

宁德市 2020-2021 学年度第一学期期末九年级质量检测

数 学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 6 页．考试时间 120 分钟，满分 150 分．

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息．考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致．
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．非选择题答案用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上答题无效．
3. 作图可先使用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色签字笔描黑．
4. 考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

第 I 卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

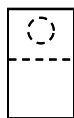
1. $\tan 45^\circ =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

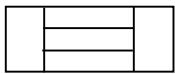
2. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，则代数式 $\frac{a+b}{b}$ 的值是

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

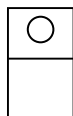
3. 已知一个几何体如图所示，则该几何体的左视图是



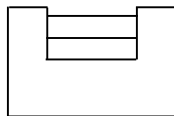
A.



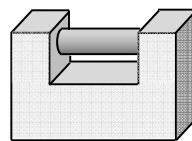
B.



C.



D.

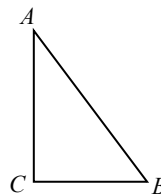


从正面看

第 3 题图

4. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，则 $\sin \angle ABC=$

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$



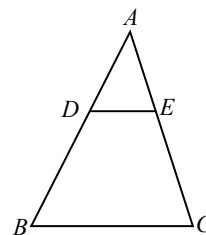
第 4 题图

5. 方程 $x^2 - 4x = 3$ 的根的情况是

- A. 有两个不相等的实数根
B. 没有实数根
C. 有两个相等的实数根
D. 有一个实数根

6. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上一点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E . 已知 $AD : DB = 2 : 3$, 则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} =$

- A. $2 : 3$
B. $4 : 9$
C. $2 : 5$
D. $4 : 25$



第 6 题图

7. 将抛物线 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 5$ 向上平移 2 个单位长度, 得到新抛物线的解析式是

- A. $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 7$
B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$
C. $y = \frac{1}{2}(x-6)^2 + 5$
D. $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 + 3$

8. “皮影戏”是我国一种历史悠久的民间艺术, 下列关于它的说法正确的是

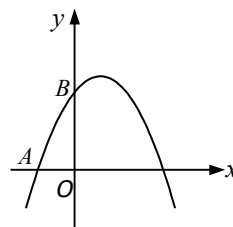
- A. 皮影戏的原理是利用平行投影将剪影投射到屏幕上
B. 屏幕上人物的身高与相应人物剪影的身高相同
C. 屏幕上影像的周长与相应剪影的周长之比等于对应点到光源的距离之比
D. 表演时, 也可以利用阳光把剪影投射到屏幕上

9. 某商场将进货价为 20 元的玩具以 30 元售出, 平均每天可售出 300 件, 调查发现, 该玩具的单价每上涨 1 元, 平均每天就少售出 10 件. 若商场要想平均每天获得 3750 元利润, 则每件玩具应涨价多少元? 设每件玩具应涨价 x 元, 则下列说法错误的是

- A. 涨价后每件玩具的售价是 $(30+x)$ 元
B. 涨价后平均每天少售出玩具的数量是 $10x$ 件
C. 涨价后平均每天销售玩具的数量是 $(300-10x)$ 件
D. 根据题意可列方程为: $(30+x)(300-10x) = 3750$

10. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(0, 3)$. 若该抛物线的顶点在第一象限, 记 $m = a + b + c$, 则 m 的取值范围是

- A. $0 < m < 1$
B. $0 < m < 3$
C. $0 < m < 6$
D. $3 < m < 6$



第 10 题图

第II卷

注意事项:

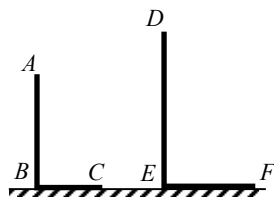
1. 用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡上相应位置书写作答, 在试题卷上答题无效.
2. 作图可先用 2B 铅笔画出, 确定后必须用 0.5 毫米黑色签字笔描黑.

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, D 是斜边 AB 的中点, $AB=10$, 则 CD 的长为_____.

12. 方程 $x(x-2)=0$ 的解是_____.

