

# 2020——2021 学年度八年级数学期中试题

(满分 120 分，时间：120 分钟)

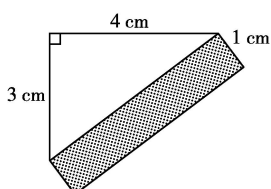
一、选择题（每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，把正确选项的代号填入该小题后的括号内，每小题 3 分，共 24 分）

1. 如图，阴影部分是一个长方形，则长方形的面积是

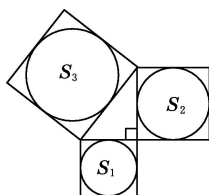
- A.  $3\text{cm}^2$                       B.  $4\text{cm}^2$                       C.  $5\text{cm}^2$                       D.  $6\text{cm}^2$

2. 如图，分别以直角三角形的三条边为边向外作正方形，然后分别以三个正方形的中心为圆心，正方形边长的一半为半径作圆，记三个圆的面积分别为  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ，则  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  之间的关系是

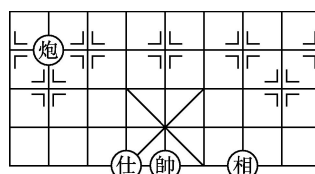
- A.  $S_1 + S_2 > S_3$                       B.  $S_1 + S_2 = S_3$                       C.  $S_1 + S_2 < S_3$                       D. 无法确定



第 1 题图



第 2 题图



第 5 题图

3. 8 的平方根是

- A. 4                      B.  $\pm 4$                       C.  $\pm 2\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

4. 下列语句不正确的是

- A. 数轴上的点表示的数，如果不是有理数，那么一定是无理数  
B. 大小介于两个有理数之间的无理数有无数个  
C. -1 的立方是 -1，立方根也是 -1  
D. 两个实数，较大者的平方也较大

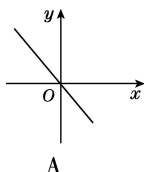
5. 如图，如果“炮”所在位置的坐标为  $(-3, 1)$ ，“相”所在位置的坐标为  $(2, -2)$ ，那么“仕”所在位置的坐标为，

- A.  $(-1, -2)$                       B.  $(1, -1)$                       C.  $(-2, 1)$                       D.  $(-3, 3)$

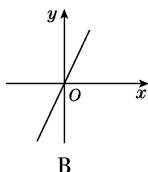
6. 已知点  $P(-2, 3)$  关于  $y$  轴的对称点为  $Q(a, b)$ ，则  $a+b$  的值是( )

- A. 5                      B. -1                      C. 1                      D. -5

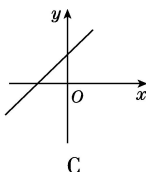
7. 正比例函数  $y=2x$  的大致图象是



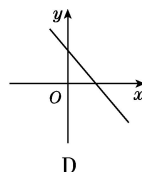
A



B

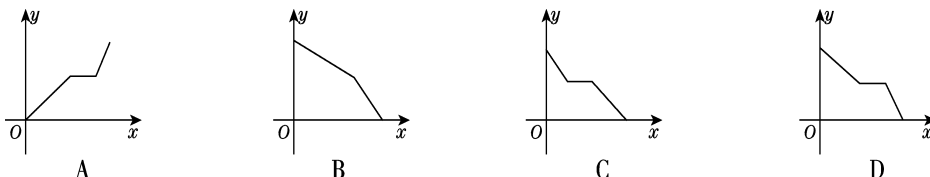


C



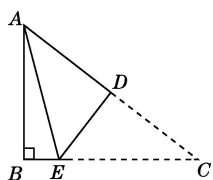
D

8. 为了建设社会主义新农村，某市积极推进“村村通客车工程”。张村和王村之间的道路需要进行改造，施工队在工作了一段时间后，因暴雨被迫停工几天，不过施工队随后加快了施工进度，按时完成了两村之间道路的改造。下面能反映该工程尚未改造的道路里程  $y$  (km) 与时间  $x$  (天) 的函数关系的大致图象是

