

九年级数学试题

（考试时间：120 分钟；满分 150 分）

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1. 一元二次方程 $x^2 + 2x = 0$ 的解为（ ）

- A. $x = -2$ B. $x = 2$ C. $x_1 = 0, x_2 = -2$ D. $x_1 = 0, x_2 = 2$

2. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根，则 x_1x_2 的值是（ ）

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

3. 将二次函数 $y = x^2 + 6x + 2$ 化成 $y = (x - h)^2 + k$ 的形式应为（ ）

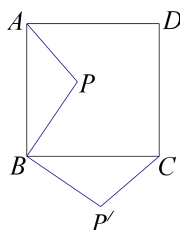
- A. $y = (x + 3)^2 - 7$ B. $y = (x - 3)^2 + 11$ C. $y = (x + 3)^2 - 11$ D. $y = (x + 2)^2 + 4$

4. 成语“守株待兔”所描述的事件是（ ）

- A. 必然事件 B. 随机事件 C. 不可能事件 D. 无法确定

5. 如图， P 是正方形 $ABCD$ 内的一点，将 $\triangle ABP$ 绕点 B 顺时针方向旋转到与 $\triangle CBP'$ 重合，若 $PB = 3$ ，则点 P 经过的路径长度为（ ）

- A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\frac{3\pi}{4}$



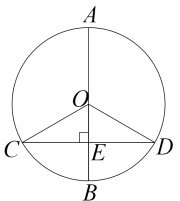
第5题图

6. 下列图形不是中心对称图形的是（ ）

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 矩形 D. 正方形

7. 如图， AB 是圆 O 的直径， CD 是弦， $CD \perp AB$ 于点 E ，则下列结论不一定成立的是（ ）

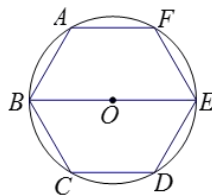
- A. $\angle COE = \angle DOE$ B. $CE = DE$ C. $OE = BE$ D. $\widehat{BC} = \widehat{BD}$



第7题图

8. 在正六边形 $ABCDEF$ 中，若 $BE = 10$ ，则这个正六边形外接圆的半径是（ ）

- A. $\frac{5}{2}$ B. 5 C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D. $5\sqrt{3}$



第8题图

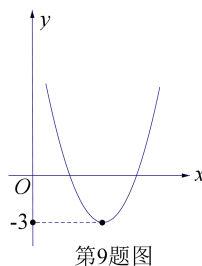
9. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 那么关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 根的情况是 ()

- A. 无实数根
B. 有两个相等的实数根
C. 有两个异号实数根
D. 有两个同号不等实数根

10. 定义 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数, 如 $[3.5] = 3$, $[0.5] = 0$, $[-2.5] = -3$.

对于任意实数, 下列式子中错误的是 ()

- A. $[x] = x$ (x 为整数)
B. $0 \leq x - [x] \leq 1$
C. $[n + x] = n + [x]$ (n 为整数)
D. $[x + y] \leq [x] + [y]$



第9题图

二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

11. 若 $(a-1)x^2 - 3x + 5 = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 a 的取值范围为_____.

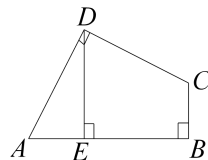
12. 已知二次函数 $y = ax^2$ 开口向下, 且 $|2 - a| = 3$ 则 $a =$ _____.

13. 平面直角坐标系内与 $P(-3, 4)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.

14. 两个同学玩“石头、剪子、布”游戏, 若规定“石头对石头、剪子对剪子、布对布”为平局, 则随机出手一次平局的概率是_____.

15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $DA = DC$, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$,

$S_{\text{四边形}ABCD} = 12\text{cm}^2$ 则 $BE =$ _____ cm.

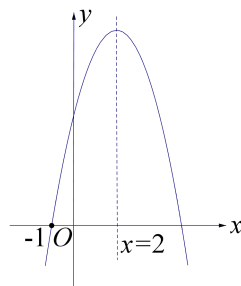


第15题图

16. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图像如图所示, 过点 $(-1, 0)$, 对称轴为 $x = 2$, 下列结论正确的是_____ ① $4a + b = 0$; ② $24a + 2b + 3c < 0$;

③若 $A(-3, y_1)$, $B(-0.5, y_2)$, $C(3.5, y_3)$ 三点都在抛物线上,

$y_1 < y_2 < y_3$; ④当 $x > -1$ 时, y 随 x 增大而增大.