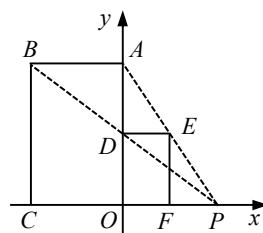
13. 如图, AB 和 DE 是直立在地面上的两根立柱, $AB=6$ (m), AB 在阳光下的影长 $BC=3$ (m), 在同一时刻阳光下 DE 的影长 $EF=4$ (m), 则 DE 的长为_____米.



第 13 题图

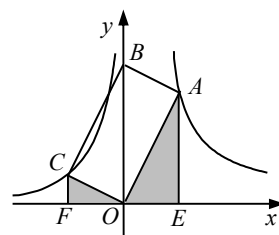
14. 一个盒子中有 5 个红球和若干个白球, 它们除颜色外都相同, 从中随机摸出一个球, 记下它的颜色后再放回盒子中. 不断重复这个过程, 共摸了 100 次球, 发现有 25 次摸到红球, 请估计盒子中白球大约有_____个.

15. 如图, 已知矩形 $OABC$ 与矩形 $FEDO$ 是位似图形, P 是位似中心, 若点 A 的坐标为 $(0, 6)$, 点 E 的坐标为 $(2, 3)$, 则点 B 的坐标为_____.



第 15 题图

16. 如图, 四边形 $OABC$ 是矩形, 对角线 OB 在 y 轴正半轴上, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象上, 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, 且点 A 在第一象限. 过点 A , C 分别作 x 轴的垂线段, 垂足分别为点 E , F , 则以下说法: ① $k_1 k_2 = -1$, ② $\frac{AE}{CF} = \left| \frac{k_1}{k_2} \right|$, ③ 阴影部分面积是 $\frac{1}{2}(k_1 + k_2)$, ④ 若四边形 $OABC$ 是正方形, 则 $k_1 + k_2 = 0$, 正确的是_____. (填序号)



第 16 题图

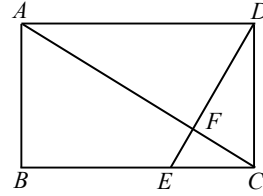
三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分.

17. (本题满分 8 分)

解方程: $x^2 - 2x - 1 = 0$.

18. (本题满分 8 分)

如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边上的点, $AC \perp DE$, 垂足为 F .
求证: $\triangle ABC \sim \triangle ECD$.



19. (本题满分 8 分)

高尔夫球运动员将一个小球沿与地面成一定角度的方向击出, 在不考虑空气阻力的条件下, 小球的飞行高度 $y(m)$ 与它的飞行时间 $x(s)$ 之间关系的部分数据如下表:

$x(s)$...	0.5	1	1.5	2	...
$y(m)$...	8.75	15	18.75	20	...

(1) 根据表格信息, 下列三个函数关系式: ① $y = \frac{25}{2}x + \frac{5}{2}$, ② $y = \frac{15}{x}$, ③ $y = -5x^2 + 20x$

中, 刻画 y 与 x 的关系最准确的是_____. (填序号)

(2) 请利用 (1) 中选取的函数关系式分析, 经过多少秒小球落回地面?

20. (本题满分 8 分)

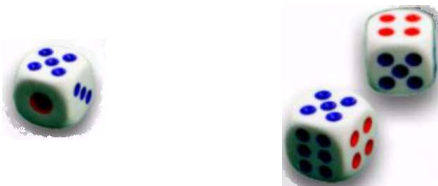
某商场在元旦期间举行“大酬宾”活动, 在商场消费满 168 元的顾客有一次抽奖机会, 抽奖规则为:

方案一: 投掷一枚骰子, 将所得的点数作为一个获奖号码, 再由获奖号码对应圆盘上的数字得到相应奖品;

方案二: 投掷两枚骰子, 将所得的点数之和作为一个获奖号码, 再由获奖号码对应圆盘上的数字得到相应奖品;

(1) 利用表格写出方案二中投掷两枚骰子所有可能出现的结果;

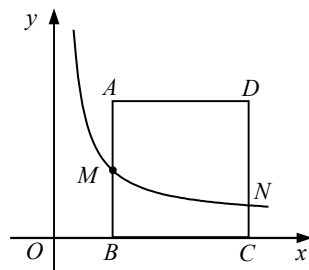
(2) 利用概率知识作出判断: 选择哪一种方案更合算, 请说明理由.