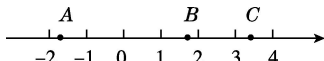


## 二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

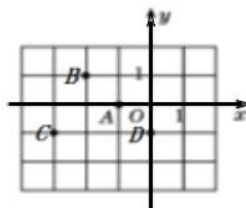
9. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3\text{cm}$ ， $AC=5\text{cm}$ ，将  $\triangle ABC$  折叠，使点  $C$  与点  $A$  重合，得折痕  $DE$ ，则  $\triangle ABE$  的周长等于\_\_\_\_\_cm；



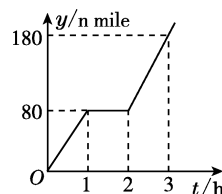
第 9 题图



第 10 题图



第 12 题图



14 题图

10. 如图，数轴上表示数  $\sqrt{3}$  的点是\_\_\_\_\_；

11. 计算： $\sqrt{27} \sqrt{\frac{8}{5}} \sqrt{\frac{1}{3}} =$ \_\_\_\_\_；

12. 如图，平面直角坐标系中有四个点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ，它们的横、纵坐标均为整数。若在此平面直角坐标系内移动点  $A$ ，使得这四个点构成的四边形是轴对称图形，并且点  $A$  的横、纵坐标仍是整数，则移动后点  $A$  的坐标为\_\_\_\_\_；

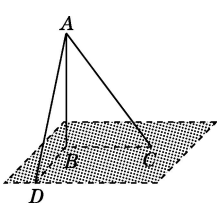
13. 已知  $y = (2m-1)x^{3m-2}$  是一次函数，则  $m =$ \_\_\_\_\_；

14. 某天，某巡逻艇凌晨 1:00 出发巡逻，预计准点到达指定区域，匀速行驶一段时间后，因中途出现故障耽搁了一段时间，故障排除后，该艇加快速度仍匀速前进，结果恰好准点到达。如图是该艇行驶的路程  $y$  (n mile) 与所用时间  $t$  (h) 的函数图象，则该巡逻艇原计划准点到达的时刻是\_\_\_\_\_。

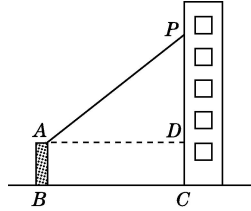
## 三、解答题（共 78 分，解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

15. (6 分) 已知  $x = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$ ， $y = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ ，求  $x^2y + xy^2$  的值。

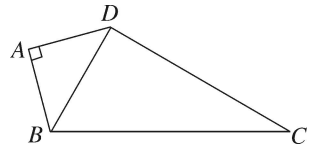
16. (6分) 如图, 一根 12m 的电线杆 AB 用铁丝 AC, AD 固定, 现已知用去的铁丝  $AC=15\text{m}$ ,  $AD=13\text{m}$ , 又测得地面上 B, C 两点之间的距离是 9m, B, D 两点之间的距离是 5m, 则电线杆和地面是否垂直, 为什么? (提示: 要判定电线杆和地面垂直, 只需说明  $AB \perp BD$  且  $AB \perp BC$  即可)



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

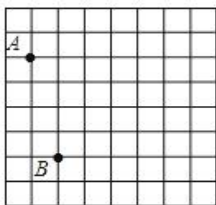
17. (6分) 某消防部队进行消防演练. 在模拟现场, 有一建筑物发生了火灾, 消防车到达后, 发现离建筑物的水平距离最近为 12m, 如图, 即  $AD=BC=12\text{m}$ , 此时建筑物中距地面 12.8m 高的 P 处有一被困人员需要救援. 已知消防云梯车的车身高 AB 是 3.8m, 问此消防车的云梯至少应伸长多少米?

18. (7分) 如图, 在四边形 ABCD 中,  $AB=AD$ ,  $\angle BAD=90^\circ$ . 若  $AB=2\sqrt{2}$ ,  $CD=4\sqrt{3}$ ,  $BC=8$ , 求四边形 ABCD 的面积.

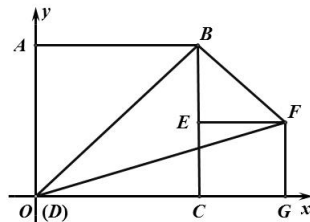
19. (8分) 在一次夏令营活动中, 老师将一份行动计划藏在没有任何标记的点 C 处, 只告诉大家两个标志点 A、B 的坐标分别为  $(-3, 1)$ 、 $(-2, -3)$ , 以及点 C 的坐标为  $(3, 2)$  (单位: km).

