

# 九年级数学期中考试

(全卷满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

命题教师: 李佳玲 审核教师: 张雅丽、李生华

班级\_\_\_\_\_ 座号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

- 注意事项: 1. 全卷三大题, 25 小题, 试卷共 4 页, 另有答题卡;  
2. 答案一律写在答题卡上, 否则不予得分;  
3. 可直接用 2B 铅笔画图.

## 第 I 卷

一、选择题(本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 每小题的四个选项中, 只有一个选项正确)

1. 下列图形中, 属于中心对称图形的是 ( )

- A. 等边三角形      B. 直角三角形      C. 等腰梯形      D. 平行四边形

2. 已知点  $A(a, -1)$  与  $B(2, b)$  是关于原点  $O$  的对称点, 则 ( )

- A.  $a = -2, b = -1$       B.  $a = -2, b = 1$       C.  $a = 2, b = -1$       D.  $a = 2, b = 1$

3. 方程  $x^2 - 5x = 0$  的解是 ( )

- A.  $x = 5$       B.  $x_1 = 5, x_2 = -5$       C.  $x_1 = 5, x_2 = 0$       D.  $x = 0$

4. 将抛物线  $y = x^2$  向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 所得的抛物线的解析式为 ( )

- A.  $y = (x+3)^2 + 2$       B.  $y = (x-3)^2 + 2$       C.  $y = (x+2)^2 + 3$       D.  $y = (x-2)^2 + 3$

5. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2kx + k^2 = 0$  的一根为 1, 则  $k$  的值为 ( )

- A. 1      B. -1      C.  $\pm 1$       D. 0

6. 已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  关于点  $O$  对称, 相应的对称点如图 1 所示, 则下列结论正确的是 ( )

- A.  $AO = BO$       B. 点  $D$  在  $BO$  的延长线上  
C. 点  $A$  关于点  $O$  的对称点是点  $D$       D.  $BO = EO$

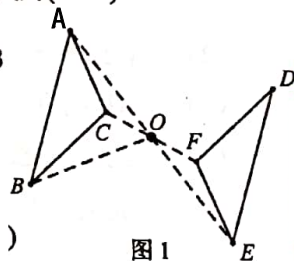


图 1

7. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象如图 2 所示, 则点  $Q\left(\frac{c}{b}, a\right)$  在 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

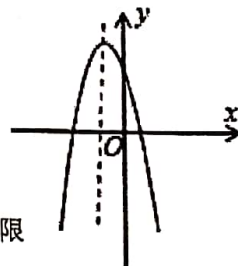


图 2

8. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $mx^2 + 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根, 则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m > -1$  且  $m \neq 0$       B.  $m < 1$  且  $m \neq 0$       C.  $m < -1$       D.  $m > 1$

9. 已知二次函数  $y = x^2 - 3x + m$  的图象与  $x$  轴的一个交点为  $(1, 0)$ ，则关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + m = 0$  的两实数根分别是( )

- A. 1 和 -1      B. 1 和 -2      C. 1 和 2      D. 1 和 3

10. 已知二次函数  $y = -x^2 + mx$  的图象与  $x$  轴交于坐标原点和  $(4, 0)$ ，若关于  $x$  的方程  $x^2 - mx + t = 0$  ( $t$  为实数) 在  $1 < x < 5$  的范围内有解，则  $t$  的取值范围是( )

- A.  $-5 < t < 3$       B.  $t > -5$       C.  $3 < t \leq 4$       D.  $-5 < t \leq 4$

## 第 II 卷

二、填空题(本题共 6 题，每小题 4 分，共 24 分)

11. 方程  $x^2 - 2 = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

12. 抛物线  $y = -2(x+1)^2 + 1$  的对称轴是\_\_\_\_\_.

13. 如图 3，已知  $AB=3$ ， $AC=1$ ， $\angle D=90^\circ$ ， $\triangle DEC$  与  $\triangle ABC$  关于点  $C$  成中心对称，则  $AE$  的长是\_\_\_\_\_.

14. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的部分对应值如下表：

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

利用二次函数的图象可知，当函数值  $y < 0$  时， $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 有一人患了某种流感，在每轮传染中平均一个人传染  $x$  个人，在进入第二轮传染之前有两人被及时隔离治疗并治愈，若两轮传染后还有 24 人患流感，则  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图 4， $\triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是等腰直角三角形， $BA = BC$ ， $BD = BE$ ， $AC = 4$ ， $DE = 2\sqrt{2}$ ，

将  $\triangle BDE$  绕着点  $B$  逆时针方向旋转后得  $\triangle BD'E'$ ，当点  $E'$  恰好落在线段  $AD'$  上时，则  $CE' = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题(本大题有 9 小题，共 86 分)

17. (本题满分 8 分) 解方程：  $x^2 - 2x - 1 = 0$

18. (本题满分 8 分) 在平面直角坐标系中，已知点  $A(-3, 1)$ ， $B(-1, 0)$ ， $C(-2, -1)$ ，请在右图中画出  $\triangle ABC$ ，并画出与  $\triangle ABC$  关于原点  $O$  对称的图形.

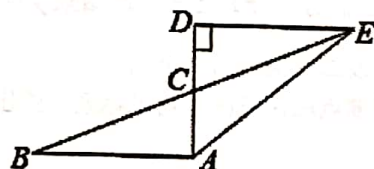
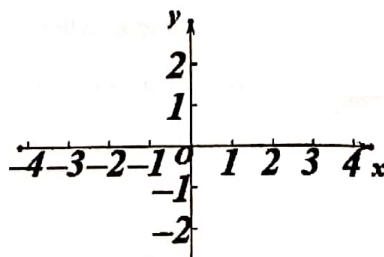


图 3

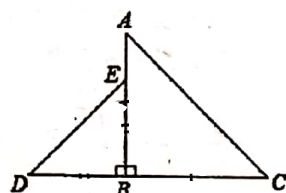


图 4

19. (本题满分 8 分) 如图 5, 把  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转  $40^\circ$  得到  $\triangle DEC$ . 点  $D$  恰好落在边  $AB$  上,  $DE$  与  $BC$  交于点  $F$ , 且  $\triangle ACD$  与  $\triangle FCD$  关于直线  $CD$  对称, 求  $\angle B$  的度数.

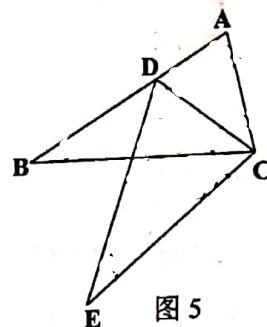
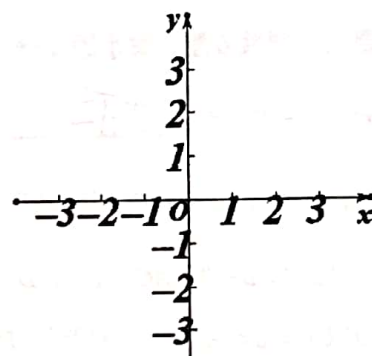


图 5

20. (本题满分 8 分) 已知二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象经过点  $A(0, 3)$ ,  $B(-1, 0)$

- (1) 求该二次函数的解析式;
- (2) 用描点法在平面直角坐标系中画出该函数的图象.



21. (本题满分 8 分) 如图 6, 在美化校园的活动中, 某兴趣小组用总长为 28 m 的围栏材料, 一面靠墙, 围成一个矩形花园, 墙长 16 m.

- (1) 设  $AB$  的长为  $x$  m, 矩形花园的面积为  $S$   $m^2$ , 请写出  $S$  与  $x$  的关系式和自变量  $x$  的取值范围;
- (2) 当  $x$  为多少时,  $S$  取得最大值, 最大值是多少?

