

# 数 学

（试题卷）

注意事项：

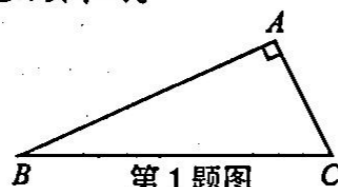
- 你拿到的试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟；
- 试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分，请务必在“答题卷”上答题，在“试题卷”上答题是无效的；
- 考试结束后，请将“试题卷”和“答题卷”一并交回。

一、选择题（本题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

每小题都给出 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个是符合题目要求的。

1. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle A=90^\circ$ ， $\sin B=\frac{1}{3}$ ， $AC=2$ ，则  $BC$  长为（ ）

A. 2 B. 4  
C. 6 D. 8



第 1 题图

2. 反比例函数  $y=\frac{k-1}{x}$  的图象在每一象限内， $y$  随  $x$  的增大而减小，则  $k$  的取值范围是（ ）

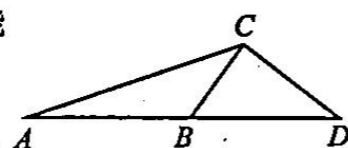
A.  $k>1$  B.  $k<1$  C.  $k=1$  D.  $k\neq 1$

3. 已知抛物线  $y=x^2-x-1$  与  $x$  轴的一个交点为  $(m,0)$ ，则代数式  $m^2-m+2020$  的值为（ ）

A. 2018 B. 2019 C. 2020 D. 2021

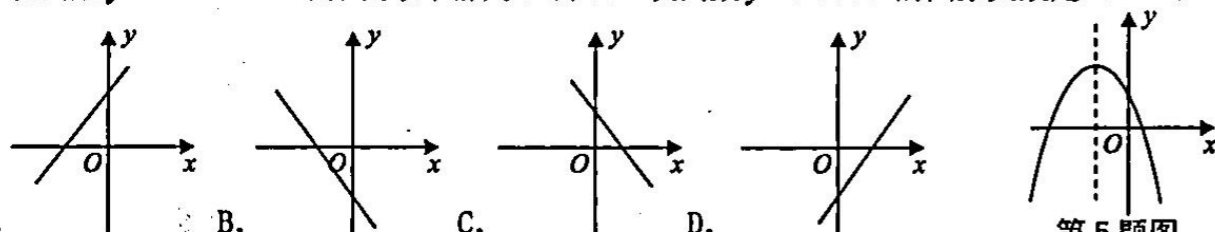
4. 如图， $D$  是  $\triangle ABC$  边  $AB$  延长线上一点，添加一个条件后，仍不能使  $\triangle ACD\sim\triangle ABC$  的是（ ）

A.  $\angle ACB=\angle D$  B.  $\angle ACD=\angle ABC$   
C.  $\frac{CD}{BC}=\frac{AD}{AC}$  D.  $\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$



第 4 题图

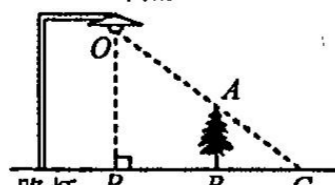
5. 二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的图象如图所示，那么一次函数  $y=ax+bc$  的图象大致是（ ）



第 5 题图

6. 如图，小树  $AB$  在路灯  $O$  的照射下形成投影  $BC$ 。若树高  $AB=2\text{m}$ ，树影  $BC=3\text{m}$ ，树与路灯的水平距离  $BP=4.5\text{m}$ ，则路灯的高度  $OP$  为（ ）

A. 5m  
B. 4.5m  
C. 4m  
D. 3m



第 6 题图

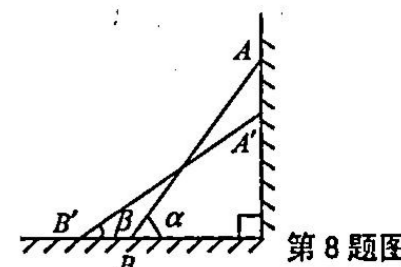
7. 已知二次函数  $y=-(x-2)^2+3$ ，且  $-1\leq x\leq 1$ ，下列说法正确的是（ ）

