

甘肃省庆阳市 2020 年宁江中学八年级第一学期数学期 中测试卷

数 学

姓名 _____ 成绩 _____

亲爱的考生：

欢迎参加考试！请你仔细审题，认真答题，并注意以下两点：
全卷共 3 页，满分 150 分，考试时间为 120 分钟；
答案必须写在试卷相应位置，否则不得分。

第 I 卷(选择题部分)

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。请选出各题中一个符合题意的正确选项，不选、多选、错选，均不给分）

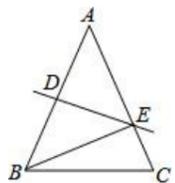
1. 下列图形中是轴对称图形的是（ ）



2. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 4\angle B = 104^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数是（ ）

- A. 50° B. 45° C. 40° D. 30°

3. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿直线 DE 折叠，使得点 A 与点 B 重合，已知 $AC = 8\text{cm}$ ， $\triangle BCE$ 的周长为 13cm ，则 BC 的长为（ ）



- A. 5cm B. 6cm C. 8cm D. 10cm

4. 一个四边形截去一个内角后变为（ ）

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 以上均有可能

5. 若等腰三角形一腰上的高和另一腰的夹角为 25° ，则该三角形的一个底角为（ ）。

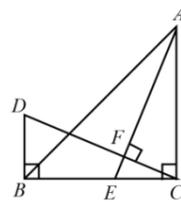
- A. 32.5° B. 57.5° C. 65° 或 57.5° D. 32.5° 或 57.5°

6. 如图，某同学把一块三角形的玻璃打碎成了三块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最省事的办法是（ ）。

- A. 带①去 B. 带②去 C. 带③去 D. 带①和②去



7. $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， AE 是 BC 边上的中线，过点 C 作 $CF \perp AE$ ，垂足为点 F ，过点 B 作 $BD \perp BC$ 交 CF 的延长线于点 D ， $BD = 2\text{cm}$ ，则 $\triangle ABE$ 的面积为（ ）

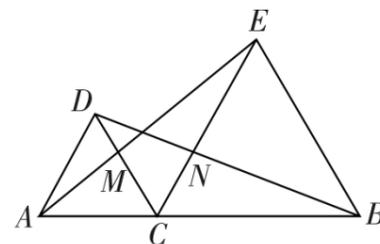


- A. 2cm^2 B. 4cm^2 C. 6cm^2 D. 8cm^2

8. 面直角坐标系内的点 $A(-1,2)$ 与点 $B(-1,-2)$ 关于（ ）

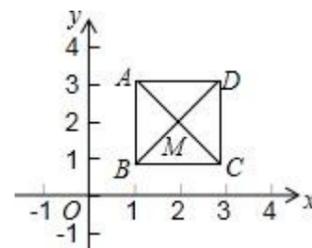
- A. y 轴对称 B. x 轴对称 C. 原点对称 D. 直线 $y = x$ 对称

9. 如图， A 、 B 、 C 三点在同一条直线上， $\triangle DAC$ 和 $\triangle EBD$ 都是等边三角形， AE 、 BD 分别与 CD 、 CE 交于点 M 、 N ，有如下结论：① $\triangle ACE \cong \triangle DCB$ ；② $CM = CN$ ；③ $AC = DN$ 。其中，正确结论的个数是（ ）



- A. 3 个 B. 2 个 C. 1 个 D. 0 个

10. 如图，已知正方形 $ABCD$ ，顶点 $A(1,3)$ 、 $B(1,1)$ 、 $C(3,1)$ 。规定“把正方形 $ABCD$ 先沿 X 轴翻折，再向左平移 1 个单位”为一次变换。如此这样，连续经过 2015 次变换后，正方形 $ABCD$ 的对角线交点 M 的坐标变为（ ）



