

# 2020—2021 学年度第一学期福州市九年级期末质量抽测

## 数学试题答案及评分标准

### 评分说明:

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考, 如果考生的解法与本解答不同, 可根据试题的主要考查内容比照评分参考制定相应的评分细则.
2. 对于计算题, 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度, 可视影响的程度决定后继部分的给分, 但不得超过该部分正确解答应给分数的一半; 如果后继部分的解答有较严重的错误, 就不再给分.
3. 解答右端所注分数, 表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
4. 只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分; 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请在答题卡的相应位置填涂)

- |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. D | 3. B | 4. C | 5. B  |
| 6. D | 7. B | 8. C | 9. A | 10. A |

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 请在答题卡的相应位置作答)

- |                |                   |                             |
|----------------|-------------------|-----------------------------|
| 11. $3\pi$     | 12. 3             | 13. $-4 < y < -\frac{4}{3}$ |
| 14. $\sqrt{2}$ | 15. $\frac{3}{8}$ | 16. $6\sqrt{6}$             |

三、解答题 (共 9 小题, 满分 86 分, 请在答题卡的相应位置作答)

17. (本小题满分 8 分)

解法一:  $a=1, b=-2, c=-1$ , ..... 1 分

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8 > 0. \text{ ..... 3 分}$$

方程有两个不等的实数根

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ..... 4 分}$$

$$= \frac{-(-2) \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}, \text{ ..... 6 分}$$

$$\text{即 } x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2}. \text{ ..... 8 分}$$

解法二:  $x^2 - 2x = 1$ , ..... 1 分

$$x^2 - 2x + 1 = 2, \text{ ..... 3 分}$$

$$(x-1)^2 = 2, \text{ ..... 4 分}$$

$$x-1 = \pm\sqrt{2}, \text{ ..... 6 分}$$

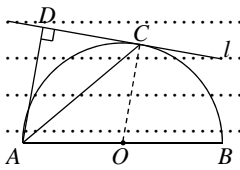
$$x = \pm\sqrt{2} + 1,$$

$$\text{即 } x_1 = \sqrt{2} + 1, x_2 = -\sqrt{2} + 1. \text{ ..... 8 分}$$

18. (本小题满分 8 分)

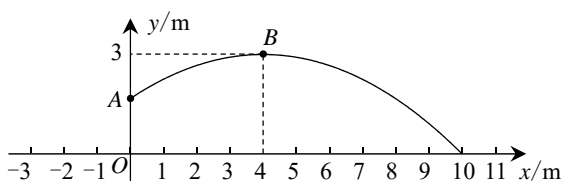
证明: 连接  $OC$ .

- $\because AC$  平分  $\angle DAB$ , ..... 1 分
- $\therefore \angle DAC = \angle CAB$ . ..... 2 分
- $\because OA = OC$ , ..... 3 分
- $\therefore \angle OCA = \angle CAB$ , ..... 4 分
- $\therefore \angle OCA = \angle DAC$ , ..... 5 分
- $\therefore OC \parallel AD$ , ..... 6 分
- $\therefore \angle ADC + \angle OCD = 180^\circ$ . ..... 7 分
- $\because AD \perp l$ , ..... 8 分
- $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ , ..... 9 分
- $\therefore \angle OCD = 90^\circ$ , ..... 10 分
- $\therefore OC \perp CD$ .
- $\because$  点  $C$  为半径  $OC$  的外端点,
- $\therefore$  直线  $l$  是  $\odot O$  的切线. .... 8 分



19. (本小题满分 8 分)

解: (1)



- ..... 4 分
- 该函数的大致图象如图所示.
- (2) 铅球推出的距离不能达到 11 m. .... 5 分
- 理由如下: 当  $x = 10$  时,  $y = -\frac{1}{12} \times (10 - 4)^2 + 3 = 0$ , ..... 6 分
- $\therefore$  该男生此次推球最远距离为 10 m, ..... 7 分
- 而  $10 < 11$ , ..... 8 分
- $\therefore$  铅球推出的距离不能达到 11 m.