(1) 请在图中建立直角坐标系并确定点 C 的位置;

(2) 若同学们打算从点 B 处直接赶往 C 处, 请用方向角和距离描述点 C 相对于点 B 的位置.



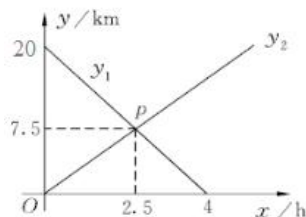
第 19 题图



第 20 题图

20. (8分) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 正方形 ABCD 和正方形 EFGC 的面积分别为 64 和 16. (1) 请写出点 A、E、F 的坐标; (2) 求  $\triangle BDF$  的面积.

21. (9分) 小东从A地出发以某一速度向B地走去,同时小明从B地出发以另一速度向A地走去,  $y_1, y_2$  分别表示小东、小明离B地的距离  $y$  (km) 与所用时间  $x$  (h) 的关系, 如图所示, 根据图象提供的信息, 回答下列问题:



第 21 题图

(1) 试用文字说明交点 P 所表示的实际意义;

(2) 求  $y_1$  与  $x$  的函数关系式;

(3) 求小明到达 A 地所需的时间.

22. (8分) 某城市居民用水实行阶梯收费, 每户每月用水量如果

未超过 20t, 按每吨 1.9 元收费. 如果超过 20t, 未超过的部分按每吨 1.9 元收费, 超过的部分按每吨 2.8 元收费. 设某户每月用水量为  $x$  t, 应收水费为  $y$  元.

(1) 分别写出每月用水量未超过 20t 和超过 20t 时,  $y$  与  $x$  之间的函数表达式;

(2) 若该城市某户 5 月份水费平均每吨为 2.2 元, 求该户 5 月份用水多少吨?

23. (8分) 阅读理解: 已知  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ , 求  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  的值.

解: 因为  $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ , 所以  $x^2 + 1 = \sqrt{5}x$ .

又因为  $x \neq 0$ , 所以  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ .

所以  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{5})^2$  即  $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 5$ , 所以  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ .

请运用以上解题方法, 解答下列问题:

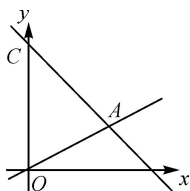
已知  $2m^2 - \sqrt{17}m + 2 = 0$ , 求下列各式的值: (1)  $m^2 + \frac{1}{m^2}$ ; (2)  $m - \frac{1}{m}$ .

24. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 过点  $C(0, 6)$  的直线 AC 与直线 OA 相交于点  $A(4, 2)$ , 动点 M 在线段 OA 和射线 AC 上运动, 试解决下列问题:

(1) 求直线 AC 的表达式;

(2) 求  $\triangle OAC$  的面积;

(3) 是否存在点 M, 使  $\triangle OMC$  的面积是  $\triangle OAC$  的面积的  $\frac{1}{4}$ ? 若存在, 求出此时点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



第 24 题图

## 2020——2021 学年度八年级数学试题参考答案

### 一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1、C    2、B    3、C    4、D    5、A    6、A    7、B    8、D

### 二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

9. 7    10. B    11.  $\frac{18}{5}\sqrt{10}$     12.  $(-1, 1)$ 、 $(-2, -3)$ 、 $(-2, -2)$ 、 $(0, 2)$

13. 1    14. 7:00

### 三、解答题

15. 解: 因为  $x=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ ,  $y=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\text{所以 } x+y &= (2\sqrt{3}-3\sqrt{2})+(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2} \\ &=4\sqrt{3} \cdots \cdots 2 \text{ 分}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}xy &= (2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})=(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2=12-18 \\ &=-6 \cdots \cdots 4 \text{ 分}\end{aligned}$$

$$\text{所以 } x^2y+xy^2=xy(x+y)=(-6)\times 4\sqrt{3}=-24\sqrt{3} \cdots \cdots 6 \text{ 分}$$

16. 解: 垂直. 理由如下:

因为  $AB=12\text{m}$ ,  $AC=15\text{m}$ ,  $BC=9\text{m}$ ,

所以  $AC^2=BC^2+AB^2$ .