21. (本题满分 8 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $ABCD$ 的边 BC 在 x 轴上, 点 A 坐标为 $(2, 4)$, 点 M 是 AB 的中点, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M , 交 CD 于点 N .

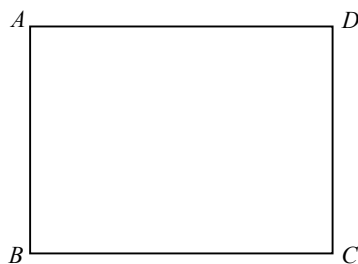
- (1) 求反比例函数的表达式;
- (2) 若反比例函数图象上的一个动点 $P(m, n)$ 在正方形 $ABCD$ 的内部 (含边界), 求 $\triangle POC$ 面积的最小值.



22. (本题满分 10 分)

如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=8$.

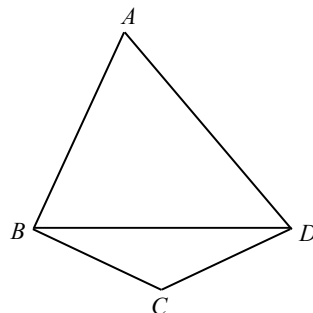
- (1) 尺规作图: 作菱形 $AECF$, 使点 E, F 分别落在 BC, AD 上; (保留作图痕迹, 不写作法, 不必证明)
- (2) 求菱形 $AECF$ 的周长.



23. (本题满分 10 分)

如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AD=BD$, $BC=CD$.

- (1) 若 $BD=13$, $AB=10$, 求 $\cos \angle CBD$ 的值;
- (2) 设 $\triangle ABD$ 的面积为 S_1 , $\triangle BCD$ 的面积为 S_2 , 求证: $\frac{S_1}{S_2} = 4 \cos^2 \angle CBD$.



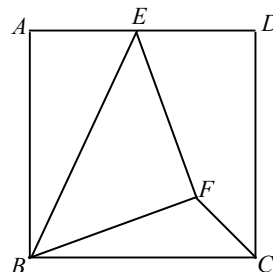
24. (本题满分 13 分)

如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AD 边上的一个动点, 连接 BE , 以 BE 为斜边在正方形 $ABCD$ 内部构造等腰直角三角形 BEF , 连接 CF .

(1) 求证: $\angle DEF + \angle CBF = 90^\circ$;

(2) 若 $AB=3$, $\triangle BCF$ 的面积为 $\frac{3}{2}$, 求 $\triangle BEF$ 的面积;

(3) 求证: $DE = \sqrt{2} CF$.



25. (本题满分 13 分)

已知抛物线 $y = \frac{1}{4}(x-n)(x+n) + c$ 经过坐标原点 O .

(1) 请用含 n 的代数式表示 c ;

(2) 若直线 $y = kx + 2$ 与抛物线交于 B, C 两点, 连接 OB, OC . 设直线 OB 为 $y = k_1x$, 直线 OC 为 $y = k_2x$.

①当 B, C 两点关于抛物线的对称轴对称时, 求 $k_1 \cdot k_2$ 的值;

②求证: 无论 k 为何值时, $k_1 \cdot k_2$ 的值不变.

宁德市 2020-2021 学年度第一学期期末九年级质量检测

数学试题参考答案及评分标准

(1)本解答给出了一种或几种解法供参考,如果考生的解法与本解答不同,可参照本答案的评分标准的精神进行评分.

(2)对解答题,当考生的解答在某一步出现错误时,如果后续部分的解答未改变该题的立意,可酌情给分.

(3)解答右端所注分数表示考生正确作完该步应得的累加分数.

(4)评分只给整数分,选择题和填空题均不给中间分.

一、选择题:(本大题有 10 小题,每小题 4 分,满分 40 分)

1. D 2. B 3. A 4. B 5. A 6. D 7. A 8. C 9. D 10. C

二、填空题:(本大题有 6 小题,每小题 4 分,满分 24 分)

11. 5; 12. $x_1=0, x_2=2$; 13. 8; 14. 15; 15. $(-4, 6)$; 16. ②④.

