

# 期 末 诊 断 性 测 评

## 九年级数学试题

亲爱的同学:

2021.1

这份试卷将记录你的自信、沉着、智慧和收获. 请认真审题, 看清要求, 仔细答题. 祝你取得好成绩!

请注意:

1. 选择题答案用铅笔涂在答题卡上, 如不用答题卡, 请将答案填在表格里.
2. 填空题、解答题不得用铅笔或红色笔填写.
3. 考试时, 不允许使用科学计算器.
4. 试卷分值: 120 分.

题号	一	二	三							总分
			19	20	21	22	23	24	25	
得分										

### 第 I 卷 (选择题 共 36 分)

一、选择题 (每题 3 分 共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	得分
选项													

1. 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+bx+6=0$  ( $a \neq 0$ ) 的其中一个解是  $x=1$ , 则  $2021-a-b$  的值是

A. 2 022

B. 2 025

C. 2 027

D. 2 028

2. 如图, 空心圆柱的左视图是



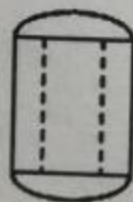
A.



B.



C.



D.



第 2 题图

3. 平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$  和  $BD$  交于点  $O$ , 添加一个条件不能使平行四边形  $ABCD$  变为矩形的是

A.  $OD=OC$

B.  $\angle DAB=90^\circ$

C.  $\angle ODA=\angle OAD$

D.  $AC \perp BD$

4. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - \sqrt{2}x + \sin\alpha = 0$  有两个相等的实数根, 则锐角  $\alpha$  等于

A.  $15^\circ$

B.  $30^\circ$

C.  $45^\circ$

D.  $60^\circ$

5. 在函数  $y = \frac{-a^2 - 1}{x}$  ( $a$  为常数) 的图象上有三点  $(-3, y_1)$ ,  $(-1, y_2)$ ,  $(2, y_3)$ ,

则函数值  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为

A.  $y_3 < y_1 < y_2$

B.  $y_1 < y_2 < y_3$

C.  $y_3 < y_2 < y_1$

D.  $y_2 < y_1 < y_3$

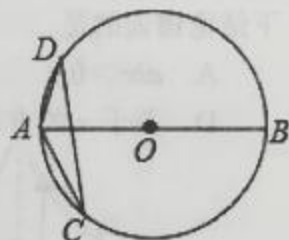
6. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $CD$  是  $\odot O$  的弦,  $\angle ACD = 20^\circ$ , 则  $\angle BAD$  为

A.  $40^\circ$

B.  $50^\circ$

C.  $60^\circ$

D.  $70^\circ$



第6题图

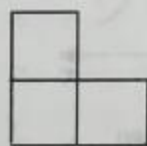
7. 由若干个完全相同的小正方体组成一个立体图形, 它的左视图和俯视图如图所示, 则小正方体的个数不可能是

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8



左视图

俯视图

第7题图

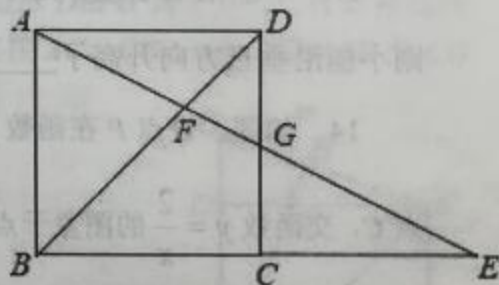
8. 如图所示, 在正方形  $ABCD$  中,  $G$  为  $CD$  边中点, 连接  $AG$  并延长交  $BC$  边的延长线于  $E$  点, 对角线  $BD$  交  $AG$  于  $F$  点. 已知  $FG = 2$ , 则线段  $AE$  的长度为

A. 6

B. 8

C. 10

D. 12



第8题图

9. 把函数  $y = (x - 1)^2 + 2$  图象向左平移 1 个单位长度, 平移后图象的函数解析式为

A.  $y = x^2 + 2$

B.  $y = (x - 1)^2 + 1$

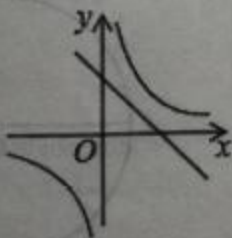
C.  $y = (x - 2)^2 + 2$

D.  $y = (x - 1)^2 + 3$

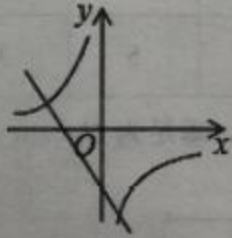
10. 已知抛物线  $y = x^2 + 2x + k + 1$  与  $x$  轴有两个不同的