20. (本小题满分 8 分)

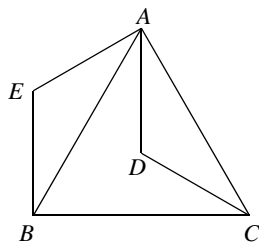
- 解: (1) 九年 (1) 班学生的总人数是  $16 \div 40\% = 40$ , ..... 2 分
- 该班选报 A 课程的学生人数是  $40 \times 10\% = 4$ . .... 4 分
- (2) 由 (1) 得, 九年 (1) 班选报 A 课程的人数是 4, 将甲, 乙以外的两人记为丙, 丁.
- 根据题意, 可以列出如下表格:

第一个人 \ 第二个人	甲	乙	丙	丁
甲		(乙, 甲)	(丙, 甲)	(丁, 甲)
乙	(甲, 乙)		(丙, 乙)	(丁, 乙)
丙	(甲, 丙)	(乙, 丙)		(丁, 丙)
丁	(甲, 丁)	(乙, 丁)	(丙, 丁)	

- ..... 6 分
- 由表可知, 所有可能出现的结果共有 12 种, 且这些结果出现的可能性相等. .... 7 分
- 其中他们“甲, 乙同时被抽中”的结果有 2 种.
- $\therefore P(\text{甲, 乙同时被抽中}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ . .... 8 分
- $\therefore$  甲, 乙同时被抽中的概率是  $\frac{1}{6}$ .

21. (本小题满分 8 分)

解: (1)



..... 3 分

如图,  $\triangle EAB$  是所求作的  $\triangle DAC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  后得到的三角形. .... 4 分

(2) 连接  $DE$ .

$\because \triangle DAC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  后得到  $\triangle EAB$ ,

$\therefore \angle EAD = \angle BAC = 60^\circ$ ,  $\triangle EAB \cong \triangle DAC$ , .... 5 分

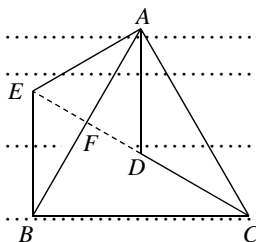
$\therefore \angle EBA = \angle DCA$ . .... 6 分

$\because C, D, E$  三点共线,

$\therefore \angle EFB = \angle AFC$ . .... 7 分

$\because$  三角形的内角和为  $180^\circ$ ,

$\therefore \angle BEC = \angle BAC = 60^\circ$ . .... 8 分



22. (本小题满分 10 分)

解: (1)  $\because$  点  $C$  在  $y$  轴正半轴,  $OC = 2$ ,

$\therefore b = 2$ , .... 1 分

$\therefore$  一次函数解析式为  $y = x + 2$ . .... 2 分

将  $y = 3$  代入  $y = x + 2$ , 得  $x = 1$ ,

$\therefore B(1, 3)$ . .... 3 分

将点  $B(1, 3)$  代入  $y = \frac{k}{x}$ ,

得  $\frac{k}{1} = 3$ , .... 4 分

$\therefore k = 3$ ,

$\therefore$  反比例函数的解析式为  $y = \frac{3}{x}$ . .... 5 分

(2) 将  $y = 0$  代入  $y = x + 2$ , 得  $x = -2$ ,

$\therefore$  点  $D$  的坐标是  $(0, -2)$ ,

$\therefore OD = 2$ . .... 6 分

将  $y = x + 2$  代入  $y = \frac{3}{x}$ , 得  $x + 2 = \frac{3}{x}$ ,

解得  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -3$ . .... 7 分

当  $x = -3$  时,  $y = -3 + 2 = -1$ ,

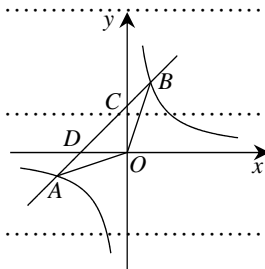
$\therefore$  点  $A$  的坐标是  $(-3, -1)$ ,

$\therefore$  点  $A$  到  $x$  轴的距离是 1. .... 8 分

$\because$  点  $B$  的纵坐标为 3,

$\therefore$  点  $B$  到  $x$  轴的距离是 3, .... 9 分

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 4$ . .... 10 分



23. (本小题满分 10 分)

(1) 证明:  $\because AB = AC$ ,  $AD = CD$ ,

$\therefore \frac{AB}{DA} = \frac{AC}{DC}$ . .... 2 分

$\because \angle BAC = \angle ADC$ ,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC$ . .... 4 分

(2) 解:  $\triangle ACF$  是直角三角形. .... 5 分

理由如下: 由 (1) 得  $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ ,

$$\therefore \angle ACB = \angle ACD, \frac{AB}{DA} = \frac{BC}{AC}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore AB^2 = AD \cdot BC.$$

$$\because AB^2 = 2CF \cdot AD,$$

$$AD \cdot BC = 2CF \cdot AD,$$

$$\text{即 } BC = 2CF. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

取  $BC$  中点  $G$ , 连接  $AG$ ,

$$\therefore BC = 2CG,$$

$$\therefore CG = CF. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore AG \perp BC,$$

$$\therefore \angle AGC = 90^\circ.$$

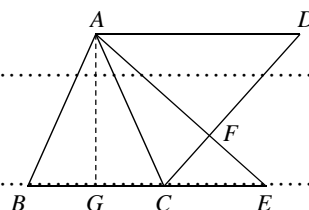
$$\because AC = AC,$$

$$\therefore \triangle AGC \cong \triangle AFC, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AGC = \angle AFC,$$

$$\therefore \angle AFC = 90^\circ, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle ACF$  是直角三角形.