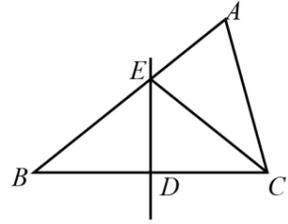
- A. $(-2013,2)$ B. $(-2013,-2)$ C. $(-2014,-2)$ D. $(-2014,2)$

第 II 卷（非选择题部分）

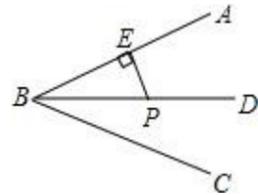
二、填空题（本题有 6 个小题，每小题 5 分，共 30 分）

11. 一个多边形的内角和是 1440° ，那么这个多边形边数是_____。

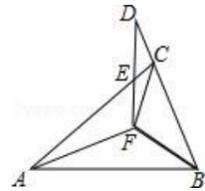
12.如图,在 $\triangle ABC$ 中, BC 边的中垂线交 BC 于 D ,交 AB 于 E .若 CE 平分 $\angle ABC$, $\angle B = 40^\circ$,则 $\angle A =$ _____度.



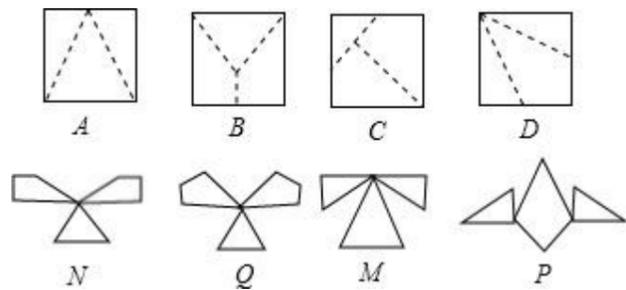
13.如图, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, P 为 BD 上的一点, $PE \perp BA$ 于点 E , $PE = 4\text{cm}$,则点 P 到边 BC 的距离为_____ cm .



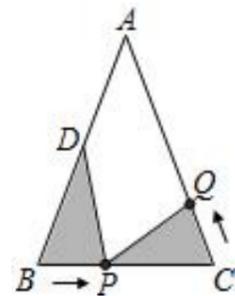
14.如图,已知 $\triangle ABF \cong \triangle ACF \cong \triangle DBF$, $\angle FAB : \angle ABF : \angle AFB = 4 : 7 : 25$,则 $\angle AED$ 的度数为_____.



15.如图,将标号为 A, B, C, D 的正方形沿图中的虚线剪开后,得到标号为 N, P, Q, M 的四个图形,试按照“哪个正方形剪开后与哪个图形”的对应关系填空: A 与_____对应; B 与_____对应; C 与_____对应; D 与_____对应.



16.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 12$, $\angle ABC = \angle ACB$, $BC = 8$, D 为 AB 的中点,点 P 在线段 BC 上以每秒2个单位的速度由 B 点向 C 点运动,同时,点 Q 在线段 CA 上以每秒 X 个单位的速度由 C 点向 A 点运动.当 $\triangle BPD$ 与以 C, Q, P 为顶点的三角形全等时, X 的值为_____.

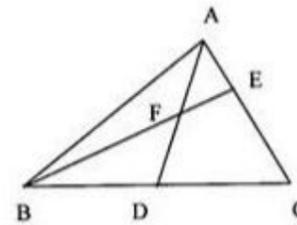


三、解答题(本题有8小题,第17-20题每题8分,第20、21题每题10分,第22、23题每题12分,第24题14分,共80分)

17.计算题.

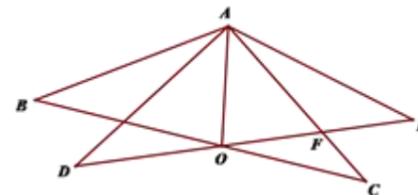
- (1) 已知一个多边形的内角和是 1260° ,求这个多边形的边数.
- (2) 用一条长为 18cm 的细绳围成一个等腰三角形,若有一边长等于 4cm ,求另外两边长.