交点, 则一次函数  $y = kx - k$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  在同一坐标

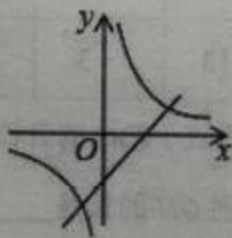
系内的大致图象是



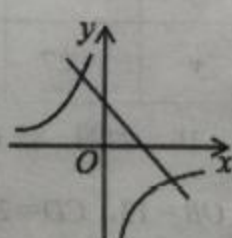
A.



B.



C.



D.

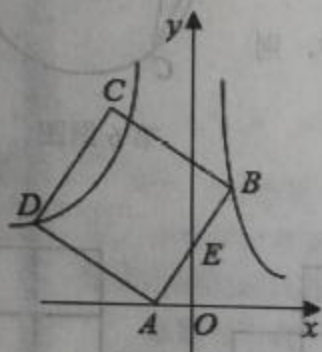


11. 如图, 正方形  $ABCD$  的顶点  $A$  的坐标为  $(-1, 0)$ , 点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象上,  $B$  点在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上,  $AB$  的中点  $E$  在  $y$  轴上, 则  $m$  的值为

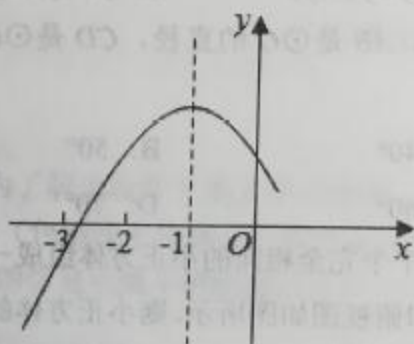
- A.  $-2$       B.  $-4$       C.  $-6$       D.  $-8$

12. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的顶点坐标为  $(-1, n)$ , 其部分图象如图所示. 以下结论错误的是

- A.  $abc > 0$       B.  $3a + c > 0$       C.  $4ac - b^2 < 0$   
D. 关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = n + 1$  无实数根



第 11 题图

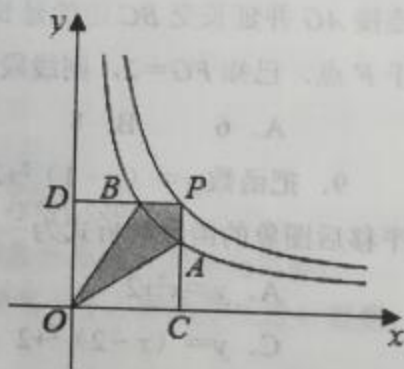


第 12 题图

## 二、填空题 (每题 4 分, 共 24 分)

13. 小丽沿着坡度  $i$  为  $1 : \sqrt{3}$  的直路向上走了  $50 \text{ m}$ , 则小丽沿垂直方向升高了           $\text{m}$ .

14. 如图, 设点  $P$  在函数  $y = \frac{5}{x}$  的图象上,  $PC \perp x$  轴于点  $C$ , 交函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象于点  $A$ ,  $PD \perp y$  轴于点  $D$ , 交函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象于点  $B$ , 则四边形  $PAOB$  的面积为         .

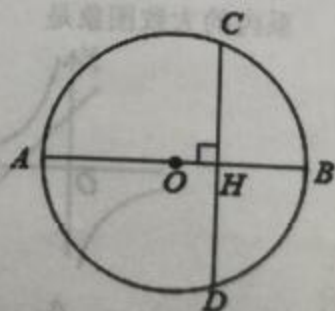


第 14 题图

15. 若二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的  $x$  与  $y$  的部分对应值如下表, 则当  $x = 1$  时,  $y$  的值为         .

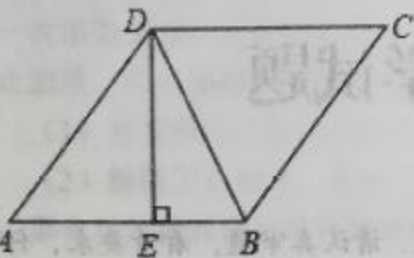
$x$	-7	-6	-5	-4	-3	-2
$y$	-27	-13	-3	3	5	3

16. 如图, 弦  $CD$  垂直于  $\odot O$  的直径  $AB$ , 垂足为  $H$ , 且  $OB = 13$ ,  $CD = 24$ , 则  $OH$  的长是         .