A. 当  $x=2$  时，函数有最大值 3 B. 当  $x=-1$  时，函数有最大值 -6  
C. 函数  $y$  的取值范围是  $2\leq y\leq 3$  D. 函数  $y$  的取值范围是  $-6\leq y\leq 2$

8. 如图， $AB$  是斜靠在墙上的长梯， $AB$  与地面夹角为  $\alpha$ ，当梯顶  $A$  下滑 1 米到  $A'$  时，梯脚  $B$  滑到

$B'$ ， $A'B'$  与地面的夹角为  $\beta$ ，若  $\tan\alpha=\frac{4}{3}$ ， $BB'=1$  米，则  $\cos\beta=$ （ ）

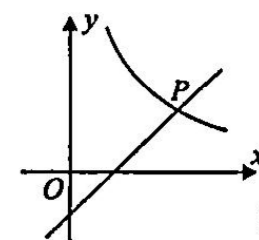
A.  $\frac{3}{5}$  B.  $\frac{4}{5}$   
C.  $\frac{3}{4}$  D.  $\frac{2}{5}$



第 8 题图

9. 如图，在平面直角坐标系中，函数  $y=\frac{3}{x}(x>0)$  与  $y=x-1$  的图象交于点  $P(a,b)$ ，则  $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$  的值为（ ）

A.  $-\frac{1}{4}$  B.  $\frac{1}{4}$   
C.  $-\frac{1}{3}$  D.  $\frac{1}{3}$



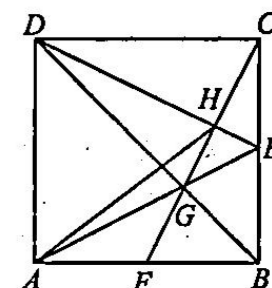
第 9 题图

10. 如图，正方形  $ABCD$  的边长为 6，点  $E$  是  $BC$  的中点，连接  $AE$  与对角线  $BD$  交于点  $G$ ，连接  $CG$  并延长，交  $AB$  于点  $F$ ，连接  $DE$  交  $CF$  于点  $H$ ，连接  $AH$ 。以下结论：

①  $\angle DEC=\angle AEB$ ；②  $CF\perp DE$ ；③  $AF=BF$ ；④  $\frac{CH}{HF}=\frac{2}{3}$ ，

其中正确结论的个数是（ ）

A. 1 B. 2  
C. 3 D. 4



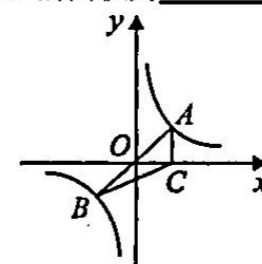
第 10 题图

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

11. 将抛物线  $y=2(x-1)^2$  向左平移 3 个单位，向下平移 1 个单位后所得到的新抛物线的表达式为\_\_\_\_\_。

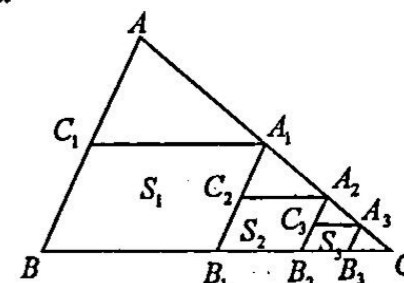
12. 在  $\triangle ABC$  中，若  $(\sin A - \frac{1}{2})^2 + |\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos B| = 0$ ，则  $\angle C =$ \_\_\_\_\_。

13. 如图，直线  $AB$  过原点分别交反比例函数  $y=\frac{6}{x}$  于  $A$ 、 $B$ ，过点  $A$  作  $AC\perp x$  轴，垂足为  $C$ ，则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_。