三、解答题(本大题共 9 小题,共 86 分)

17. (本题满分 8 分)

解法一: $x^2 - 2x = 1$ 1 分

$x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$ 3 分

$(x-1)^2 = 2$ 5 分

$\therefore x-1 = \pm\sqrt{2}$ 7 分

即 $x_1 = 1 + \sqrt{2}$, $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ 8 分

解法二: $\because a=1, b=-2, c=-1$ 1 分

$\therefore b^2 - 4ac = 4 + 4 = 8 > 0$ 3 分

$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2}$ 5 分

$\therefore x = 1 \pm \sqrt{2}$ 7 分

解得 $x_1 = 1 + \sqrt{2}$, $x_2 = 1 - \sqrt{2}$ 8 分

18. (本题满分 8 分)

解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle B = \angle BCD = 90^\circ$ 2 分

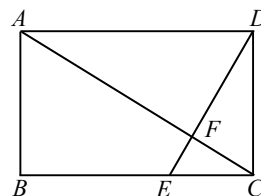
$\therefore \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ$.

又 $\because AC \perp DE$,

$\therefore \angle CDE + \angle ACD = 90^\circ$ 4 分

$\therefore \angle ACB = \angle CDE$ 7 分

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ECD$ 8 分



19. (本题满分 8 分)

解: (1) ③; 3 分

(2) 当 $y=0$ 时, $-5x^2+20x=0$ 6 分

解得: $x_1=4$, $x_2=0$ (不合题意, 舍去). 7 分

答: 经过 4 秒小球落回地面. 8 分

20. (本题满分 8 分)

解: (1) 掷两枚骰子, 由题意列表得所有可能出现的结果为:

第 1 次 第 2 次	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

..... 3 分

(2) 选择方案二更合算. 4 分

理由如下: 选择方案一: 掷一枚骰子, 一共有 6 种等可能的结果, 其中只有 1 种结果获得

奖品, 即点数为 5 时, 所以获得奖品的概率是 $\frac{1}{6}$; 5 分

选择方案二: 掷两枚骰子, 由表格可知, 一共有 36 种等可能的结果, 其中有 9 种结果获得奖品, 分别是和为 5 的 4 种, 和为 9 的 4 种, 和为 12 的 1 种, 所以, 获得奖品的

概率为 $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ 7 分

$$\therefore \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$$

\therefore 选择方案二更合算. 8 分

21. (本题满分 8 分)

解: (1) $\because M$ 是 AB 的中点, $AB=4$,

$\therefore BM=2$ 1 分

$\because AB \perp x$ 轴, 点 A 的坐标是 $(2, 4)$,

\therefore 点 M 的坐标是 $(2, 2)$ 2 分

把点 $M(2, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $2 = \frac{k}{2}$ 3 分

解得 $k=4$.

$\therefore y = \frac{4}{x}$ 4 分

(2) \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 A 的坐标是 $(2, 4)$,

\therefore 点 B 的坐标是 $(2, 0)$, $BC=4$.

\therefore 点 C 的坐标是 $(6, 0)$.

把 $x=6$ 代入 $y = \frac{4}{x}$ 得 $y = \frac{2}{3}$,

\therefore 点 N 的坐标是 $(6, \frac{2}{3})$ 5 分

\because 反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 图象上的动点 $P(m, n)$ 在正方形 $ABCD$ 的内部 (含边界),

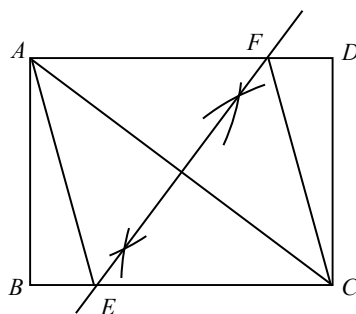
$\therefore n$ 随 m 的增大而减少, 且 $2 \leq m \leq 6$ 7 分

$\therefore m=6$ 时, n 有最小值为 $\frac{2}{3}$.

$\therefore \triangle POC$ 的最小面积: $\frac{1}{2} OC \cdot NC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{2}{3} = 2$ 8 分

22. (本题满分 10 分)

解: (1) 作图如图所示: 3 分



\therefore 菱形 $AECF$ 就是所求作的图形. 4 分

(2) 由(1)得四边形 $AECF$ 是菱形,

$\therefore AE=CE$5 分

设 $AE=CE=x$, 则 $BE=8-x$.