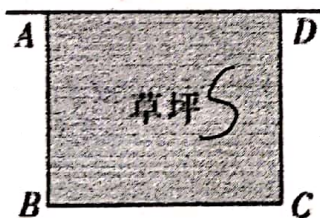


图 6

22. (本题满分 10 分) 如图 7, 斜坡  $OA$  所在直线的解析式为  $y_1 = x$ , 从坡脚  $O$  处抛出的小球运行的高度  $y_2$  (单位:  $m$ ) 与水平距离之间  $x$  (单位:  $m$ ) 的关系满足二次函数关系, 并测得相关数据:

小球水平距离之间 $x$ (单位: $m$ )	0	1	2	3
小球运行的高度 $y_2$ (单位: $m$ )	0	7	12	15

- (1) 求  $y_2$  和  $x$  满足的关系式 (不需要写出自变量的范围);
- (2) 小球落在斜坡上  $A$  点时, 点  $A$  的坐标为多少? 小球距  $O$  点的距离等于多少?

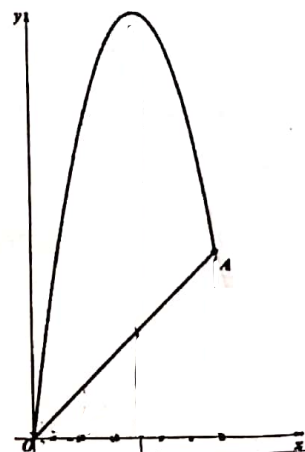
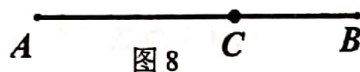


图 7

23. (本题满分 10 分) 如图 8, 点  $C$  将线段  $AB$  分成两部分,



若  $AC^2 = BC \cdot AB$  ( $AC > BC$ ), 则称点  $C$  为线段  $AB$  的黄金分割点.

某数学兴趣小组在进行抛物线课题研究时, 由黄金分割点联想到“黄金抛物线”, 类似地给出“黄金抛物线”的定义: 若抛物线  $y = ax^2 + bx + c$ , 满足  $b^2 = ac$  ( $b \neq 0$ ), 则称此抛物线为黄金抛物线.

- (1) 若某黄金抛物线的对称轴是直线  $x=2$ , 且与  $y$  轴交于点  $(0, 8)$ , 求  $y$  的最小值;
- (2) 若黄金抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 的顶点为  $P(1, 3)$ , 把它向下平移后与  $x$  轴交于  $A(\sqrt{5}+3, 0)$ ,  $B(x_0, 0)$ , 判断原点是否是线段  $AB$  的黄金分割点, 并说明理由.

24. (本题满分 12 分) 已知  $\angle ACD = 90^\circ$ ,  $AC = DC$ ,  $MN$  是过点  $A$  的直线,  $DB \perp MN$  于点  $B$ .

- (1) 如图 9, 求证:  $BD + AB = \sqrt{2}BC$ ;
- (2) 直线  $MN$  绕点  $A$  旋转, 在旋转过程中, 当  $\angle BCD = 30^\circ$ ,  $BD = \sqrt{2}$  时, 求  $BC$  的值.

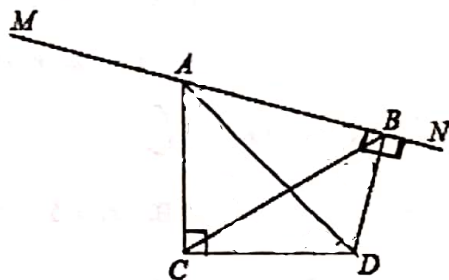


图 9

25. (本题满分 14 分) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $b < 0$ ) 的顶点落在  $x$  轴上.

- (1) 若抛物线顶点为  $(2, 0)$ , 求  $a, c$  满足的关系式
- (2) 设  $A$  为抛物线上的一定点, 直线  $l: y = kx + 1 - k$  与抛物线交于  $B, C$  两点, 直线  $BD$  垂直于直线  $y = -1$ , 垂足为点  $D$ , 当  $k = 0$  时, 直线  $l$  与抛物线的一个交点在  $y$  轴上, 且  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形
  - ① 求点  $A$  的坐标和抛物线的解析式;
  - ② 证明: 对于每个给定的实数  $k$ , 都有  $A, D, C$  三点共线.