第16题图

三、解答题 (9 小题, 共 86 分)

17. (8 分) 计算: $-8 \div 2 + \sqrt[3]{-27} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

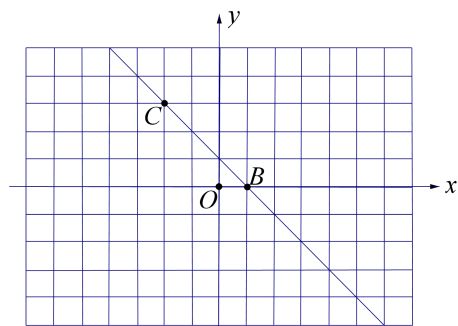
18. (8 分) 解方程: $x^2 - 8x + 7 = 0$.

19. (8 分) 计算: $\left(\frac{a^2}{a-3} + \frac{9}{3-a}\right) \div \frac{a+3}{a}$.

20. (8分) 已知: 抛物线 $y_1 = -x^2 - 2x + 3$ 的图象交 x 轴于点 A, B (点 A 在点 B 的左侧)

(1) 请在平面直角坐标系内画出二次函数 $y_1 = -x^2 - 2x + 3$ 的草图, 并标出点 A 的位置.

(2) 点 C 是直线 $y_2 = -x + 1$ 与抛物线 $y_1 = -x^2 - 2x + 3$



第20题图

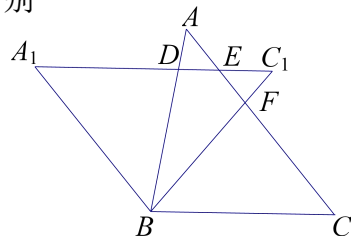
异于 B 的另一交点, 则点 C 的坐标为_____; 当 $y_1 \geq y_2$ 时 x 的取值范围是_____.

21. (8分) 龙岩市某村 2017 年的人均收入为 7500 元, 落实精准扶贫工作后, 2019 年人均收入为 14700 元. 求人均收入的年平均增长率.

22. (10分) $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 其中 $AB = BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针旋转 50° 到 $\triangle A_1BC_1$ 的位置, AB 与 A_1C_1 相交于点 D , AC 与 A_1C_1, BC_1 分别相交于点 E, F .

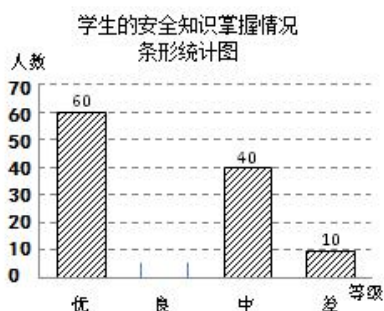
(1) 求证: $\triangle BCF \cong \triangle BA_1D$;

(2) 当 $\angle C = 50^\circ$ 时, 判断四边形 A_1BCE 的形状并说明理由.

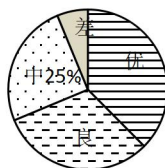


第22题图

23. (10分) 某中学采用随机的方式对学生掌握安全知识的情况进行测评, 并按成绩高低分成优、良、中、差四个等级进行统计, 绘制了下面两幅尚不完整的统计图. 请根据有关信息解答:



学生的安全知识掌握情况 扇形统计图



(1) 接受测评的学生共有_____人, 扇形统计图中“优”部分所对应扇形的圆心角为_____°, 并补全条形统计图;

(2) 若该校共有学生 2000 人, 请估计该校对安全知识达到“良”及“良”以上程度的人数;

