $3x^2-5x-1=0$,

$$b^2-4ac=(-5)^2-4\times 3\times (-1)=37,$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{2\times 3},$$

$$x_1=\frac{5+\sqrt{37}}{6}, \quad x_2=\frac{5-\sqrt{37}}{6}.$$

17. 画树状图略:

\therefore 共有 6 种等可能的结果, 小丹获胜的情况有 3 种,

$$\therefore P(\text{小丹获胜})=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

18. 证明: \because 点 D 是 AC 的中点,

$$\therefore DA=DC,$$

$$\because AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AED=\angle CFD,$$

$$\text{在 } \triangle ADE \text{ 和 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} \angle AED=\angle CFD \\ \angle ADE=\angle CDF, \\ DA=DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF (AAS),$$

$$\therefore AE=CF,$$

又 $\because AE \parallel BC$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是平行四边形,

$\because AE \parallel BC, EF \parallel AB$,

\therefore 四边形 $ABFE$ 是平行四边形,

$\therefore AB = EF$,

$\because AB = AC$,

$\therefore AC = EF$,

\therefore 四边形 $AECF$ 是矩形.

19. (1) 由已知得 $MN = AB$, $MD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$,

\because 矩形 $DMNC$ 与矩形 $ABCD$ 相似,

$$\frac{DM}{AB} = \frac{MN}{BC},$$

$\because MN = AB, DM = \frac{1}{2}AD, BC = AD$,

$$\therefore \frac{1}{2}AD^2 = AB^2,$$

\therefore 由 $AB = 4$ 得, $AD = 4\sqrt{2}$;

(2) 矩形 $DMNC$ 与矩形 $ABCD$ 的相似比为 $\frac{DM}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

20、解: (1) 设三、四这两个月销售量的月平均增长率为 x ,

依题意, 得: $256(1+x)^2 = 400$,

解得: $x_1 = 0.25 = 25\%$, $x_2 = -2.25$ (不合题意, 舍去).

答: 三、四这两个月销售量的月平均增长率为 25% .

(2) 设口罩每袋降价 y 元, 则五月份的销售量为 $(400 + 40y)$ 袋,

依题意, 得: $(14 - y - 8)(400 + 40y) = 1920$,

化简, 得: $y^2 + 4y - 12 = 0$,

解得: $y_1 = 2$, $y_2 = -6$ (不合题意, 舍去).

答: 当口罩每袋降价 2 元时, 五月份可获利 1920 元.

21. $\because DE \parallel BC, EF \parallel AB$,

\therefore 四边形 $BDEF$ 是平行四边形,

$$\therefore BF = DE .$$

$$\because AD : DB = 2 : 3 ,$$

$$\therefore AD : AB = 2 : 5 .$$

$$\because DE \parallel BC ,$$

$$\therefore DE : BC = AD : AB = 2 : 5 , \text{ 即 } DE : 20 = 2 : 5 ,$$

$$\therefore DE = 8 ,$$

$$\therefore BF = 8 .$$

故 BF 的长为 $8cm$.

22、(1) 结论: $PB = PQ$,

理由: 如图①中, 过 P 作 $PE \perp BC$, $PF \perp CD$, 垂足分别为 E , F .

$\because P$ 为正方形对角线 AC 上的点,

$\therefore PC$ 平分 $\angle DCB$, $\angle DCB = 90^\circ$,

$$\therefore PF = PE ,$$

\therefore 四边形 $PECF$ 为正方形.

$$\because \angle BPE + \angle QPE = 90^\circ , \quad \angle QPE + \angle QPF = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BPE = \angle QPF ,$$

$$\text{在 } \triangle PQF \text{ 和 } \triangle PBE \text{ 中, } \begin{cases} \angle PFQ = \angle PEB \\ \angle QPF = \angle BPE , \\ PF = PE \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PQF \cong \text{Rt}\triangle PBE ,$$

$$\therefore PB = PQ ;$$

(2) 结论: $PB = PQ$.

理由: 如图②, 过 P 作 $PE \perp BC$, $PF \perp CD$, 垂足分别为 E , F ,

$\because P$ 为正方形对角线 AC 上的点,

$\therefore PC$ 平分 $\angle DCB$, $\angle DCB = 90^\circ$,

$$\therefore PF = PE ,$$

\therefore 四边形 $PECF$ 为正方形,

$$\because \angle BPF + \angle QPF = 90^\circ , \quad \angle BPF + \angle BPE = 90^\circ ,$$

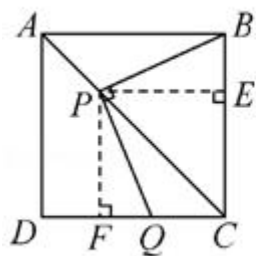
$$\therefore \angle BPE = \angle QPF ,$$

在 $\triangle PQF$ 和 $\triangle PBE$ 中,

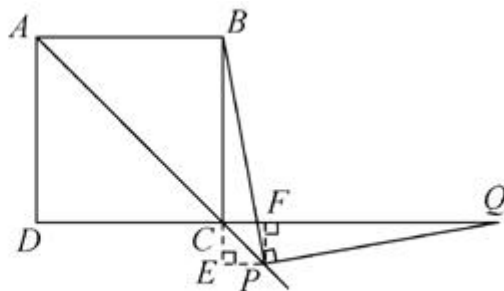
$$\begin{cases} \angle PFQ = \angle PEB \\ \angle QPF = \angle BPE, \\ PF = PE \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle PQF \cong \text{Rt}\triangle PBE$,

$\therefore PB = PQ$.



①



②

23. (1) 证明：在正方形 $ABCD$ 中， $BC = DC$ ， $\angle BCF = \angle DCF = 45^\circ$ ，

\therefore 在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle DCF$ 中，

$$\begin{cases} BC = DC \\ \angle BCF = \angle DCF, \\ FC = FC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCF \cong \triangle DCF (SAS)$;

$\therefore BF = DF$;

(2) 证明： $\because BF = EF$ ，

$\therefore \angle FBE = \angle FEB$ ，

又 $\because \angle FBE = \angle FDC$ ，

$\therefore \angle FEB = \angle FDC$ ，

又 $\because \angle DGF = \angle EGC$ ，

$\therefore \angle DFG = \angle ECG = 90^\circ$ ，

即 $\angle DFE = 90^\circ$ ；

(3) 证明：由 (1) 知， $\triangle BCF \cong \triangle DCF$ ，

$\therefore \angle CBF = \angle CDF$ ，

$\because EE = FB$ ，

$\therefore \angle CBF = \angle E$ ，

$\therefore \angle DGF = \angle EGC$ (对顶角相等)，

$$\therefore 180^{\circ} - \angle DGF - \angle CDF = 180^{\circ} - \angle EGC - \angle E ,$$

$$\text{即 } \angle DFE = \angle DCE ,$$

$$\because AB // CD ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle ABC ,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle ABC = 50^{\circ} ,$$

故答案为：50.