24. (本小题满分 12 分)

解: (1) 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $AB = AD$ ,  $AD = 5\sqrt{2}$ ,

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 10. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\because BD$  是直径,

$$\therefore \angle BED = 90^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

在  $\text{Rt}\triangle BED$  中,  $BE = 6$ ,

$$\therefore DE = \sqrt{BD^2 - BE^2} = 8. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 连接  $EO$  并延长交  $CD$  于点  $I$ , 连接  $OC$ ,  $EC$ .

过点  $A$  作  $AG \perp AE$  交  $DE$  于点  $G$ , 作  $AH \perp DE$  于点  $H$ ,

$$\therefore \angle EAG = \angle AHG = \angle AHE = 90^\circ.$$

$$\because \widehat{CE} = \widehat{DE},$$

$$\therefore CE = DE, \angle CDE = \angle DBE.$$

$$\because OC = OD, CD = 9.6$$

$$\therefore EI \text{ 垂直平分 } CD, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore DI = \frac{1}{2}CD = 4.8, \angle EID = 90^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle DEI$  中,  $DE = 8$ ,

$$\therefore EI = \sqrt{DE^2 - DI^2} = 6.4. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because \angle BED = \angle DIE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle DEI,$$

$$\therefore \frac{BD}{DE} = \frac{EB}{ID} = \frac{DE}{EI} = \frac{8}{6.4},$$

$$\therefore BD = 10, EB = 6. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD - \angle BAG = \angle EAG - \angle BAG,$$

$$\text{即 } \angle EAB = \angle GAD.$$

$$\because AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = 45^\circ.$$

$$\because \widehat{AD} = \widehat{AD},$$

$$\therefore \angle AED = \angle ABD = 45^\circ,$$

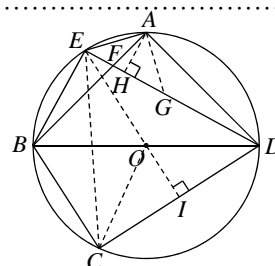
$$\therefore \angle AGE = 45^\circ = \angle AED,$$

$$\therefore AE = AG, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADG, \text{ 点 } H \text{ 为 } EG \text{ 中点}, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore DG = BE = 6,$$

$$\therefore EG = DE - DG = 2,$$



$$\begin{aligned} \therefore AH &= \frac{1}{2}EG = 1. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分} \\ \therefore \angle AHE &= \angle BED = 90^\circ, \quad \angle AFH = \angle BFE, \\ \therefore \triangle AHF &\sim \triangle BEF, \\ \therefore \frac{AF}{BF} &= \frac{AH}{BE} = \frac{1}{6}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分} \end{aligned}$$

25. (本小题满分 14 分)

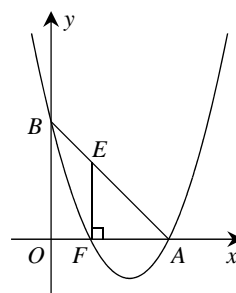
解: (1)  $\because B(0, 6),$   
 $\therefore OB = 6. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$   
 $\because \angle BAO = 45^\circ, \quad \angle AOB = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle ABO = 45^\circ = \angle BAO,$   
 $\therefore OA = OB = 6. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$   
 $\because$  点  $A$  在  $x$  轴正半轴,  
 $\therefore A(6, 0).$

将  $A(6, 0), B(0, 6)$  代入  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ , 得  $\begin{cases} 18 + 6b + c = 0, \\ c = 6. \end{cases}$

解得  $\begin{cases} b = -4, \\ c = 6. \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$\therefore$  该抛物线的解析式为  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 过点  $E$  作  $EF \perp x$  轴于点  $F$ ,  
 $\therefore \angle AFE = 90^\circ = \angle AOB,$   
 $\therefore EF \parallel BO, \quad \angle AEF = 45^\circ = \angle ABO = \angle OAB,$   
 $\therefore \frac{OF}{AF} = \frac{BE}{AE} = \frac{1}{2}, \quad OA = OB = 6,$   
 $\therefore OF = \frac{1}{3}OA = 2,$   
 $\therefore$  点  $F$  的横坐标为 2,  $FA = 4,$   
 $\therefore$  点  $E$  的横坐标为 2,  $EF = 4,$   
 $\therefore$  点  $E$  的坐标是  $(2, 4).$   $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$