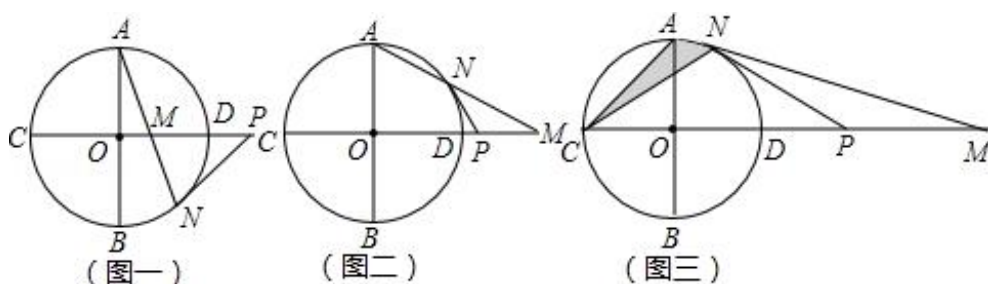
(3) 测评成绩前五名的学生恰好 3 个女生和 2 个男生, 现从中随机抽取 2 人参加市安全知识竞赛, 请用树状图或列表法求出抽到 2 个女生的概率.

24. (12 分) 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 直线 CD 经过圆心 O , 交 $\odot O$ 于 C, D 两点, 直径 $AB \perp CD$, 点 M 是直线 CD 上异于点 C, O, D 的一个动点, AM 所在的直线交 $\odot O$ 于点 N , 点 P 是直线 CD 上另一点, 且 $PM = PN$.

(1) 当点 M 在 $\odot O$ 内部时, 如图一, 试判断 PN 与 $\odot O$ 的关系, 并写出证明过程;

(2) 当点 M 在 $\odot O$ 外部时, 如图二, 其它条件不变时, (1) 的结论是否还成立? 请说明理由;

(3) 当点 M 在 $\odot O$ 外部时, 如图三, $\angle AMO = 15^\circ$, 求图中阴影部分的面积.

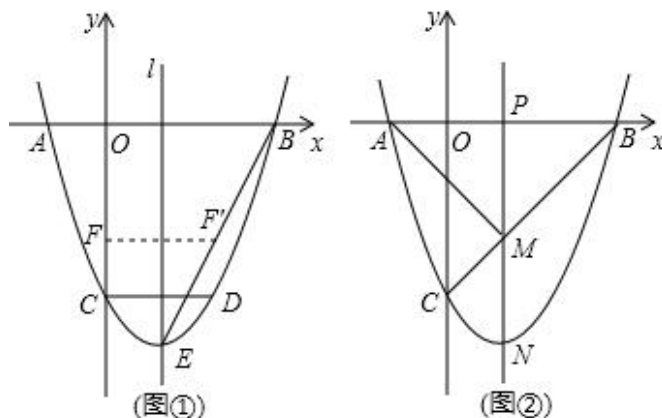


25. (14 分) 函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , $OB = OC$. 点 D 在函数图像上, $CD \parallel x$ 轴, 且 $CD = 2$, 直线 l 是抛物线的对称轴, E 是抛物线的顶点.

(1) 求 b, c 的值;

(2) 如图①, 连接 BE , 线段 OC 上的点 F 关于直线 l 的对称点 F' 恰好在线段 BE 上, 求点 F 的坐标;

(3) 如图②, 动点 P 在线段 OB 上, 过点 P 作 x 轴的垂线分别与 BC 交于点 M , 与抛物线交于点 N . 试问: 抛物线上是否存在点 Q , 使得 $\triangle PQN$ 与 $\triangle APM$ 的面积相等, 且线段 NQ 的长度最小? 如果存在, 求出点 Q 的坐标; 如果不存在, 说明理由.



龙岩市 2020~2021 学年第一学期期末五县（市、区）联合质量抽查

九年级数学参考答案

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 答案 | C | B | A | B | C | A | C | B | D | D |