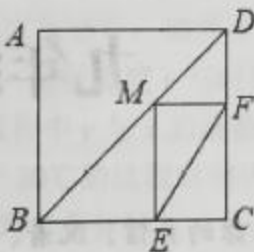


第 16 题图

17. 在菱形  $ABCD$  中,  $DE \perp AB$ ,  $\cos A = \frac{3}{5}$ ,  $BE=2$ , 则  $\tan \angle DBE$  的值是\_\_\_\_\_.



第 17 题图



第 18 题图

18. 如图, 在边长为 6 的正方形  $ABCD$  中, 点  $M$  为对角线  $BD$  上一动点,  $ME \perp BC$  于点  $E$ ,  $MF \perp CD$  于点  $F$ , 则  $EF$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本题共 7 道大题 满分 60 分)

19. (本题满分 8 分) 计算:  $4\sin 60^\circ - |\sqrt{3} - 2| + 2021^0 - \sqrt{12} + (\frac{1}{4})^{-1}$ .

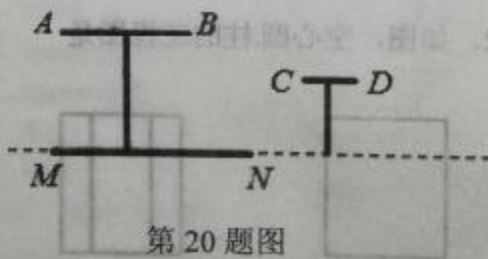
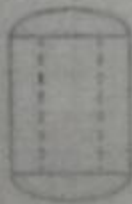
姓名	学号	考号	姓名	学号	考号	姓名	学号	考号

(共 88 分 满分 60 分) 卷 I 第

20. (本题满分 8 分) 如图,  $AB$  是公园的一圆形桌面的主视图,  $MN$  表示该桌面在路灯下的影子;  $CD$  则表示一个圆形的凳子.

(1) 请你在答题卡图中标出路灯  $O$  的位置, 并画出  $CD$  的影子  $PQ$  (要求保留画图痕迹, 光线用虚线表示);

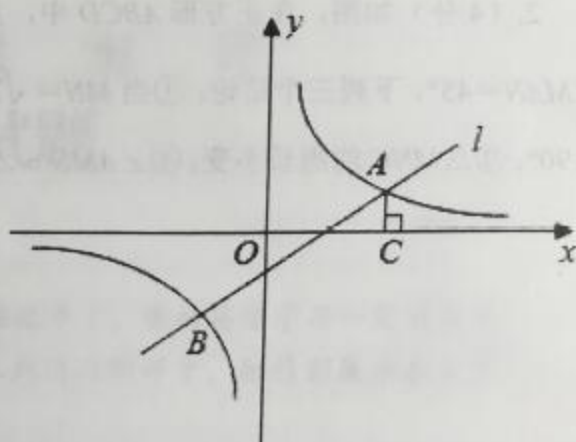
(2) 若桌面直径和桌面与地面的距离均为 1.2m, 测得影子的最大跨度  $MN$  为 2m, 求路灯  $O$  与地面的距离.



第 20 题图



21. (本题满分8分) 如图, 直线  $l: y = \frac{2}{3}x - 1$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  相交于点  $A$ 、 $B$  两点, 过点  $A$  作  $AC \perp x$  轴, 垂足为点  $C$ , 且  $AC = 1$ .



第21题图

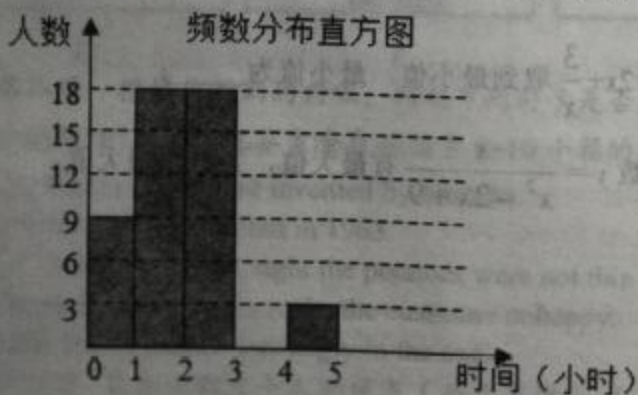
- (1) 求反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的解析式;
- (2) 观察图象, 直接写出不等式  $\frac{2}{3}x - \frac{k}{x} > 1$  的解集.

