

仓山区 2020—2021 学年第一学期期中质量检测

八年级数学试题答案及评分标准

评分说明:

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据试题的主要考查内容比照评分参考制定相应的评分细则.
2. 对于计算题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应给分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分.
3. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
4. 只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一、选择题(每小题 4 分, 共 40 分)

- | | | | | |
|------|------|------|------|-------|
| 1. D | 2. A | 3. C | 4. A | 5. C |
| 6. D | 7. B | 8. C | 9. B | 10. A |

二、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

- | | | |
|------------|-------|---------------------------|
| 11. (2, 3) | 12. 1 | 13. $\frac{2}{3}$ |
| 14. 84 | 15. 6 | 16. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ |

三、解答题(满分 86 分)

17. (本小题满分 8 分)

计算: $a^3 \cdot a^2 \cdot a + (a^2)^3 + (-3a^3)^2$.

解: 原式 = $a^6 + a^6 + 9a^6$ 6 分
 $= 11a^6$ 8 分

18. (本小题满分 8 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, $\angle BAC = 80^\circ$, $\angle C = 70^\circ$. 求 $\angle BAD$ 的度数.

解: $\because AD$ 是高

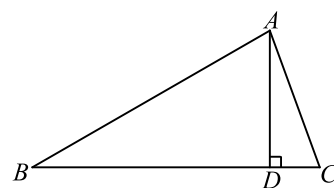
$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ 2 分

$\because \angle C = 70^\circ$

$\therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ 5 分

$\because \angle BAC = 80^\circ$

$\therefore \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 80^\circ - 20^\circ = 60^\circ$ 8 分



19. (本小题满分 8 分)

如图, $AB = DC$, $BE \perp AD$ 于 E , $CF \perp AD$ 于 F , $AF = DE$, 求证: $\angle B = \angle C$.

证明: $\because AF = DE$

$\therefore AF - EF = DE - EF$

$\therefore AE = DF$ 2 分

$\because BE \perp AD$, $CF \perp AD$

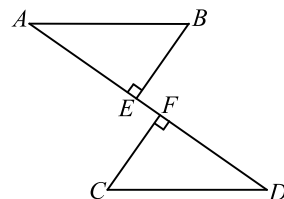
$\therefore \angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ 4 分

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 和 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中

$\begin{cases} AB = DC \\ AE = DF \end{cases}$

$\therefore \text{Rt}\triangle AEB \cong \text{Rt}\triangle DFC$ 6 分

$\therefore \angle B = \angle C$ 8 分



20. (本小题满分 8 分)

如图, CD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AC$, 垂足为 E , 若 $AC = 5$, $BC = 4$, $\triangle ABC$ 的面积为 9, 求 DE 的长.

解: 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F 1 分

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$, $DE \perp AC$, $DF \perp BC$

$\therefore DE = DF$ 3 分

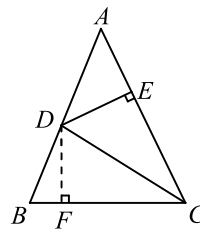
$\because \triangle ABC$ 的面积为 9

$\therefore S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ACD} = 9$ 5 分

$\therefore \frac{1}{2}BC \cdot DF + \frac{1}{2}AC \cdot DE = 9$ 6 分

$\therefore \frac{1}{2} \times 5DE + \frac{1}{2} \times 4DE = 9$ 7 分

$\therefore DE = 2$ 8 分



21. (本小题满分 8 分)

用一条长为 14 cm 的细绳分三段首尾相连围成一个等腰三角形, 若不相等两边的长分别为 4 cm 和 a cm. 求 a 的值.

解: 当长 4 cm 的边为腰时, 则底边长为 a cm 1 分

根据题意, 得 $2 \times 4 + a = 14$ 3 分

解得 $a = 6$ 4 分

当长 a cm 的边为腰时, 则底边长为 4 cm

根据题意, 得 $2a + 4 = 14$ 6 分

解得 $a = 5$ 7 分

\therefore 综上所述, a 的值为 6 或 5. 8 分

22. (本小题满分 10 分)

求证: 等腰三角形两腰上的中线相等. (要求根据给出的图形写出已知、求证和证明过程.)