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

11. $a \neq 1$ 12. -1 13. $(3, -4)$ 14. $\frac{1}{3}$ 15. $2\sqrt{3}$ 16. ①②③

三、解答题（9 小题，共 86 分）

17. 解：原式 $= -4 + (-3) + 3 \dots\dots\dots 6$ 分
 $= -4 \dots\dots\dots 8$ 分

18. $x^2 - 8x + 7 = 0$

解法一： $(x - 1)(x - 7) = 0 \dots\dots\dots 4$ 分

$x - 1 = 0$ 或 $x - 7 = 0 \dots\dots\dots 6$ 分

$x_1 = 1, x_2 = 7 \dots\dots\dots 8$ 分

解法二： $(x - 4)^2 = 9 \dots\dots\dots 4$ 分

$x - 4 = -3, x - 4 = 3 \dots\dots\dots 6$ 分

$x_1 = 1, x_2 = 7 \dots\dots\dots 8$ 分

19. 解：原式 $= (\frac{a^2}{a-3} - \frac{9}{a-3}) \div \frac{a+3}{a} \quad 2$ 分

$$= \frac{a^2 - 9}{a-3} \div \frac{a+3}{a}$$

$$= \frac{(a-3)(a+3)}{a-3} \cdot \frac{a}{a+3} \dots\dots\dots 6$$
 分

$$= a \dots\dots\dots 8$$
 分

20. (1) 正确画出 $y_1 = -x^2 - 2x + 3$ 的图象给 3 分，标明点 A 给 1 分。 $\dots\dots\dots 4$ 分

(2) $(-2, 3); -2 \leq x \leq 1$ 。

21. 解：设人均收入的年平均增长率为 x ，依题

意得 $\dots\dots\dots 1$ 分

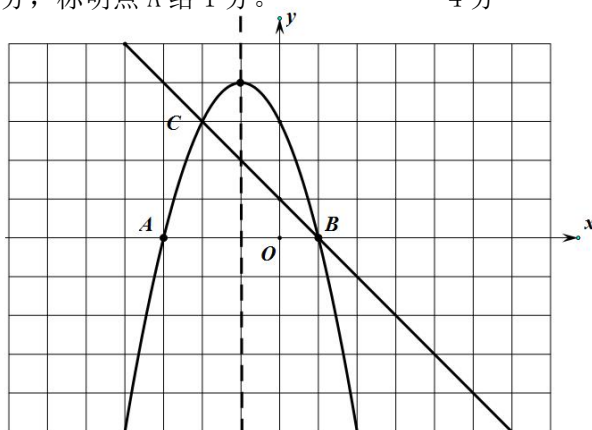
$$7500(1+x)^2 = 14700 \dots\dots\dots 4$$
 分

$$(1+x)^2 = 1.96$$

$$1+x = \pm 1.4$$

解得： $x_1 = 0.4 = 40\% \quad x_2 = -2.4$ （不合题意舍去） $\dots\dots\dots 7$ 分

答：人均收入的年平均增长率为 40%。 $\dots\dots\dots 8$ 分



22. (1) 证明: $\because AB=BC$

$$\therefore \angle A = \angle C$$

$\because \triangle A_1BC_1$ 是由 $\triangle ABC$ 绕顶点 B 逆时针旋转而得

$$\therefore \angle A = \angle A_1 = \angle C, \angle A_1BD = \angle CBC_1$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle BA_1D (ASA) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 四边形 A_1BCE 是菱形 $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$\because \triangle ABC$ 是等腰, $\angle C = 50^\circ$

$$\therefore \angle A = \angle C_1 = \angle C = 50^\circ$$

又 $\because \triangle BCF \cong \triangle BA_1D$

$$\therefore \angle CBF = \angle A_1BD = 50^\circ$$

$$\therefore \angle C_1 = \angle CBF; \angle A = \angle A_1BD$$

$$\therefore A_1E \parallel BC; A_1B \parallel EC$$

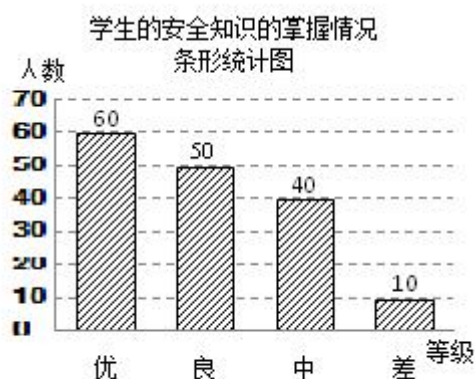
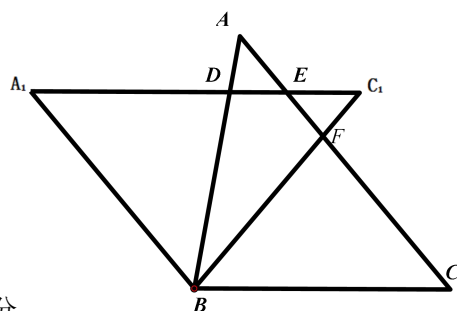
即四边形 A_1BCE 是平行四边形 $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