九年级数学期中考试

姓名 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 座号 \_\_\_\_\_

扫一扫  
查成绩  
缺考标记

贴条形码区

(正面朝上, 请勿贴出虚线方框)

1. [A] [B] [C] [D] 2. [A] [B] [C] [D] 3. [A] [B] [C] [D] 4. [A] [B] [C] [D] 5. [A] [B] [C] [D]
6. [A] [B] [C] [D] 7. [A] [B] [C] [D] 8. [A] [B] [C] [D] 9. [A] [B] [C] [D] 10. [A] [B] [C] [D]

11.  $x = \pm\sqrt{2}$  12.  $x = -1$  13.  $\sqrt{3}$

14.  $-1 < x < 3$  15.  $5$  16.  $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

17 (8分)

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

法解:  $x^2 - 2x + 1 = |1+1| \dots 2$  法解:  $a=1, b=-2, c=-1 \dots 2$

$$(x-1)^2 = 2 \dots 2 \quad \Delta = b^2 - 4ac \dots 2$$

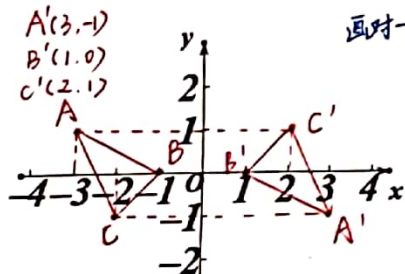
$$x-1 = \pm\sqrt{2} \dots 2 \quad = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-1)$$

$$x = 1 \pm \sqrt{2} \dots 2 \quad = 4 + 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 1 \pm \sqrt{2} \dots 1$$

18 (8分)

A(3,1) A'(3,-1)  
B(1,0) B'(1,0)  
C(-2,-1) C'(-2,1)



$\triangle ABC$  为所求  $\dots 1$  分  
 $\triangle A'B'C'$  为所求  $\dots 1$  分

19 (8分)

解: 由题可知  $\angle ACD = \angle BCE = 40^\circ \dots 1$  分

$$\triangle ACD \cong \triangle FCD \dots 1$$

$$CA = CD \dots 1$$

$$\therefore \angle A = \angle C = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ \dots 2$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle FCD$$

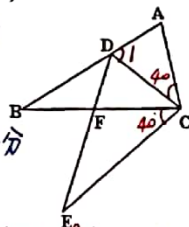
$$\therefore \angle ACD = \angle FCD = 40^\circ \dots 1 \text{ 分} \quad \angle ACB = 80^\circ \dots 1$$

在  $\triangle ABC$  中

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle ACB$$

$$= 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ$$

$$= 30^\circ \dots 1$$



20 (8分)

(1)  $y = x^2 + bx + c$  经过点 A(0,3) B(1,0)

$$\therefore \begin{cases} c = 3 \\ 1 - b + c = 0 \end{cases} \dots 1$$

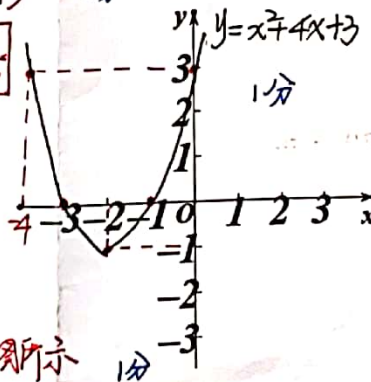
$$\therefore \begin{cases} c = 3 \\ b = 4 \end{cases} \dots 1$$

$$\therefore y = x^2 + 4x + 3 \dots 1$$

顶点坐标  $(-2, -1) \dots 1$  分

x	-4	-3	-2	-1	0
y	3	0	-1	0	3

列表  $\dots 1$  分



2 如图所示  $\dots 1$  分

21 (8分)

(1) 若  $AB = x$

$$\text{则 } BC = 28 - 2x$$

$$S = x \cdot (28 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 28x \dots 2$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 28 - 2x > 0 \end{cases}$$

$$\therefore 6 \leq x < 14 \dots 1$$

(2)  $\because a = -2 < 0$

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{28}{2(-2)} = 7 \text{ 取得最大值} \dots 1$$

$$S_{\max} = 7 \times (28 - 14) = 98 \dots 1$$

答: 当  $x = 7$  时,  $S$  取得最大值为  $98 \text{ m}^2 \dots 1$  分



22 (10分)

(1) 设  $y_2 = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )  $\dots 1$  分