将  $x=1$  代入  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ , 得  $y=2.5$ ,  $\therefore$  点  $C$  的坐标是  $(1, 2.5).$   $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

由  $C(1, 2.5), E(2, 4)$  得直线  $CD$  的解析式为  $y = \frac{3}{2}x + 1,$   $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

将  $y = \frac{3}{2}x + 1$  代入  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ , 得  $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 6 = \frac{3}{2}x + 1,$

解得  $x_1 = 1, \quad x_2 = 10. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$\therefore$  点  $C$  的横坐标为 1,  
 $\therefore$  点  $D$  的横坐标为 10,

将  $x=10$  代入  $y = \frac{3}{2}x + 1$ , 得  $y=16,$

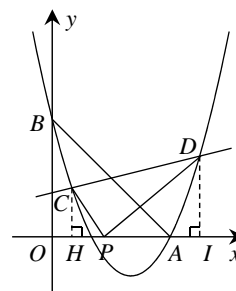
$\therefore$  点  $D$  的坐标是  $(10, 16). \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

(3) 由 (2) 得  $C(1, 2.5).$   
 设  $D(x_D, y_D), P(t, 0).$

根据题意可知, 点  $D$  在点  $C$  的上方,  
 点  $P$  是以  $CD$  为直径的圆与  $x$  轴的交点,  
 $\therefore 1 < t < x_D.$

分别过点  $C, D$  作  $x$  轴的垂线, 垂足为点  $H, I$ ,

$\therefore \angle CHI = \angle DIH = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle HCP + \angle HPC = 90^\circ.$   
 $\because \angle CPD = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle IPD + \angle HPC = 90^\circ,$   
 $\therefore \angle IPD = \angle HCP,$   
 $\therefore \triangle HCP \sim \triangle IPD,$



$\therefore \frac{CH}{PI} = \frac{HP}{ID}$ , 即  $\frac{2.5}{x_D - t} = \frac{t - 1}{y_D}$ ,  
 $\therefore (t - 1)(x_D - t) = 2.5y_D \cdots \textcircled{1}$ . ..... 10 分  
 将点  $C(1, 2.5)$  代入  $y = kx + m$  中, 得  $2.5 = k + m$ ,  
 $\therefore m = 2.5 - k$ , ..... 11 分  
 $\therefore$  直线  $CD$  的解析式为  $y = k(x - 1) + 2.5$ .  
 将  $y = k(x - 1) + 2.5$  代入  $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ ,  
 整理可得  $x^2 - (2k + 8)x + 2k + 7 = 0$ ,  
 解得  $x_C = 1$ ,  $x_D = 2k + 7$ ,  
 $\therefore D(2k + 7, 2k^2 + 6k + 2.5)$ . ..... 12 分  
 将点  $D(2k + 7, 2k^2 + 6k + 2.5)$  代入  $\textcircled{1}$ ,  
 整理可得  $t^2 - (2k + 8)t + 5k^2 + 17k + \frac{53}{4} = 0$ ,  
 $\Delta = 4k^2 + 32k + 64 - 20k^2 - 68k - 53 = -16k^2 - 36k + 11$ .  
 $\therefore$  满足条件的点  $P$  有两个,  
 不妨设满足条件的两个点  $P$  的横坐标分别为  $t_1, t_2$ , 且  $t_1 < t_2$ .  
 由求根公式可得  $t_1 + t_2 = 2k + 8$ ,  $t_1 t_2 = 5k^2 + 17k + \frac{53}{4}$ . ..... 13 分  
 依题意得  $t_2 - t_1 = 1$ ,  
 $\therefore (t_2 - t_1)^2 = (t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2 = 1$ ,  
 $\therefore (2k + 8)^2 - 4(5k^2 + 17k + \frac{53}{4}) = 1$ ,  
 即  $8k^2 + 18k - 5 = 0$ ,  
 解得  $k_1 = \frac{1}{4}$ ,  $k_2 = -\frac{5}{2} < 0$  (舍去),  
 当  $k = \frac{1}{4}$  时,  $-16k^2 - 28k + 11 > 0$ , 满足题意,  
 $\therefore$  直线  $CD$  的解析式为  $y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ . ..... 14 分