又 $\because A_1B = BC$

\therefore 四边形 A_1BCE 是菱形 $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

23. (1) 160, 135;

条形统计图如图所示: $\dots\dots 3 \text{ 分}$



(2) 该校对安全知识达到“良”及“良”以上程度的人数为:

$$2000 \times \frac{60+50}{160} = 1375 \text{ (人)} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

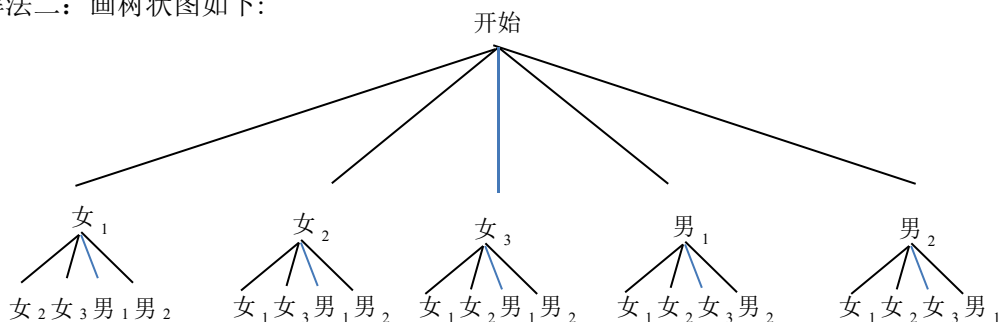
(3) 解法一: 列表如下

| | 女 ₁ | 女 ₂ | 女 ₃ | 男 ₁ | 男 ₂ |
|----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 女 ₁ | --- | 女 ₂ 女 ₁ | 女 ₃ 女 ₁ | 男 ₁ 女 ₁ | 男 ₂ 女 ₁ |
| 女 ₂ | 女 ₁ 女 ₂ | --- | 女 ₃ 女 ₂ | 男 ₁ 女 ₂ | 男 ₂ 女 ₂ |
| 女 ₃ | 女 ₁ 女 ₃ | 女 ₂ 女 ₃ | --- | 男 ₁ 女 ₃ | 男 ₂ 女 ₃ |
| 男 ₁ | 女 ₁ 男 ₁ | 女 ₂ 男 ₁ | 女 ₃ 男 ₁ | --- | 男 ₂ 男 ₁ |
| 男 ₂ | 女 ₁ 男 ₂ | 女 ₂ 男 ₂ | 女 ₃ 男 ₂ | 男 ₁ 男 ₂ | --- |

所有等可能的结果为 20 种, 其中抽到 2 女的为 6 种, $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

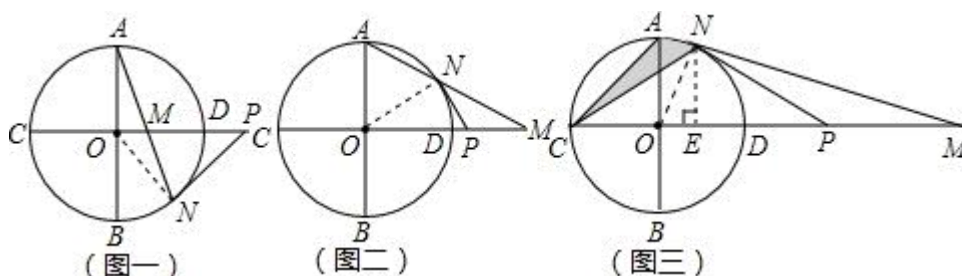
$$\therefore P(\text{抽到 2 女}) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

解法二：画树状图如下：



所有等可能的结果为 20 种，其中抽到 2 女的为 6 种，.....8 分

$$\therefore P(\text{抽到 2 女}) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



24. (1) PN 与 $\odot O$ 相切.1 分

证明：连接 ON，则 $\angle ONA = \angle OAN$ ，

$\because PM = PN$ ， $\therefore \angle PNM = \angle PMN$2 分

$\because \angle AMO = \angle PMN$ ， $\therefore \angle PNM = \angle AMO$ 。

$\therefore \angle PNO = \angle PNM + \angle ONA = \angle AMO + \angle OAN = 90^\circ$4 分