已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BD 和 CE 是中线. 3 分

求证: $BD = CE$ 4 分

证法一: $\because BD$ 和 CE 是中线

$\therefore AD = \frac{1}{2}AC$, $AE = \frac{1}{2}AB$ 6 分

$\because AB = AC$

$\therefore AD = AE$ 7 分

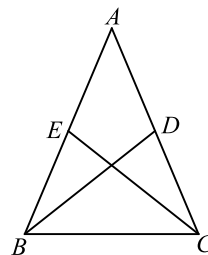
在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle A = \angle A \\ AD = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ 9 分

$\therefore BD = CE$

即等腰三角形两腰上的中线相等得证. 10 分



证法二: $\because AB = AC$

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ 5 分

$\because BD$ 和 CE 是中线

$\therefore BE = \frac{1}{2}AB, CD = \frac{1}{2}AC$ 7 分

$\therefore BE = CD$ 8 分

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle CBD$ 中

$$\begin{cases} BE = CD \\ \angle ABC = \angle ACB \\ BC = CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CBD$ 9 分

$\therefore BD = CE$

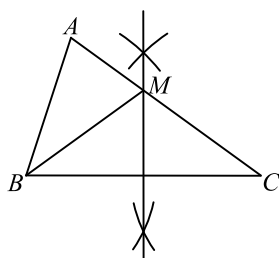
即等腰三角形两腰上的中线相等得证. 10 分

23. (本小题满分 10 分)

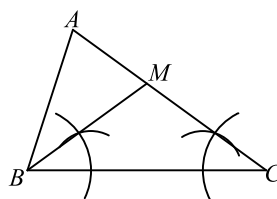
如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$.

(1) 尺规作图: 在 AC 上找一点 M , 使得 $\angle MBC = \angle C$; (不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 的条件下, 若满足 $BM = AB$ 时, 求 $\angle C$ 的度数.



作法一图



作法二图

解: (1) 如图所示, 点 M 即为所求; 4 分

说明: 本小题满分 4 分, 作图正确得 3 分, 结论正确得 1 分, 只写如图所示, 不得结论分.

(2) 设 $\angle C = \alpha$, 则由 (1) 得 $\angle MBC = \alpha$ 5 分

$\because \angle AMB$ 是 $\triangle MBC$ 的外角

$\therefore \angle AMB = 2\alpha$ 6 分

$\because BM = AB$

$\therefore \angle A = \angle AMB = 2\alpha$ 7 分

$\because AC = BC$

$\therefore \angle ABC = \angle A = 2\alpha$ 8 分

$\because \angle C + \angle A + \angle ABC = 180^\circ$

$\therefore \alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$ 9 分

解得 $\alpha = 36^\circ$

即 $\angle C = 36^\circ$ 10 分

24. (本小题满分 12 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 E , $AC = AD$, $\angle BAC = \angle BDC = \alpha$, $\angle CAD = \beta$.

(1) 求证: $\angle ABD = \angle ADC$;

(2) 当 $\angle AED = 65^\circ$ 时, 求 $\beta - 2\alpha$ 的度数;

(3) 当 $\alpha + 2\beta = 180^\circ$ 时, 求证: $BD = CD$.

(1) 证明: $\because AC = AD$

$\therefore \angle ACD = \angle ADC$ 1 分

$\because \angle AED$ 是 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 的外角, $\angle BAC = \angle BDC = \alpha$

$\therefore \angle AED = \angle ABD + \alpha = \angle ACD + \alpha$ 2 分

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$ 3 分

$\therefore \angle ABD = \angle ADC$; 4 分

(2) 解: $\because AC = AD$, $\angle CAD = \beta$

$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2}(180^\circ - \beta) = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta$ 5 分

$\because \angle AED$ 是 $\triangle CDE$ 的外角, $\angle BDC = \alpha$

$\therefore \angle AED = \angle ACD + \alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta + \alpha$ 6 分

$\because \angle AED = 65^\circ$

$\therefore 90^\circ - \frac{1}{2}\beta + \alpha = 65^\circ$

$\therefore \beta - 2\alpha = 50^\circ$; 7 分

(3) 解: 延长 BA 至点 F , 使得 $AF = AC$, 连接 DF 8 分

$\because \angle BAC = \alpha$, $\angle CAD = \beta$

$\therefore \angle DAF = 180^\circ - \alpha - \beta$

$\because \alpha + 2\beta = 180^\circ$

$\therefore \angle DAF = 180^\circ - \alpha - \beta = \alpha + 2\beta - \alpha - \beta = \beta = \angle DAC$ 9 分

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AF = AC \\ \angle DAF = \angle DAC \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ADC$ 10 分