第 13 题图

14. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $A_1$ ， $B_1$ ， $C_1$  分别是  $AC$ ， $BC$ ， $AB$  的中点，连接  $A_1C_1$ ， $A_1B_1$ ，四边形  $A_1B_1C_1$  的面积记作  $S_1$ ；点  $A_2$ ， $B_2$ ， $C_2$  分别是  $A_1C$ ， $B_1C$ ， $A_1B_1$  的中点，连接  $A_2C_2$ ， $A_2B_2$ ，四边形  $A_2B_2C_2$  的面积记作  $S_2$ ，...，按此规律进行下去，若  $S_{\triangle ABC}=a$ ，则  $S_3=$ \_\_\_\_\_； $S_n=$ \_\_\_\_\_。（ $n$  为正整数）

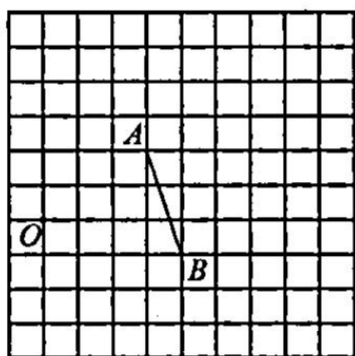


第 14 题图

三、（本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

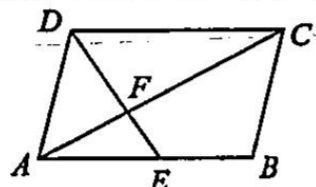
15. 如图，由若干个边长为 1 的小正方形组成的网格中，已知格点线段  $AB$ （端点是网格线的交点）和格点  $O$ 。

- (1) 以点  $O$  为位似中心，画出线段  $AB$  的位似图形线段  $A_1B_1$ ，使线段  $A_1B_1$  与线段  $AB$  的相似比为 2；  
 (2) 以点  $A_1$  为旋转中心，画出线段  $A_1B_1$  绕点  $A_1$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到的线段  $A_1B_2$ 。



第 15 题图

16. 如图，点  $E$  是平行四边形  $ABCD$  的边  $AB$  的中点，连接  $DE$  交对角线  $AC$  于点  $F$ ，若  $\triangle AEF$  的面积为 1，求平行四边形  $ABCD$  的面积。

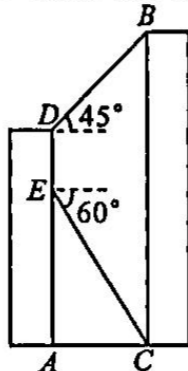


第 16 题图

四、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

17. 已知抛物线  $y = ax^2 + kx - k + 2$  可由抛物线  $y = -2x^2$  平移得到，且经过点  $(-4, -10)$ 。  
 (1) 确定  $a, k$  的值；  
 (2) 试确定该抛物线的顶点坐标。

18. 如图，小亮在大楼  $AD$  的观光电梯中的  $E$  点测得大楼  $BC$  楼底  $C$  点的俯角为  $60^\circ$ ，此时他距地面的高度  $AE$  为 21 米，电梯再上升 9 米到达  $D$  点，此时测得大楼  $BC$  楼顶  $B$  点的仰角为  $45^\circ$ ，求大楼  $BC$  的高度。(结果保留根号)



第 18 题图

五、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

19. 对于一个函数给出如下定义：对于函数  $y$ ，若当  $a \leq x \leq b$ ，函数值  $y$  满足  $m \leq y \leq n$ ，且满足  $n - m = k(b - a)$ ，则称此函数为“ $k$  属和合函数”。例如：正比例函数  $y = -2x$ ，当  $1 \leq x \leq 3$  时， $-6 \leq y \leq -2$ ，则  $-2 - (-6) = k(3 - 1)$ ，解得： $k = 2$ ，所以函数  $y = -2x$  为“2 属和合函数”。  
 (1) 一次函数  $y = ax - 1 (a < 0, 1 \leq x \leq 3)$  为“1 属和合函数”，求  $a$  的值；  
 (2) 反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k > 0, a \leq x \leq b, \text{ 且 } 0 < a < b)$  是“ $k$  属和合函数”，且  $a + b = \sqrt{2020}$ ，请求出  $a^2 + b^2$  的值。