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle B=90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AB^2 + BE^2 = AE^2$.

即 $6^2 + (8-x)^2 = x^2$7 分

解得 $x = \frac{25}{4}$9 分

\therefore 菱形 $AECF$ 的周长 $= 4 \times \frac{25}{4} = 25$10 分

23. (本题满分 10 分)

解: (1) 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 则 $\angle BED = 90^\circ$,1 分

$\therefore \angle ABD + \angle EDB = 90^\circ$.

$\because \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle CBD = 90^\circ$.

$\therefore \angle CBD = \angle BDE$2 分

$\because BD=AD$,

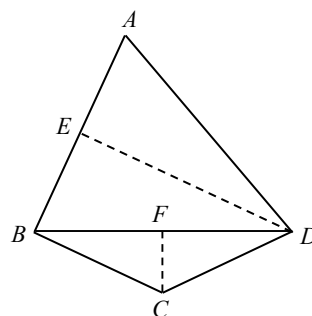
$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5$.

在 $\text{Rt}\triangle BED$ 中, 根据勾股定理得

$$DE = \sqrt{BD^2 - BE^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$$

$$\therefore \cos \angle BDE = \frac{DE}{BD} = \frac{12}{13}.$$

$$\therefore \cos \angle CBD = \cos \angle BDE = \frac{12}{13}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$



(2) 解法一: 过点 C 作 $CF \perp BD$ 于点 F , 则 $\angle BFC = \angle BED = 90^\circ$,

由(1)得 $\angle CBD = \angle BDE$,

$\therefore \triangle DEB \sim \triangle BFC$.

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{2S_{\triangle BED}}{2S_{\triangle BCF}} = \left(\frac{DE}{BF}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{DE}{2BF}\right)^2 = 4 \times \left(\frac{DE}{BD}\right)^2. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

由(1)得 $\cos \angle BDE = \frac{DE}{BD}$.

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = 4 \cos^2 \angle CBD. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

解法二：过点 C 作 $CF \perp BD$ 于点 F ，则 $\angle BFC = \angle BED = 90^\circ$ ，

由 (1) 得 $\angle CBD = \angle BDE$ ，

$\therefore \triangle DEB \sim \triangle BFC$ 。

$$\therefore \frac{BE}{FC} = \frac{DE}{BF} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because S_1 = \frac{1}{2} AB \cdot DE, \quad S_2 = \frac{1}{2} BD \cdot FC,$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{AB \cdot DE}{BD \cdot CF} = \frac{2BE \cdot DE}{BD \cdot CF} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= 2 \times \frac{DE}{BD} \cdot \frac{BE}{CF} = 2 \times \frac{DE}{BD} \cdot \frac{DE}{BF}$$

$$= 4 \times \frac{DE}{BD} \cdot \frac{DE}{2BF} = 4 \times \left(\frac{DE}{BD} \right)^2.$$

$$\text{由 (1) 得 } \cos \angle BDE = \frac{DE}{BD}.$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = 4 \cos^2 \angle CBD. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

24. (本题满分 13 分)

证明：(1) 过点 F 作 $MN \perp AD$ 于点 M ，交 BC 于点 N ，

$$\therefore \angle MEF + \angle EFM = 90^\circ. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \angle EFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFN + \angle EFM = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle MEF = \angle BFN. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

\because 在正方形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ 。

$\therefore MN \perp BC$ 。

$$\therefore \angle FBN + \angle BFN = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FBN + \angle MEF = 90^\circ.$$

$$\text{即 } \angle DEF + \angle CBF = 90^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

证法二： \because 在正方形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，

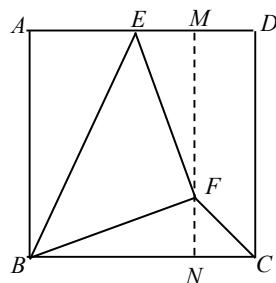
$$\therefore \angle DEB + \angle CBE = 180^\circ. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{即 } \angle DEF + \angle BEF + \angle EBF + \angle CBF = 180^\circ.$$

$$\because \angle EFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle EBF = 90^\circ. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle DEF + \angle CBF = 90^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 由(1)得 $MN \perp AD$, (或者: 过点 F 作 $MN \perp AD$ 于点 M , 交 BC 于点 N)

\therefore 正方形 $ABCD$ 的性质得四边形 $MNCD$ 是矩形.