$\therefore$  过  $(0,0)$   $(1,7)$   $(2,12)$

$$\begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 7 \\ 4a + 2b + c = 12 \end{cases} \dots 3 \quad \therefore \begin{cases} a = -1 \\ b = 9 \\ c = 0 \end{cases} \dots 1$$

$$\therefore y_2 = -x^2 + 8x \dots 1$$

$$(2) \begin{cases} y = -x^2 + 8x \\ y = x \end{cases} \dots 1$$

$$\therefore -x^2 + 8x = x$$

$$-x^2 + 7x = 0$$

$$x(-x + 7) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 7$$

$$\text{当 } x = 0, y = 0 \therefore O(0,0)$$

$$\text{当 } x = 7, y = 7 \therefore A(7,7) \dots 2$$

过 A 作  $AB \perp x$  轴于 B

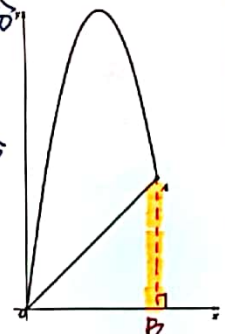
$$AB = 7 \quad OB = 7$$

在  $\text{Rt}\triangle OAB$  中

$$OA = \sqrt{AB^2 + OB^2} = 7\sqrt{2}$$

答: A(7,7)

此时与 O 点距离为  $7\sqrt{2} \text{ m}$



(1)  $\because$  对称轴是直线  $x=2$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 2$$

$$\text{即 } b = -4a \quad \dots 2\text{分}$$

$\because$  经过  $(0, 8)$

$$\therefore c = 8 \quad \dots 1\text{分}$$

$\because$  它是黄金抛物线

$$\therefore b^2 = ac \text{ 且 } a \neq 0$$

$$\text{即 } 16a^2 = 8a$$

$$16a = 8$$

$$a = \frac{1}{2} \quad \dots 1\text{分}$$

$$\text{则 } b = -2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 8 \quad \dots 1\text{分}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2} > 0$$

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = 2, y_{\min} = 6 \quad \dots 1\text{分}$$

(2)  $\because$  由题可知  $y = ax^2 + bx + c$  对称轴是直线  $x=1$

$\therefore$  上下平移

$\therefore$  不改变对称轴

而  $A(\sqrt{5}+3, 0)$   $B(x_0, 0)$  关于  $x=1$  对称

$$\therefore \frac{\sqrt{5}+3+x_0}{2} = 1$$

$$x_0 = -1-\sqrt{5} \quad B(-1-\sqrt{5}, 0) \quad \dots 1\text{分}$$

$$\text{而 } OA = 3+\sqrt{5} \quad OB = 1+\sqrt{5} \quad AB = 4+2\sqrt{5}$$

$$OA^2 = (3+\sqrt{5})^2 = 14+6\sqrt{5} \quad \dots 1\text{分}$$

$$OB \cdot AB = (1+\sqrt{5})(4+2\sqrt{5}) = 14+6\sqrt{5} \quad \dots 1\text{分}$$

$$\therefore OA^2 = OB \cdot AB$$

$\therefore$  原点是线段  $AB$  的黄金分割点  $\dots 1\text{分}$

(1) 在射线  $AME$  截取  $AE = MB$

连接  $CE$   $\dots 1\text{分}$

$$\therefore \angle ACD = \angle ABD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAB + \angle D = 180^\circ$$

$$\text{即 } \angle CAB + \angle EAC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle EAC = \angle D \quad \dots 1\text{分}$$

$$\text{又 } EA = BD \quad AC = DC$$

$$\therefore \triangle EAC \cong \triangle BDC \text{ (SAS)} \quad \dots 2\text{分}$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \quad CE = CB$$

$$\text{又 } \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ \text{ 即 } \angle ECB = 90^\circ$$