18.如图所示, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, BE 交 AC 于 E ,交 AD 于 F ,且 $AE = EF$,求证 $AC = BF$.



19.如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAC = \angle DAE$, BC 交 DE 于点 O ,

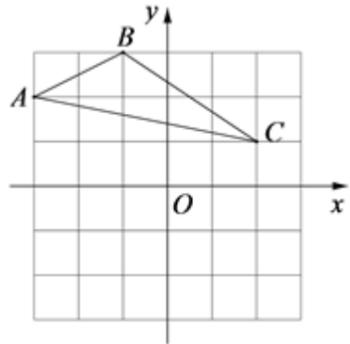
- (1) 求证: $\angle BOD = a$.
- (2) 若 AO 平分 $\angle DAC$,求证: $AC = AD$.
- (3) 若 $\angle C = 30^\circ$, OE 交 AC 于 F ,且 $\triangle AOF$ 为等腰三角形,则 $a =$ _____.



20.如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $(-3, 2)$ ， $(-1, 3)$ ， $(2, 1)$ 。

(1) 作出与 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ (点 A ， B ， C 的对应点分别是 A_1 ， B_1 ， C_1)；

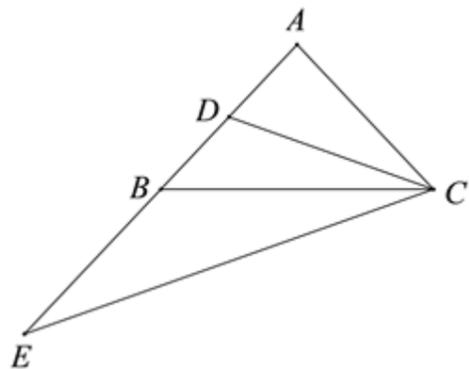
(2) 连接 AA_1 ， CC_1 ，求出四边形 AA_1C_1C 的面积。



21.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， CD 是 AB 边上的中线，延长 AB 至点 E ，使 $BE = AB$ ，连接 CE 。请你探究：

(1) 当 $\angle BAC$ 为直角时，直接写出线段 CE 与 CD 之间的数量关系；

(2) 当 $\angle BAC$ 为锐角或钝角时，(1)中的上述数量关系是否仍然成立？若成立，请给出证明；若不成立，请说明理由。

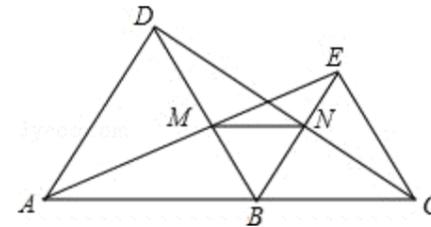


22.如图， A 、 B 、 C 三点在同一直线上，分别以 AB 、 BC 为边，在直线 AC 的同侧作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle BCE$ ，

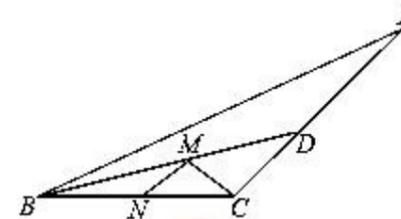
连接 AE 交 BD 于点 M ，连接 CD 交 BE 于点 N ，连接 MN 得 $\triangle BMN$ 。

(1) 求证： $\triangle ABE \cong \triangle DBC$ 。

(2) 试判断 $\triangle BMN$ 的形状，并说明理由。



23.如图，钝角三角形 ABC 的面积为18，最长边 $AB = 12$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ，点 M 、 N 分别是 BD 、 BC 上的动点，则 $CM + MN$ 有最小值吗？如果有，那么最小值是多少？



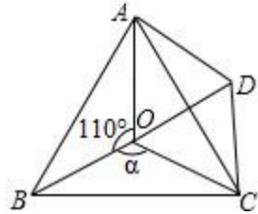
24. 探究题

如图,点O是等边 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle AOB = 110^\circ$, $\angle BOC = \alpha$,将 $\triangle BOC$ 绕点C按顺时针方向旋转 60° 得 $\triangle ADC$,连接OD.

