

数 学 试 题

一、选择题(每小题 3 分; 共 30 分)

1. 若式子 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则 x 的值可以为

- A. 2 B. -2 C. -1 D. 0

2. 下列事件中是不可能事件的是

- A. 水滴石穿 B. 瓮中捉鳖 C. 水中捞月 D. 守株待兔

3. 方程 $(x-2)(x+3)=0$ 的解是

- A. $x=2$ B. $x=-3$
C. $x_1=-2, x_2=3$ D. $x_1=2, x_2=-3$

4. 已知 $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{m}{m+n}$ 的值为

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 如图, 在 4×5 的正方形网格中, 每个小正方形的边长都是 1, $\triangle ABC$ 的顶点都在这些小正方形的格点上, 那么 $\tan \angle ABC$ 的值为

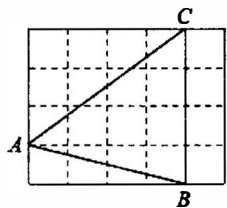
- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{17}}{5}$ C. 4 D. $\frac{4}{5}$

6. 如图是一个游戏转盘, 自由转动转盘, 当转盘停止转动后, 指针落在数字“IV”所示区域内的概率是

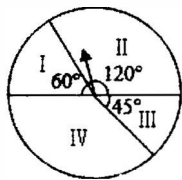
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{8}$

7. 如图, A, B 两点的坐标分别为 $A(3, 0), B(0, \sqrt{3})$, 将线段 BA 绕点 B 顺时针旋转得到线段 BC . 若点 C 恰好落在 x 轴的负半轴上, 则旋转角的度数为

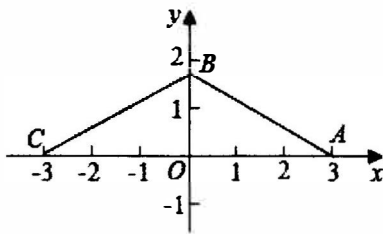
- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°



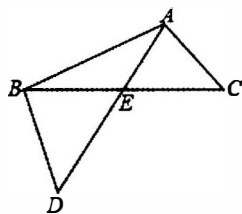
第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, 点 D 为 $\triangle ABC$ 外一点, AD 与 BC 边的交点为 E , $AE=3$, $DE=5$, $BE=4$, 要使 $\triangle BDE \sim \triangle ACE$, 且点 B, D 的对应点为 A, C , 那么需要添加的一个条件是

- A. $CE = \frac{20}{3}$ B. $CE = \frac{15}{4}$ C. $AC=BD$ D. $AC \parallel BD$

9. 点 $A(-\frac{1}{2}, y_1)$, $B(\frac{1}{2}, y_2)$, $C(4, y_3)$ 三点都在二次函数 $y=-(x-2)^2+k$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系为

- A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_1 < y_2 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

10. 足球运动员将足球沿与地面成一定角度的方向踢出, 足球飞行的路线是一条抛物线, 不考虑空气阻力, 足球距离地面的高度 h (单位: m) 与足球被踢出后经过的时间 t (单位: s) 之间的关系如下表:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	...
h	0	8	14	18	20	20	18	14	...

下列结论: ①足球距离地面的最大高度超过 20m; ②足球飞行路线的对称轴是直线 $t = \frac{9}{2}$; ③点 $(9, 0)$ 在该抛物线上; ④足球被踢出 5s~7s 时, 距离地面的高度逐渐下降, 其中正确的结论是

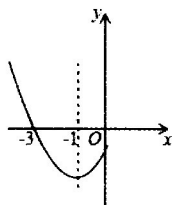
- A. ②③ B. ①②③ C. ①②③④ D. ②③④

二、填空题(每小题 3 分; 共 15 分)

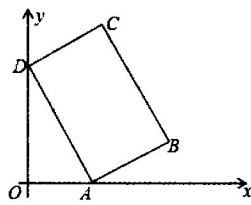
11. 计算: $\sqrt{8} - \sqrt{2} =$ _____.

12. 抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的部分图象如图所示, 其与 x 轴的一个交点坐标为 $(-3, 0)$, 对称轴为 $x=-1$, 则当 $y < 0$ 时, x 的取值范围是 _____.

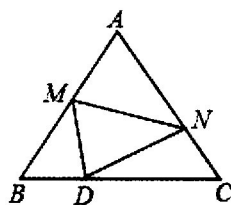
13. 等腰三角形的一边长是 3, 另两边的长是关于 x 的方程 $x^2-4x+k=0$ 的两个根, 则 k 的值为 _____.