即 PN 与 $\odot O$ 相切。

(2) 成立.5 分

证明：连接 ON，

则 $\angle ONA = \angle OAN$ ，

$\because PM = PN$ ， $\therefore \angle PNM = \angle PMN$6 分

在 $Rt\triangle AOM$ 中，

$\therefore \angle OMA + \angle OAM = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle PNM + \angle ONA = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle PNO = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。

即 PN 与 $\odot O$ 相切.8 分

(3) 解：连接 ON，由 (2) 可知 $\angle ONP = 90^\circ$9 分

$\because \angle AMO = 15^\circ$ ， $PM = PN$ ， $\therefore \angle PNM = 15^\circ$ ， $\angle OPN = 30^\circ$ ，

$\because \angle PON = 60^\circ$ ， $\angle AON = 30^\circ$10 分

作 $NE \perp OD$ ，垂足为点 E，

$\because \odot O$ 的半径为 2

$$\therefore OE = 1, NE = \sqrt{ON^2 - OE^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AOC} + S_{\text{扇形} AON} - S_{\triangle CON} = \frac{1}{2}OC \cdot OA + \frac{30}{360} \cdot \pi \times 2^2 - \frac{1}{2}CO \cdot NE$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{30}{360} \cdot \pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \cdot \sqrt{3} = 2 + \frac{\pi}{3} - \sqrt{3} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

25. 解: (1) $\because CD \parallel x$ 轴, $CD=2$,

\therefore 抛物线对称轴为 $x=1$,

$$\therefore -\frac{b}{2} = 1, b = -2 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$\because OB=OC$, $C(0, c)$,

$\therefore B$ 点的坐标为 $(-c, 0)$,

$\therefore 0=c^2+2c+c$, 解得: $c=-3$ 或 $c=0$ (舍去),
 $\therefore c=-3$; $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 设点 F 的坐标为 $(0, m)$.

\because 对称轴为直线 $x=1$, \therefore 点 F 关于直线 l 的对称点 F' 的坐标为 $(2, m)$.

由 (1) 可知抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$, $\therefore E(1, -4)$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

\because 直线 BE 经过点 $B(3, 0)$, $E(1, -4)$,

\therefore 利用待定系数法可得直线 BE 的表达式为 $y=2x-6$. $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

\because 点 F' 在 BE 上, $\therefore m=2 \times 2 - 6 = -2$

即点 F 的坐标为 $(0, -2)$; $\dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

(3) 存在点 Q 满足题意. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

设点 P 坐标为 $(n, 0)$, 则 $PA=n+1$, $PB=PM=3-n$, $PN=-n^2+2n+3$.

作 $QR \perp PN$, 垂足为 R .

$$\because S_{\triangle PQN} = S_{\triangle APM},$$

$$\therefore \frac{1}{2}(n+1)(3-n) = \frac{1}{2}(-n^2+2n+3) \cdot QR,$$

$$\therefore QR=1 \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

分两种情况讨论:

① 点 Q 在直线 PN 的左侧时, Q 点的坐标为 $(n-1, n^2-4n)$, R 点的坐标为 (n, n^2-4n) , N 点的坐标为 (n, n^2-2n-3) ,

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle QRN \text{ 中, } NQ^2 = 1 + (2n-3)^2,$$

$$\therefore n = \frac{3}{2} \text{ 时, } NQ \text{ 取最小值 } 1. \text{ 此时 } Q \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{1}{2}, -\frac{15}{4}\right) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

② 点 Q 在直线 PN 的右侧时, Q 点的坐标为 $(n+1, n^2-4)$,

$$\text{同理, } NQ^2 = 1 + (2n-1)^2,$$

$$\therefore n = \frac{1}{2} \text{ 时, } NQ \text{ 取最小值 } 1. \text{ 此时 } Q \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4}\right) \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

综上所述存在满足题意的点 Q , 其坐标为 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{15}{4}\right)$ 或 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{4}\right)$. $\dots\dots\dots 14 \text{ 分}$