22. (本题满分8分) 枣庄某学校为了解全校学生线上学习情况, 随机选取该校部分学生, 调查学生居家学习时每天学习时间 (包括线上听课及完成作业时间). 如图是根据调查结果绘制的统计图表. 请你根据图表中的信息完成下列问题:

频数分布表

学习时间分组	频数	频率
A组 ( $0 \leq x < 1$ )	9	$m$
B组 ( $1 \leq x < 2$ )	18	0.3
C组 ( $2 \leq x < 3$ )	18	0.3
D组 ( $3 \leq x < 4$ )	$n$	0.2
E组 ( $4 \leq x < 5$ )	3	0.05

- (1) 频数分布表中  $m = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{1cm}}$ , 并将频数分布直方图补充完整;
- (2) 若该校有学生 1000 名, 现要对每天学习时间低于 2 小时的学生进行提醒, 根据调查结果, 估计全校需要提醒的学生有  $\underline{\hspace{1cm}}$  名.
- (3) 已知调查的 E 组学生中有 2 名男生 1 名女生, 老师随机从中选取 2 名学生进一步了解学生居家学习情况, 请用树状图或列表求所选 2 名学生恰为一男生一女生的概率.

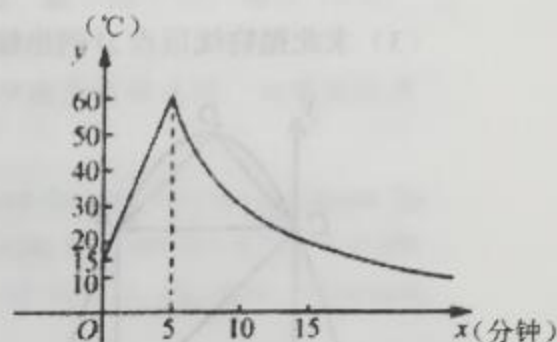


第22题图

23. (本题满分8分) 如图所示, 制作一种产品的同时, 需将原材料加热, 设该材料温度为  $y^{\circ}\text{C}$ , 从加热开始计算的时间为  $x$  分钟. 据了解, 该材料在加热过程中温度  $y$  与时间  $x$  成一次函数关系, 已知该材料在加热前的温度为  $15^{\circ}\text{C}$ , 加热 5 分钟使材料温度达到  $60^{\circ}\text{C}$  时停止加热, 停止加热后, 材料温度逐渐下降, 这时温度  $y$  与时间  $x$  成反比例函数关系.

(1) 分别求出该材料加热和停止加热过程中  $y$  与  $x$  的函数关系;

(2) 根据工艺要求, 在材料温度不低于  $30^{\circ}\text{C}$  的这段时间内, 需要对该材料进行特殊处理, 那么对该材料进行特殊处理所用的时间为多少分钟?

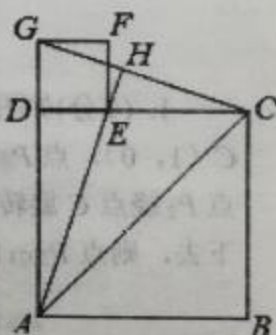


第 23 题图

24. (本题满分10分) 如图, 已知四边形  $ABCD$  和四边形  $DEFG$  为正方形, 点  $E$  在线段  $DC$  上, 点  $A, D, G$  在同一直线上, 且  $AD=3, DE=1$ , 连接  $AC, CG, AE$ , 延长  $AE$  交  $CG$  于点  $H$ .

(1) 求  $\sin \angle EAC$  的值.

(2) 求线段  $AH$  的长.



第 24 题图

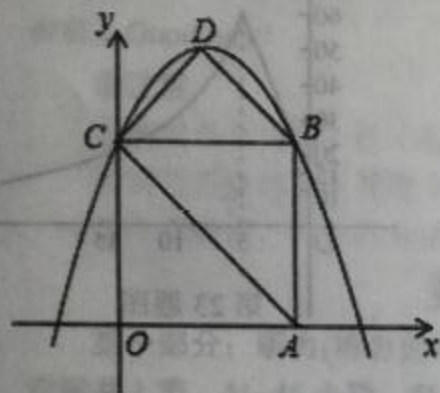


25. (本题满分 10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形  $OABC$  的边长为 4, 顶点  $A$ 、 $C$  分别在  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴, 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  经过  $B$ 、 $C$  两点, 点  $D$  为抛物线的顶点, 连接  $AC$ 、 $BD$ 、 $CD$ .