在  $\text{Rt}\triangle ECB$  中

$$CE^2 + CB^2 = EB^2$$

$$2CB^2 = EB^2$$

$$\therefore EB = \sqrt{2}CB \quad \dots 1\text{分}$$

$$\text{而 } EB = EA + AB$$

$$= BD + AB \quad \dots 1\text{分}$$

$$\therefore \sqrt{2}CB = BD + AB$$

(2) 由(1)知  $CE = CB$   $\angle ECB = 90^\circ$

$$\therefore \angle CEB = \angle ECB = 45^\circ$$

$$\text{而 } \angle BCD = 30^\circ \therefore \angle ACB = 60^\circ$$

过点  $A$  作  $AF \perp BC$  于点  $F$

在  $\text{Rt}\triangle ABF$  中  $\angle FAB = \angle FBA = 45^\circ$

$$\text{可设 } FA = FB = x$$

$$\text{则 } AB = \sqrt{2}x$$

在  $\text{Rt}\triangle ACF$  中  $\angle CAF = 30^\circ$

$$\text{可设 } CF = \frac{1}{2}AC$$

$$\text{则 } AC^2 = AF^2 + CF^2$$

$$(2CF)^2 = x^2 + CF^2$$

$$CF = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

$$\therefore BC = CF + BF = (1 + \frac{\sqrt{3}}{3})x$$

$$\text{由(1)知 } BD + AB = \sqrt{2}BC$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{2}x = \sqrt{2} \cdot (1 + \frac{\sqrt{3}}{3})x$$

$$\text{即 } 1 + x = (1 + \frac{\sqrt{3}}{3})x$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$\therefore BC = \sqrt{3} + 1$$

$$\therefore \text{或 } BC = \sqrt{3} - 1$$

25 (14分)

(1)  $\because$  顶点  $(2, 0)$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 2 \text{ 即 } b = -4a \quad \dots 2\text{分}$$

$$\text{且 } 4a + 2b + c = 0 \quad \dots 1\text{分}$$

$$\therefore 4a - 8a + c = 0$$

$$c = 4a \quad \dots 1\text{分}$$

(2) ① 画大致示意图



当  $k=0$  时  $y=1$  (平行于  $x$  轴直线)

$$\therefore BC \parallel x \text{ 轴}$$

由抛物线对称性

当  $\triangle ABC$  为等腰直角三角形时 ( $AC=AB$ ) 设  $AD: y = mx + n$  (点  $A$  只是抛物线顶点)

点  $A$  只是抛物线顶点

$$\text{则 } \angle CAD = \angle BAC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle OCA = 45^\circ$$

$$\therefore OC = OA = 1$$

$$\therefore A(1, 0)$$

$\therefore$  抛物线顶点在  $x$  轴上

$$\therefore \text{可设 } y = a(x-1)^2$$

$$\therefore \text{过 } (0, 1)$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore y = (x-1)^2$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} y = kx + 1 - k \\ y = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$x^2 - (k+2)x + k = 0$$

$$x_C + x_B = k+2$$

$$x_C \cdot x_B = k$$

$$C(x_C, y_C) \quad B(x_B, y_B)$$

$$y_C = (x_C - 1)^2 \quad y_B = (x_B - 1)^2$$

$$D(x_B, -1) \quad A(1, 0)$$

设  $AD: y = mx + n$  (点  $A$  只是抛物线顶点)

$$\begin{cases} 0 = m + n \\ -1 = mx_B + n \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} m = -\frac{1}{x_B - 1} \\ n = \frac{1}{x_B - 1} \end{cases}$$

$$\therefore AD: y = -\frac{1}{x_B - 1}x + \frac{1}{x_B - 1}$$

接下来验证  $C$  是否满足该解析式

$$\text{当 } x = x_C$$

$$y = -\frac{x_C}{x_B - 1} + \frac{1}{x_B - 1} = \frac{1 - x_C}{x_B - 1}$$

$$y_C - y = (x_C - 1)^2 - \frac{1 - x_C}{x_B - 1} = (x_C - 1)^2 + \frac{x_C - 1}{x_B - 1}$$

$$= (x_C - 1) \frac{(x_C - 1)(x_B - 1) + 1}{x_B - 1}$$

$$= (x_C - 1) \frac{x_C x_B - (x_B + x_C) + 2}{x_B - 1}$$

$$= (x_C - 1) \frac{k - (k+2) + 2}{x_B - 1}$$

$$= 0 \quad \therefore \text{在}$$