所以  $\angle CBA=90^\circ$ .  $\cdots \cdots 3 \text{ 分}$

又因为  $AD=13\text{m}$ ,  $AB=12\text{m}$ ,  $BD=5\text{m}$ ,

所以  $AD^2=BD^2+AB^2$ .

所以  $\angle ABD=90^\circ$ ,

因此电线杆和地面垂直.  $\cdots \cdots 6 \text{ 分}$

17. 解: 因为  $CD=AB=3.8\text{m}$ ,

所以  $PD=PC-CD=9\text{m}$ .  $\cdots \cdots 2 \text{ 分}$

在  $\text{Rt}\triangle ADP$  中,  $AP^2=AD^2+PD^2$ ,

得  $AP=15\text{m}$ .

所以此消防车的云梯至少应伸长  $15\text{m}$ . .....6 分

18. 解:  $\because AB=AD$ ,  $\angle BAD=90^\circ$ ,  $AB=2\sqrt{2}$ ,

$\therefore BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=4$ . .....2 分

$\because BD^2+CD^2=4^2+(4\sqrt{3})^2=64$ ,  $BC^2=64$ ,

$\therefore BD^2+CD^2=BC^2$ ,

$\therefore \triangle BCD$  为直角三角形, 且  $\angle BDC=90^\circ$  .....4 分

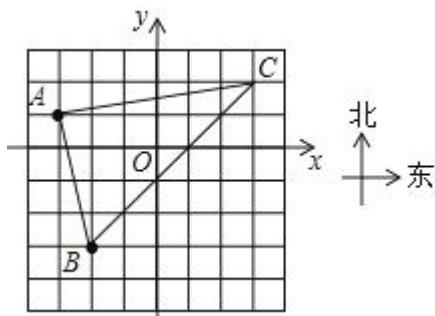
$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4=4+8\sqrt{3}$ . .....7 分

19. 解: (1) 根据  $A(-3, 1)$ ,  $B(-2, -3)$  画出直角坐标系, .....3 分

描出点  $C(3, 2)$ , 如图所示; .....4 分

(2)  $BC=5\sqrt{2}$ , .....6 分

所以点  $C$  在点  $B$  北偏东  $45^\circ$  方向上, 距离点  $B$  的  $5\sqrt{2}\text{ km}$  处. ....8 分



第 20 题图

20. 解: (1) 因为正方形  $ABCD$  和正方形  $EFGC$  的面积分别为 64 和 16.

所以正方形  $ABCD$  和正方形  $EFGC$  的边长分别为 8 和 4,

所以  $OG=8+4=12$ ,

所以  $A(0, 8)$ ,  $E(8, 4)$ ,  $F(12, 4)$  .....3 分

(2)  $S_{\triangle BDF}=S_{\triangle BDC}+S_{\text{梯形}BCGF}-S_{\triangle DGF}$

$$=\frac{1}{2}\times 8\times 8+\frac{1}{2}\times (4+8)\times 4-\frac{1}{2}\times (4+8)\times 4$$

$$=32+24-24$$

$$=32 \cdots \cdots 8 \text{ 分}$$

21. 解: (1) 交点 P 表示小东和小明出发 2.5 小时在距离 B 地 7.5km 处相遇.  $\cdots \cdots 3 \text{ 分}$

(2) 设  $y_1$  与  $x$  的函数关系式为  $y_1=kx+b$  ( $k, b$  为常数, 且  $k \neq 0$ ),

因为函数图象经过点  $(0, 20), (4, 0)$ ,

所以  $b=20$ , ①  $4k+b=0$ , ②

解得  $k=-5$

所以  $y_1$  与  $x$  的函数关系式为  $y_1=-5x+20$ .  $\cdots \cdots 6 \text{ 分}$

(3) 小明的速度为  $7.5 \div 2.5 = 3 \text{ (km/h)}$ ,

小明到达 A 地所需的时间为  $20 \div 3 = 6\frac{2}{3} \text{ (h)}$ .  $\cdots \cdots 9 \text{ 分}$

22. 解: (1) 当  $x \leq 20$  时,  $y = 1.9x$ ;  $\cdots \cdots 2 \text{ 分}$

当  $x > 20$  时,  $y = 1.9 \times 20 + (x - 20) \times 2.8 = 2.8x - 18$ .  $\cdots \cdots 4 \text{ 分}$

(2) 因为 5 月份水费平均为每吨 2.2 元, 月用水量如果未超过 20t, 按每吨 1.9 元收费, 所以该户 5 月份用水量超过了 20t.

