

2020 年下学期湘一芙蓉、一中双语期中考试参考答案

八年级 数学

一、选择题（每题 3 分；共 36 分）

1. D、2. A、3. D、4. C、5. A、6. B、7. C、8. C、9. B、10. D、11. B、12. A

二、填空题（每题 3 分；共 18 分）

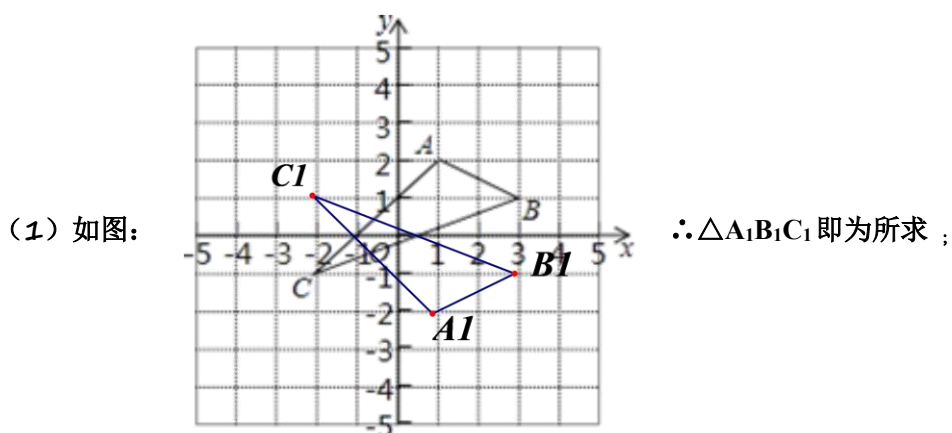
13. 稳定、14. 720° 、15. $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 、16. 60° 或 120° 、17. $a \geq 2$ 、18. 40°

三、解答题

19. (6 分) (1) -2 ; (2) $2 - \sqrt{3}$;

20. (6 分) (1) $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. (2) $x \leq 1$.

21. (8 分)



由上图可知: A_1 , B_1 , C_1 的坐标分别为: $(1, -2)$, $(3, -1)$, $(-2, 1)$

$$(2) S_{\triangle ABC} = 3 \times 5 - 3 \times 3 \div 2 - 1 \times 2 \div 2 - 5 \times 2 \div 2 = 4.5$$

22. (8 分)

$$\angle A = \angle D$$

解 (1) 证明: \because 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCE$ 中, $\begin{cases} \angle AEB = \angle DEC, \\ AB = DC \end{cases}$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE \text{ (AAS)}$$

$$(2) \because \triangle ABE \cong \triangle DCE, \therefore BE = EC,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle ECB,$$

$$\because \angle EBC + \angle ECB = \angle AEB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = 25^\circ$$

23. (9 分)

解：(1) 设一个足球的单价 x 元、一个篮球的单价为 y 元，根据题意得： $\begin{cases} x + y = 159 \\ x = 2y - 9 \end{cases}$ ，解得：

$$\begin{cases} x = 103 \\ y = 56 \end{cases}.$$

答：一个足球的单价 103 元，一个篮球的单价 56 元；

(2) 设可买足球 m 个，则买篮球 $(20 - m)$ 个，根据题意得：

$$103m + 56(20 - m) \leq 1550, \text{ 解得： } m \leq 9\frac{7}{47}, \because m \text{ 为整数，} \therefore m \text{ 最大取 } 9$$

答：学校最多可以买 9 个足球.

(3) 共有 10 种方案，分别是：

方案一：买足球 0 个，篮球 20 个；方案一：买足球 1 个，篮球 19 个；方案二：买足球 2 个，篮球 18 个；方案三：买足球 3 个，篮球 17 个；方案四：买足球 4 个，篮球 16 个；方案五：买足球 5 个，篮球 15 个；方案六：买足球 6 个，篮球 14 个；方案七：买足球 7 个，篮球 13 个；方案八：买足球 8 个，篮球 12 个；方案九：买足球 9 个，篮球 11 个；

其中方案一最省钱，最多能省 423 元。

24. (9 分)

解：(1) 用 HL 证明 $\text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle ACD$ 即可。

(2) 证明： \because 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，

$$\therefore DE = DF.$$

连接 BD ， CD .

\because 点 D 在 BC 的垂直平分线上，

$$\therefore DB = DC;$$

在 $\text{Rt}\triangle DCF$ 与 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中， $\begin{cases} DE = DF \\ DB = DC \end{cases}$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle DCF \cong \text{Rt}\triangle DBE \text{ (HL)},$$

$$\therefore BE = CF;$$

(3) 解: $\because DE=DF$.

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 与 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $\begin{cases} DE=DF \\ AD=AD \end{cases}$,

$\therefore \text{Rt}\triangle AED \cong \text{Rt}\triangle AFD$ (HL),

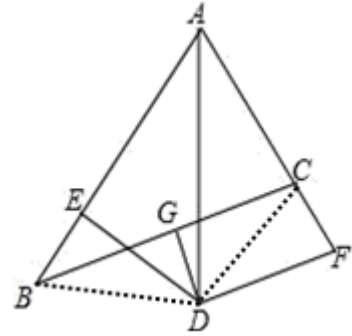
$\therefore AE=AF$,

$\because AB=8\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$, $BE=CF$, $AE=AF=AC+CF$,

$\therefore AB=AE+BE=AC+BE+CF=AC+2BE$,

$\therefore BE=2\text{cm}$,

$\therefore AE=AB-BE=6\text{cm}$.