$\therefore MN = CD = AB = 3$.

在 $\triangle BFN$ 与 $\triangle FEM$ 中

由(1)得 $\angle MEF = \angle BFN$, $\angle EMF = \angle FNB = 90^\circ$.

\therefore 根据题意得 $BF = EF$,

$\therefore \triangle BFN \cong \triangle FEM$ 5 分

$\therefore BC = AB = 3$,

$\therefore S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2} BC \cdot FN = \frac{3}{2} \cdot FN = 3$.

$\therefore FN = 1$.

$\therefore BN = FM = MN - FN = 2$ 6 分

在 $\text{Rt}\triangle BFN$ 中,

$BF = \sqrt{BN^2 + FN^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

$\therefore S_{\triangle BFF} = \frac{1}{2} BF^2 = \frac{1}{2} \times (\sqrt{5})^2 = \frac{5}{2}$ 8 分

(3) 在 $\triangle BFN$ 与 $\triangle FEM$ 中

由(2) $\triangle BFN \cong \triangle FEM$, $MD = NC$.

$\therefore BN = FM$, $EM = FN$.

$\therefore MN = AB = BC$,

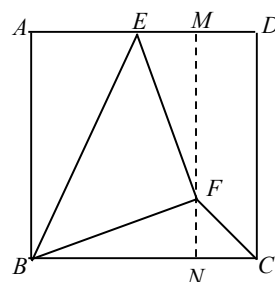
$\therefore FM + FN = BN + NC$.

$\therefore FN = NC = MD = EM$ 11 分

$\therefore \angle FCN = 45^\circ$, $DE = 2MD = 2CN$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle FNC$ 中, $CN = \frac{\sqrt{2}}{2} CF$.

$\therefore DE = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} CF = \sqrt{2} CF$ 13 分



25. (本题满分 13 分)

解: (1) 由 $y = \frac{1}{4}(x-n)(x+n) + c$

得 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}n^2 + c$

$\therefore y = \frac{1}{4}(x-n)(x+n) + c$ 图象经过坐标原点 O ,

∴当 $x=0$ 时, $y=0$. 即 $0=-\frac{1}{4}n^2+c$

解得 $c=\frac{1}{4}n^2$ 3 分

(2) ①依题意得, 抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{4}x^2$,

∴抛物线的对称轴为 y 轴.

∵直线 $y=kx+2$ 与抛物线交于 B, C 两点, 点 B, C 关于抛物线的对称轴对称,

∴可设点 B, C 的坐标为: $B(-t, 2), C(t, 2), (t>0)$,

将 $y=2$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2$, 得 $t=2\sqrt{2}$ 5 分

因此 C 点坐标为 $(2\sqrt{2}, 2)$, 代入 $y=k_1x$ 得 $k_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 同理得 $k_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

∴ $k_1 \cdot k_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2}$ 8 分

②依题意设 $B(x_1, y_1), C(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$, 联立 $\begin{cases} y=kx+2, \\ y=\frac{1}{4}x^2, \end{cases}$

得 $x^2-4kx-8=0$ 10 分

此时 $\Delta=(-4k)^2-4 \times 1 \times (-8)=16k^2+32>0$,

解得 $x_1=2k-2\sqrt{k^2+2}, x_2=2k+2\sqrt{k^2+2}$.

同①可知 $k_1=\frac{y_1}{x_1}, k_2=\frac{y_2}{x_2}$,

$k_1 \cdot k_2 = \frac{y_1 y_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{1}{4}x_1^2 \cdot \frac{1}{4}x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{1}{16}x_1 x_2 = \frac{1}{16}(2k-2\sqrt{k^2+2}) \cdot (2k+2\sqrt{k^2+2})$
 $= \frac{1}{16} \times (-8) = -\frac{1}{2}$ 13 分