(1)求证: $\triangle COD$ 是等边三角形;

(2)当 $\alpha = 150^\circ$ 时,试判断 $\triangle AOD$ 的形状,并说明理由;

(3)探究: 当 α 为多少度时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形?



答案

选择

1. D
2. C
3. A
4. D
5. D
6. C
7. B
8. B
9. B
10. B

【解析】首先由正方形 ABCD，顶点 A(1, 3)、B(1, 1)、C(3, 1)，然后根据题意求得第 1 次、2 次、3 次变换后的对角线交点 M 的对应点的坐标，即可得规律：第 n 次变换后的点 M 的对应点的为：当 n 为奇数时为(2-n, -2)，当 n 为偶数时为(2-n, 2)，继而求得把正方形 ABCD 连续经过 2015 次这样的变换得到正方形 ABCD 的对角线交点 M 的坐标。

解：∵正方形 ABCD，顶点 A(1, 3)、B(1, 1)、C(3, 1)。

∴对角线交点 M 的坐标为(2, 2)，

根据题意得：第 1 次变换后的点 M 的对应点的坐标为(2-1, -2)，即(1, -2)，

第 2 次变换后的点 M 的对应点的坐标为：(2-2, 2)，即(0, 2)，

第 3 次变换后的点 M 的对应点的坐标为(2-3, -2)，即(-1, -2)，

第 n 次变换后的点 M 的对应点的为：当 n 为奇数时为(2-n, -2)，当 n 为偶数时为(2-n, 2)，

∴连续经过 2015 次变换后，正方形 ABCD 的对角线交点 M 的坐标变为(-2013, -2)。

故选 B

填空、

11. 10
12. 60
13. 4
14. 130°
15. M;N;Q;P
16. 2 或 3

【解析】求出 BD，根据全等得出要使△BPD 与△CQP 全等，必须 BD=CP 或 BP=CP，得出方程 $12=16-4x$ 或 $4x=16-4x$ ，求出方程的解即可。

[解答过程]

解：设经过 t 秒后，使△BPD 与△CQP 全等，

∵AB=AC=12，点 D 为 AB 的中点，

∴BD=6，

∵∠ABC=∠ACB，

∴要使△BPD 与△CQP 全等，必须 BD=CP 或 BP=CP，

即 $6=8-2t$ 或 $2t=8-2t$ ，

$t_1=1$ ， $t_2=2$ ，

t=1 时，BP=CQ=2， $2\div 1=2$ ；

t=2 时，BD=CQ=6， $6\div 2=3$ ；

即点 Q 的运动速度是 2 或 3，

故答案为：2 或 3。

大题

17. 试题解析：（1）设这个多边形的边数为 n，根据题意

$(n-2)\cdot 180=1260$ 解得， $n=9$

答：这个多边形的边数为 9。

（2）解：分两种情况考虑：

①当底边长为 4cm，腰长为 $(18-4)\div 2=7\text{cm}$ ；

②当腰长为 4cm，底边长为 $18-4\times 2=10\text{cm}$ 时，因为 $4+4<10$ ，

所以这样的三角形不存在。

答：这个等腰三角形另两边的长分别是 7 cm，7 cm。

18.

证明：延长AD到H，使得DH=AD，连接BH

∵ D为BC中点

∴ BD=DC

在△ADC和△HDB中

$$\begin{cases} AD = DH \\ \angle ADC = \angle BDH \\ BD = CD \end{cases}$$

∴ △ADC ≅ △HDB (SAS)