25. (10 分)

(1) $\because \triangle ADC \cong \triangle EDB$,

$\therefore BE=AC=8$,

$\because AB=12$,

$\therefore 12-8 < AE < 12+8$,

即 $4 < AE < 20$,

$\because D$ 为 AE 中点

$\therefore 2 < AD < 10$;

(2) 延长 AF 到 H , 使 $AF=HF$,

由题意得 $\triangle ADF \cong \triangle HCF$, 故 $AH=2AF$,

$\because AB \perp AC$, $AD \perp AE$,

$\therefore \angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$,

又 $\angle ACH + \angle CAH + \angle AHC = 180^\circ$,

$\because \angle D = \angle FCH$, $\angle DAF = \angle CHF$,

$\therefore \angle ACH + \angle CAD = 180^\circ$,

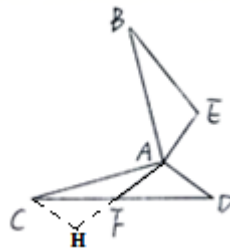
故 $\angle BAE = \angle ACH$,

又 $AB=AC$, $AD=AE$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle ACH$ (SAS),

故 $BE=AH$, 又 $AH=2AF$

$\therefore BE=2AF$.



(3) $EF^2=AE^2+BF^2$, 理由如下:

延长 FD 到点 G , 使 $DG=FD$, 连结 GA , GE ,

由题意得 $\triangle DBF \cong \triangle ADG$,

$\therefore FD=GD$, $BF=AG$,

$\because DE \perp DF$,

$\therefore DE$ 垂直平分 GF ,

$\therefore EF=EG$,

$\because \angle C=90^\circ$,

$\therefore \angle B + \angle CAB = 90^\circ$,

又 $\angle B = \angle DAG$,

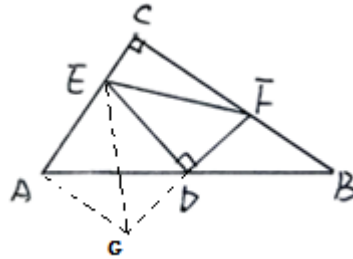
$\therefore \angle DAG + \angle CAB = 90^\circ$

$\therefore \angle EAG = 90^\circ$,

故 $EG^2 = AE^2 + AG^2$,

$\because EF=EG$, $BF=AG$

$\therefore EF^2 = AE^2 + BF^2$,



26. (10 分)

(1) $\because AB \parallel CD \parallel x$ 轴, $BC \parallel DE \parallel y$ 轴, 且 $AB=CD=4$, $OA=5$, $DE=2$,

$4+4=8$,

$\therefore B(4, 5)$, $C(4, 2)$, $D(8, 2)$;

(2) 当 P , Q 两点运动 3 s 时, 如图 1, 此时点 $P(3, 5)$, $Q(6, 0)$,

因为 $C(4, 2)$, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴, 延长 BC 交 x 轴于点 N , 延

长 DC 交 PM 于点 K ,

则有 $M(3, 0)$, $N(4, 0)$, $K(3, 2)$,

所以 $QM=3$, $CK=MN=1$, $PK=BC=3$, $CN=NQ=2$,

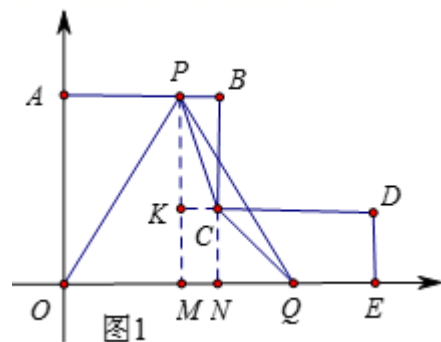
所以三角形 PQC 的面积 $= \frac{1}{2} \times 3 \times 5 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - 2 \times 1 = 2$;

(3) 点 P 运动的路径长为 $AB+BC=4+3=7$, 用时需要 7 秒,

点 Q 运动的路径长为 $OE+DE=8+2=10$, 用时需要 5 秒,

根据其中一点到达终点时, 运动停止, 可知运动时间 t 的取值范围为 $0 \leq t \leq 5$;

① 当 $0 \leq t < 4$ 时(如图 2), $OA=5$, $OQ=2t$,



$$S_{\text{三角形 OPQ}} = \frac{1}{2} OQ \cdot OA = \frac{1}{2} \times 2t \times 5 = 5t;$$

②当 $4 \leq t \leq 5$ 时(如图 3), $OE=8$, $EM=9-t$, $PM=4$, $MQ=17-3t$, $EQ=2t-8$,

$$\begin{aligned} S_{\text{三角形 OPQ}} &= S_{\text{梯形 OPME}} - S_{\text{三角形 PMQ}} - S_{\text{三角形 OEQ}} \\ &= \frac{1}{2} \times (4+8) \times (9-t) - \frac{1}{2} \times 4 \times (17-3t) - \frac{1}{2} \times 8 \times (2t-8) \\ &= 52-8t, \end{aligned}$$

综上, $S = \begin{cases} 5t (0 \leq t < 4) \\ 52-8t (4 \leq t \leq 5) \end{cases}.$

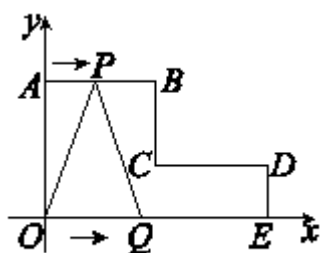


图 2

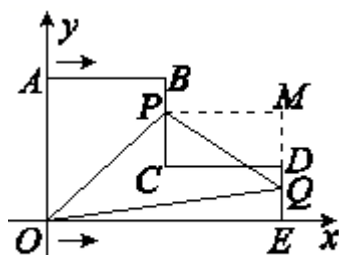


图 3