由  $2.8x - 18 = 2.2x$ , 解得  $x = 30$ .

答: 该户 5 月份用水 30t.  $\cdots \cdots 8 \text{ 分}$

23. 解: (1) 因为  $2m^2 - \sqrt{17}m + 2 = 0$ ,

$$\text{所以 } 2m^2 + 2 = \sqrt{17}m.$$

$$\text{又因为 } m \neq 0, \text{ 所以 } m + \frac{1}{m} = \frac{\sqrt{17}}{2},$$

$$\text{所以 } \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{17}}{2}\right)^2$$

$$\text{即 } m^2 + 2 + \frac{1}{m^2} = \frac{17}{4} \cdots \cdots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } m^2 + \frac{1}{m^2} = \frac{9}{4}.$$

$$(2) \text{ 因为 } m^2 + \frac{1}{m^2} = \frac{9}{4}$$

$$\text{所以 } m^2 - 2 + \frac{1}{m^2} = \frac{9}{4} - 2$$

$$\text{即 } m - \frac{1}{m} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{所以 } m - \frac{1}{m} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{或 } \left| m - \frac{1}{m} \right| = \sqrt{\left( m - \frac{1}{m} \right)^2} = \sqrt{m^2 + \frac{1}{m^2} - 2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } m - \frac{1}{m} = \pm \frac{1}{2}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

24. (1) 因为点 C 的坐标为 (0, 6),  
所以设直线 AC 的函数表达式为  $y = kx + 6$ .

因为点 A 的坐标为 (4, 2),

所以  $4k + 6 = 2$ , 解得  $k = -1$ .

所以直线 AC 的函数表达式为  $y = -x + 6$ .  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 因为点 C 的坐标为 (0, 6), 所以  $OC = 6$ .

因为点 A 的坐标为 (4, 2), 所以  $\triangle OAC$  边 OC 上的高为 4.

$$\text{所以 } S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) ①如图 1, 当点 M 位于线段 OA 上时,

设 M 点的坐标为 (a, b), 则  $\triangle OMC$  边 OC 上的高为 a. 由题意, 知  $S_{\triangle OMC} = \frac{1}{4} S_{\triangle OAC} = \frac{1}{4} \times 12 = 3$ ,

因为  $OC = 6$ , 所以  $\frac{1}{2} \times 6 \times a = 3$ . 所以  $a = 1$ .

因为 A 点的坐标为 (4, 2), 所以直线 OA 的函数表达式为  $y = \frac{1}{2}x$ .

因为点 M 在直线 OA 上, 所以  $b = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ .

所以当点 M 的坐标为  $(1, \frac{1}{2})$  时,  $\triangle OMC$  的面积是  $\triangle OAC$  的面积的  $\frac{1}{4}$ ;  $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

②如图 2, 当点 M 位于线段 AC 上时, 设点 M 的坐标为 (m, n), 同 (1) 可得  $m = 1$ .

因为点 M 在直线 AC 上,

所以  $n = -1 + 6 = 5$ ,



故当点 M 的坐标为(1, 5)时,  $\triangle OMC$  的面积是 $\triangle OAC$  的面积 $\frac{1}{4}$ ; .....10 分

③如图 3, 当点 M 位于射线 CM 上时, 设点 M 的坐标为(s, t), 同(1)可得  $s=-1$ .

因为点 M 在直线 AC 上, 所以  $t=-(-1)+6=7$ ,

故当点 M 的坐标为(-1, 7)时,  $\triangle OMC$  的面积是 $\triangle OAC$  的面积 $\frac{1}{4}$ .

综上所述, 存在满足题意的点 M, 其坐标为 $(1, \frac{1}{2})$ 或(1, 5)或(-1, 7). .....12 分

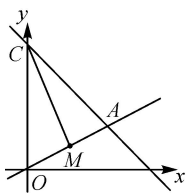


图1

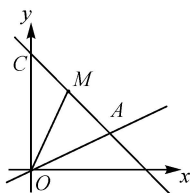


图2

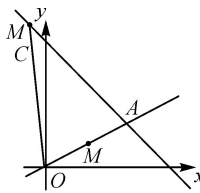


图3