∴ AC=BH, ∠H=∠AC

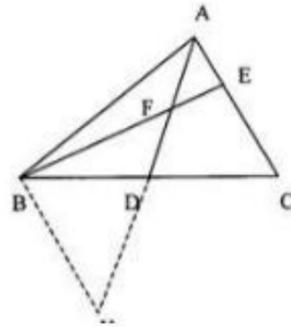
∵ EA=EF

∴ ∠HAE=∠AFE

又∵ ∠BFH=∠AFE

∴ BH=BF

∴ BF=AC



19. 试题解析：(1) 在△ABC 和△ADE 中，

$$AB = AD$$

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle DAE \\ AC = AE \end{cases}$$

$$AC = AE$$

∴ △ABC ≅ △ADE (SAS) ∴ ∠B=∠D, ∴ ∠BOD=∠BAD=α,

(2) 过 A 作 AM ⊥ BC 于 M, 作 AN ⊥ DE 于 N,

∵ △ABC ≅ △ADE, ∴ S_{△ABC} = S_{△ADE}, ∴ $\frac{1}{2} BC \cdot AM = \frac{1}{2} DE \cdot AN$, ∵ BC=DE, ∴ AM=AN,

∴ AO 平分 ∠BOE, ∵ AO 平分 ∠DAC, ∴ ∠DAO=∠CAO, ∴ ∠BAO=∠EAO,

在△ABO 和△AEO 中，

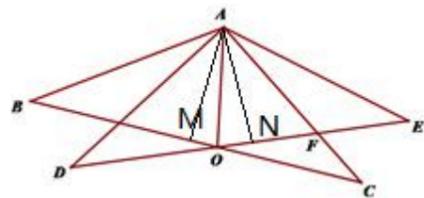
$$\angle BAO = \angle EAO$$

$$\begin{cases} AO = AO \end{cases}$$

∴ ∠AOB = ∠AOE

∴ △ABO ≅ △AEO (ASA),

∴ AB=AE, ∵ AB=AD, AC=AE, ∴ AC=AD,



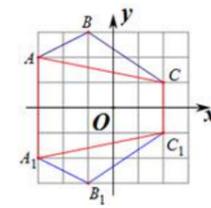
(3) 当 AO=AF 时, a=40°,

当 OA=OF 时, a=20°,

故答案为: 40° 或 20°.

20. 试题解析:

(1) 点 A, B, C 关于 x 对称的点的坐标 A₁ (-3, -2), B₁ (-1, -3), C₁ (2, -1), 如图所示△A₁B₁C₁ 即为所求.



(2) 梯形 AA₁C₁C 的面积为 $\frac{1}{2} (2+4) \times 5 = 15$.

21. 试题解析: (1) CE=2CD;

延长 CE 到 F, 使 EF=CE, 连接 FB,

∵ CE 是 AB 边上的中线,

∴ AE=BE,

又∵ ∠BEF=∠AEC,

∴ △AEC ≅ △BEF,

∴ FB=AC, ∠1=∠A,

∵ BD=AB,

∴ FB=BD,

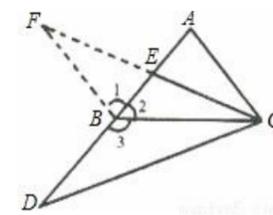
∴ ∠3=∠A+∠ACB=∠1+∠2, 即 ∠CBD=∠CBF,

又∵ BC 为公共边,

∴ △CDB ≅ △CFB,

∴ CD=CF=2CE,

即 2CE=CD



(2) 仍然成立. 例如取 AC 中点 M, 连接 BM. 证法较多, 略.

22. 解: (1) 证明: ∵ 等边△ABD 和等边△BCE,

∴ AB=DB, BE=BC, ∠ABD=∠EBC=60°,

∴ ∠ABE=∠DBC=120°,

在△ABE 和△DBC 中,

$$\because \begin{cases} AB=DB \\ \angle ABE=\angle DBC, \\ BE=BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DBC$ (SAS);

(2) $\triangle BMN$ 为等边三角形, 理由为:

证明: $\because \triangle ABE \cong \triangle DBC$,

$$\therefore \angle AEB = \angle DCB,$$

又 $\angle ABD = \angle EBC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle MBE = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

即 $\angle MBE = \angle NBC = 60^\circ$,

在 $\triangle MBE$ 和 $\triangle NBC$ 中,

$$\because \begin{cases} \angle AEB = \angle DCB \\ EB = CB \\ \angle MBE = \angle NBC \end{cases},$$

$\therefore \triangle MBE \cong \triangle NBC$ (ASA),

$\therefore BM = BN, \angle MBE = 60^\circ$,

则 $\triangle BMN$ 为等边三角形.