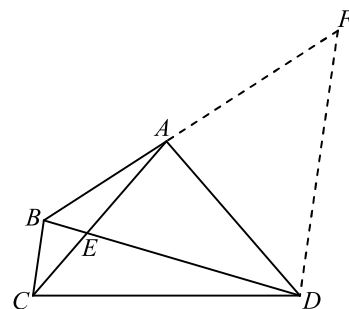
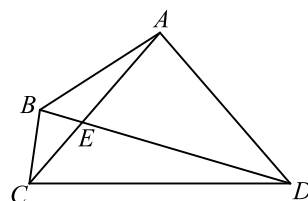
$\therefore FD = CD$, $\angle F = \angle ACD$

\because 由 (1) 得 $\angle ABD = \angle ACD$

$\therefore \angle F = \angle ABD$ 11 分

$\therefore FD = BD$

$\therefore CD = BD$ 12 分



25. (本小题满分 14 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(-m, m)$, $B(n, 0)$, 其中 $m > 0$, $n > 0$, 点 C 在第一象限内, 连接 AB, BC .

AB 交 y 轴于点 D , 且 $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$.

(1) 求点 C 的坐标(用含 m, n 的式子表示);

(2) 如图 1, 连接 OA, OC . OC 交 AB 于点 Q .

①求证: $\angle OAQ = \angle BCQ$; ②延长 CB 至 P , 使 $BP = BQ$. 求证: A, O, P 三点共线.

(1) 解: 过点 A 作 $AF \perp x$ 轴于 F , 过点 C 作 $CG \perp x$ 轴于 G 1 分

$$\therefore \angle AFB = \angle BGC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle BGC$ 中

$$\begin{cases} \angle AFB = \angle BGC \\ \angle 1 = \angle 3 \\ AB = BC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFB \cong \triangle BGC$$

$$\therefore AF = BG, BF = CG \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\because A(-m, m), B(n, 0), \text{ 且 } m > 0, n > 0$$

$$\therefore OF = AF = m, OB = n$$

$$\therefore OG = BG + OB = AF + OB = m + n, CG = BF = OF + OB = m + n$$

$$\therefore C(m + n, m + n); \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) ①证明: 如图 1, 过点 A 分别作 $AM \perp y$ 轴于 M , $CN \perp y$ 轴于 N 5 分

$$\because A(-m, m), C(m + n, m + n), m > 0, n > 0$$

$$\therefore AM = OM = m, CN = ON = m + n$$

$$\therefore \angle AOM = \angle CON = 45^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 90^\circ \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle 4 + \angle 6 = 90^\circ \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 5 + \angle 7 = 90^\circ \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \angle 4 = \angle 5$$

$$\therefore \angle 6 = \angle 7 \text{ 即 } \angle OAQ = \angle BCQ \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

(2) ②证明: 如图 1, 延长 AO 交射线 CB 于点 P'

$$\because \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABP' = \angle CBQ = 90^\circ \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

在 $\triangle ABP'$ 和 $\triangle CBQ$ 中

$$\begin{cases} \angle 6 = \angle 7 \\ AB = BC \\ \angle ABP' = \angle CBQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABP' \cong \triangle CBQ \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore BP' = BQ \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\because BP = BQ$$

$$\therefore BP' = BP \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

又点 P, P' 都在 CB 的延长线上

\therefore 点 P 与点 P' 重合

$\therefore A, O, P$ 三点共线. 14 分

注: 以上解答若用其它解法, 请参照给分.

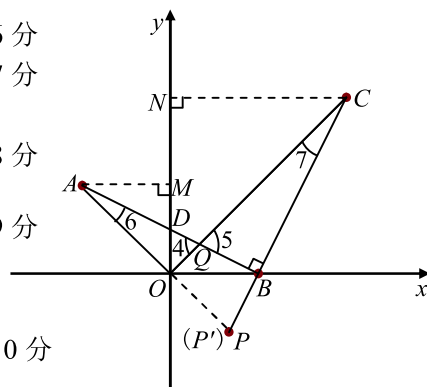
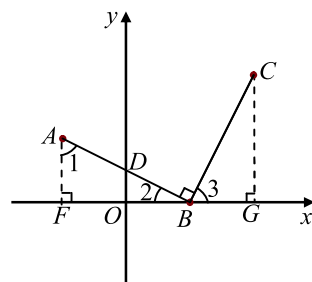


图 1