第 12 题图



第 14 题图



第 15 题图

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $ABCD$ 的顶点 A 在 x 轴的正半轴上, 矩形的另一个顶点 D 在 y 轴的正半轴上, 矩形的边 $AB=3$, $BC=4$, $\angle DAO=60^\circ$, 则点 C 的坐标 _____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=AC=30$, 点 M 为线段 AB 上一动点, 将等边 $\triangle ABC$ 沿过 M 的直线折叠, 折痕与直线 AC 交于点 N , 使点 A 落在直线 BC 上的点 D 处, 且 $BD:DC=1:4$, 设折痕为 MN , 则 AN 的值为 _____.

三、解答题(8+9+9+9+9+10+10+11=75 分)

16. 先化简, 再求值: $\left(\frac{2}{a-1} - \frac{2a+1}{a^2-1}\right) \div \frac{1}{a-1}$, 其中 $a = 2\sin 60^\circ - \tan 45^\circ$

17. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(k+3)x+2k+1=0$.

(1) 求证方程有两个不相等的实数根;

(2) 若方程的一个根为 $x=4$, 求 k 的值, 并求出此时方程的另一根.

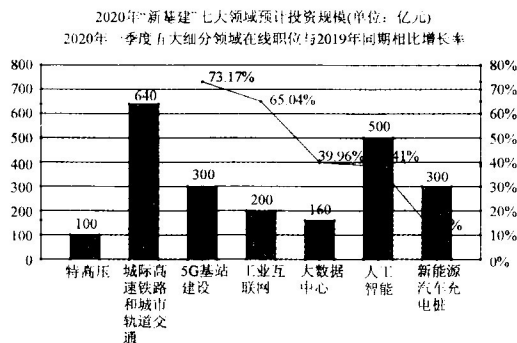
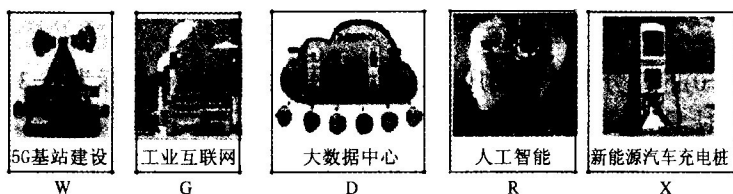
18. 2020 年国家提出并部署了“新基建”项目，主要包含“特高压，城际高速铁路和城市轨道交通，5G 基站建设，工业互联网，大数据中心，人工智能，新能源汽车充电桩”等，《2020 新基建中高端人才市场就业吸引力报告》重点刻画了“新基建”中五大细分领域(5G 基站建设，工业互联网，大数据中心，人工智能，新能源汽车充电桩)总体的人才与就业机会，下图是其中的一个统计图。

请根据图中信息，解答下列问题：

(1) 填空：图中 2020 年“新基建”七大领域预计投资规模的中位数是_____亿元；

(2) 青年技术工人小明根据上面统计图中的数据，从五大细分领域中选择了“5G 基站建设”作为自己的就业方向，请简要说明他选择就业方向的理由：_____；

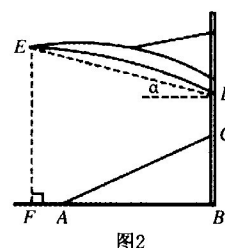
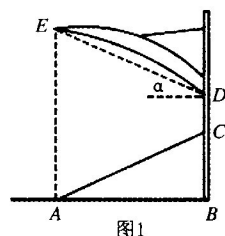
(3) 小勇对“新基建”很感兴趣，他收集到了五大细分领域的图标，依次制成编号为 W , G , D , R , X 的五张卡片(除编号和内容外，其余完全相同)，将这五张卡片背面朝上，洗匀放好，从中随机抽取一张(不放回)，再从中随机抽取一张，请用列表或画树状图的方法求抽到的两张卡片恰好是编号为 W (5G 基站建设)和 R (人工智能)的概率。



19. 如图 1 是某体育看台侧面的示意图，观众区 AC 的坡度 $i = 1:2$ ，顶端 C 离水平地面 AB 的高度为 15，活动顶棚外沿处的点 E 恰好在点 A 的正上方，从 D 处看 E 处的仰角 $\alpha = 30^\circ$ ，竖直的立杆上 C , D 两点间的距离为 5。