点评: 此题考查了等边三角形的判定与性质, 以及全等三角形的判定与性质, 熟练掌握判定与性质是解本题的关键. 同时做第二问时注意利用第一问已证的结论.

23. 试题分析: 本题考查了轴对称 - 最短路线问题, 关键是画出符合条件的图形, 题目具有一定的代表性, 是一道比较好的题目. 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E, 交 BD 于点 M, 过点 M 作 $MN \perp BC$ 于 N, 则 CE 即为 $CM + MN$ 的最小值, 再根据三角形的面积公式求出 CE 的长, 即为 $CM + MN$ 的最小值.

解: 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E, 交 BD 于点 M, 过点 M 作 $MN \perp BC$ 于 N,

\because BD 平分 $\angle ABC, ME \perp AB$ 于点 E, $MN \perp BC$ 于 N

$\therefore MN = ME$,

$\therefore CE = CM + ME = CM + MN$ 的最小值.

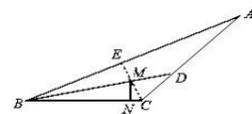
\because 三角形 ABC 的面积为 18, $AB = 12$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 12 \cdot CE = 18,$$

$\therefore CE = 3$.

即 $CM + MN$ 的最小值为 3.

故答案为: 3.



考点: 轴对称-最短路线问题.

24. (1) 根据旋转的性质可得出 $OC = OD$, 结合题意即可证得结论;

(2) 结合 (1) 的结论可作出判断;

(3) 找到变化中的不变量, 然后利用旋转及全等的性质即可做出解答.

(1) 证明: \because 将 $\triangle BOC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转 60° 得 $\triangle ADC$

$$\therefore CO = CD, \angle OCD = 60^\circ$$

$\therefore \triangle COD$ 是等边三角形.

(2) 解: 当 $\alpha = 150^\circ$ 时, $\triangle AOD$ 是直角三角形

理由是: $\because \triangle BOC \cong \triangle ADC$

$$\therefore \angle ADC = \angle BOC = 150^\circ$$

又 $\because \triangle COD$ 是等边三角形

$$\therefore \angle ODC = 60^\circ \text{ [来]}$$

$\therefore \angle ADO = \angle ADC - \angle ODC = 90^\circ$, 即 $\triangle AOD$ 是直角三角形.

(3) 解: ① 要使 $AO = AD$, 需 $\angle AOD = \angle ADO$

$$\because \angle AOD = 360^\circ - 110^\circ - 60^\circ - \alpha = 190^\circ - \alpha, \angle ADO = \alpha - 60^\circ$$

$$\therefore 190^\circ - \alpha = \alpha - 60^\circ$$

$$\therefore \alpha = 125^\circ$$

② 要使 $OA = OD$, 需 $\angle OAD = \angle ADO$

$$\because \angle OAD = 180^\circ - (\angle AOD + \angle ADO) = 180^\circ - (190^\circ - \alpha + \alpha - 60^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \alpha - 60^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \alpha = 110^\circ$$

③ 要使 $DO = DA$, 需 $\angle OAD = \angle AOD$.

$$\because \angle AOD = 360^\circ - 110^\circ - 60^\circ - \alpha = 190^\circ - \alpha, \angle OAD = \frac{180^\circ - (\alpha - 60^\circ)}{2} = \frac{240^\circ - \alpha}{2} \therefore 190^\circ - \alpha = \frac{240^\circ - \alpha}{2}, \text{ 解得}$$

$$\alpha = 140^\circ$$