20. 从三角形(不是等腰三角形)一个顶点引出一条射线与对边相交，顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形，如果分得的两个小三角形中一个为等腰三角形，另一个与原三角形相似，我们把这条线段叫做这个三角形的完美分割线。

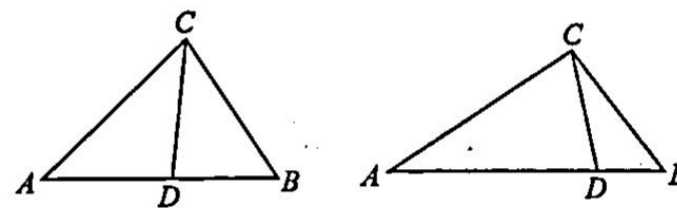


图1

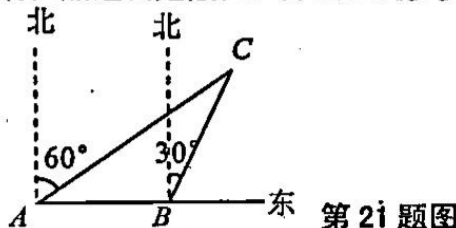
第 20 题图

图2

- (1) 如图 1，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 48^\circ$ ， $CD$  是  $\triangle ABC$  的完美分割线，且  $AD = CD$ ，求  $\angle ACB$  的度数。  
 (2) 如图 2，在  $\triangle ABC$  中， $AC = 2$ ， $BC = \sqrt{2}$ ， $CD$  是  $\triangle ABC$  的完美分割线，且  $\triangle ACD$  是以  $CD$  为底边的等腰三角形，找出  $CD$  与  $BD$  的数量关系，并说明理由。

六、(本题满分 12 分)

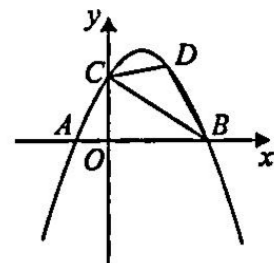
21. 如图，一艘渔船正以  $\frac{32\sqrt{3}}{3}$  海里/小时的速度由西向东赶鱼群，在  $A$  处看小岛  $C$  在船北偏东  $60^\circ$ ，1 小时后，渔船行至  $B$  处，此时看见小岛  $C$  在船的北偏东  $30^\circ$ 。  
 (1) 求小岛  $C$  到航线  $AB$  的距离。  
 (2) 已知以小岛  $C$  为中心周围 20 海里内为我军导弹部队军事演习的着弹危险区，问这艘渔船继续向东追赶鱼群，是否有进入危险区的可能？若渔船进去危险区，那么经过多少分钟可穿过危险区？



第 21 题图

七、(本题满分 12 分)

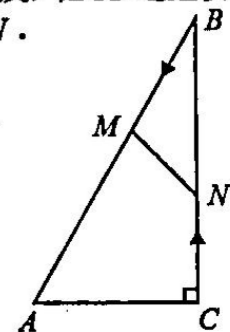
22. 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + 2 (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于  $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ 。  
 (1) 求该抛物线的表达式；  
 (2) 若点  $D$  是抛物线上第一象限内的一动点，设点  $D$  的横坐标为  $m$ ，连接  $CD$ ， $BD$ ， $BC$ ， $AC$ ，当  $\triangle BCD$  的面积等于  $\triangle AOC$  面积的 2 倍时，求  $m$  的值。



第 22 题图

八、(本题满分 14 分)

23. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 5 \text{ cm}$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，动点  $M$  从点  $B$  出发，在  $BA$  边上以每秒  $2 \text{ cm}$  的速度向点  $A$  匀速运动，同时动点  $N$  从点  $C$  出发，在  $CB$  边上以每秒  $\sqrt{3} \text{ cm}$  的速度向点  $B$  匀速运动，设运动时间为  $t$  秒 ( $0 \leq t \leq 5$ )，连接  $MN$ 。  
 (1) 若  $\triangle MBN$  与  $\triangle ABC$  相似，求  $t$  的值；  
 (2) 当  $t$  为何值时，四边形  $ACNM$  的面积最小？并求出最小值。



第 23 题图