(1) 直接写出观众区的水平宽度 $AB =$ _____， $DE =$ _____；点 E 离水平地面的高度 $EA =$ _____。

(2) 为了看台遮阳的需要，现将活动顶棚 ED 绕 D 点向下转动 $11^\circ 30'$ ，此时 E 点在地面上的铅直投影恰好落在点 F 处(如图 2)，求 AF 的长。($\sin 11^\circ 30' \approx 0.20$ ， $\cos 11^\circ 30' \approx 0.98$ ， $\tan 11^\circ 30' \approx 0.20$ ； $\sin 18^\circ 30' \approx 0.32$ ， $\cos 18^\circ 30' \approx 0.95$ ， $\tan 18^\circ 30' \approx 0.33$ ，结果精确到 0.1)



20. 如图是抛物线型拱桥，当拱顶离水面 8 米 时，水面宽 AB 为 12 米. 当水面上升 6 米 时达到警戒水位，此时拱桥内的水面宽度是多少米？

下面是两个兴趣小组解决这个问题的两种方法，请补充完整：

方法一：如图 1，以点 A 为原点， AB 所在直线为 x 轴，建立平面直角坐标系 xOy ，此时点 B 的坐标为()，抛物线的顶点坐标为()，可求这条抛物线的解析式为_____。

当 $y = 6$ 时，求出此时自变量 x 的取值，即可解决这个问题。

方法二：如图 2，以抛物线顶点为原点，对称轴为 y 轴，建立平面直角坐标系 xOy ，这时这条抛物线所表示的二次函数的解析式为_____。

当取 $y =$ _____ 时, 即可求出此时拱桥内的水面宽度为 _____, 解决了这个问题.

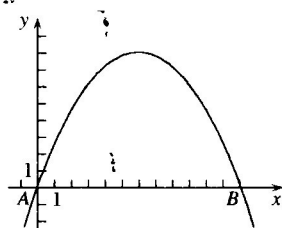
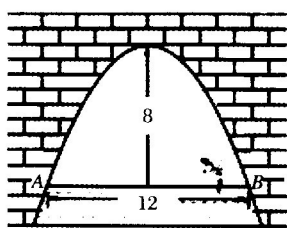


图1

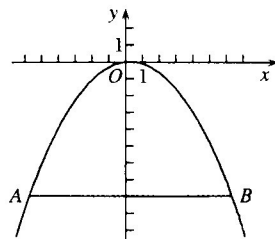


图2

21. 商店销售某种商品, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 为了扩大销售、增加盈利, 该店采取了降价措施, 在每件盈利不少于 25 元的前提下, 经过一段时间销售, 发现销售单价每降低 1 元, 平均每天可多售出 2 件.

(1) 若降价 3 元, 则平均每天销售数量为 _____.

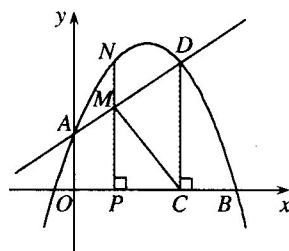
(2) 当每件商品降价多少元时, 该商店每天销售利润为 1200 元?

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 交 y 轴于点 A, 交 x 轴正半轴于

点 $B(4, 0)$, 交直线 AD 于点 $D\left(3, \frac{5}{2}\right)$, 过点 D 作 $DC \perp x$ 轴于点 C.

(1) 直接写出: $a =$ _____; $b =$ _____;

(2) 点 P 为 x 轴正半轴上一动点, 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴交直线 AD 于点 M, 交抛物线于点 N; 若点 P 在线段 OC 上(不与 O、C 重合), 连结 CM, 求 $\triangle PCM$ 面积的最大值.



23. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 4$, M 为 AB 的中点. D 是射线 BC 上一个动点, 连接 AD, 将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到线段 AE, 连接 ED, N 为 ED 的中点, 连接 AN, MN.

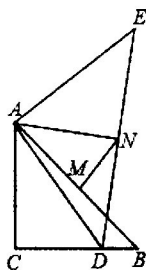


图1

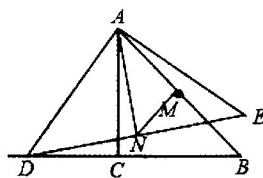
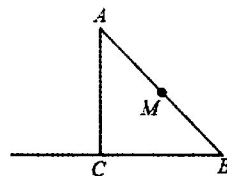


图2



备用图

(1) 如图 1, 当 $BD = 2$ 时, $AN =$ _____, NM 与 AB 的位置关系是 _____;

(2) 当 $4 < BD < 8$ 时, 如图 2, 判断(1)中 NM 与 AB 的位置关系是否发生变化, 并证明你的结论;

(3) 如图 2, 连结 ME, 在点 D 运动的过程中, 当 BD 的长为何值时, ME 的长最小? 最小值是多少? 请直接写出结果.