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 根据图象直接写出  $-\frac{1}{2}x^2 + bx + c > 4$  时自变量  $x$  的取值范围;

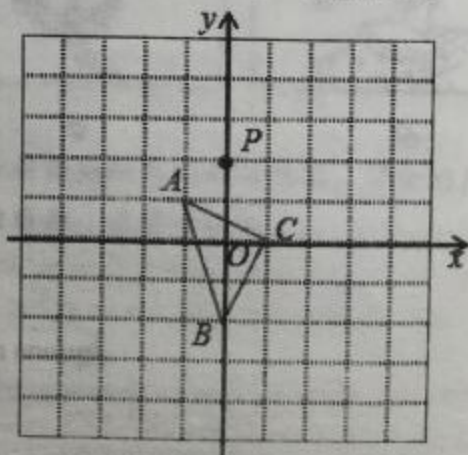
(3) 求此抛物线顶点  $D$  的坐标和四边形  $ABDC$  的面积.



第 25 题图

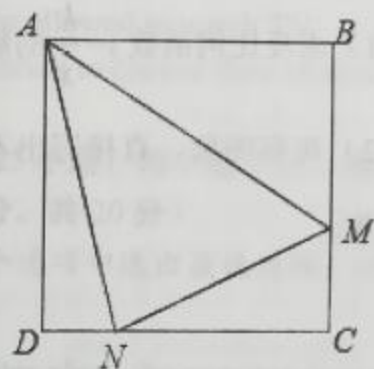
### 能力拓展题 (满分 20 分)

1. (4 分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的顶点坐标分别为  $A(-1, 1)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $C(1, 0)$ , 点  $P(0, 2)$  绕点  $A$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_1$ , 点  $P_1$  绕点  $B$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_2$ , 点  $P_2$  绕点  $C$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_3$ , 点  $P_3$  绕点  $A$  旋转  $180^\circ$  得到点  $P_4$ , ..., 按此作法进行下去, 则点  $P_{2021}$  的坐标为\_\_\_\_\_.



能力拓展题 1 图

2. (4分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $M$ 、 $N$  为边  $BC$  和  $CD$  上的动点 (不含端点),  $\angle MAN = 45^\circ$ , 下列三个结论: ①当  $MN = \sqrt{2} MC$  时, 则  $\angle BAM = 22.5^\circ$ ; ②  $2\angle AMN - \angle MNC = 90^\circ$ ; ③  $\triangle MNC$  的周长不变; ④  $\angle AMN - \angle AMB = 60^\circ$ . 其中正确结论的序号是\_\_\_\_\_.



能力拓展题 2 图

3. (本题满分 12 分) 阅读以下材料:

如果两个正数  $a$ ,  $b$ , 即  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 则下面的不等式:  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ , 当且仅当  $a = b$  时取到等号, 我们把  $\frac{a+b}{2}$  叫做正数  $a$ ,  $b$  的算术平均数, 把  $\sqrt{ab}$  叫做正数  $a$ ,  $b$  的几何平均数, 于是上述不等式可表述为: 两个正数的算术平均数不小于 (即大于或等于) 它们的几何平均数. 它在数学中有广泛的应用, 是解决最大 (小) 值问题的有力工具, 下面举一例子:

例: 已知  $x > 0$ , 求函数  $y = x + \frac{4}{x}$  的最小值.

解: 令  $a = x$ ,  $b = \frac{4}{x}$ , 则由  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ , 得  $y = x + \frac{4}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} = 4$ , 当且仅当  $x = \frac{4}{x}$  时, 即  $x = 2$  时, 函数有最小值, 最小值为 4.

根据上面回答下列问题

①已知  $x > 0$ , 则当  $x = \underline{\quad}$  时, 函数  $y = 2x + \frac{3}{x}$  取到最小值, 最小值为\_\_\_\_\_;

②已知  $x > 0$ , 则自变量  $x$  取何值时, 函数  $y = \frac{x}{x^2 - 2x + 9}$  有最大值, 并求出最大值.



# 九年级数学试题参考答案

## 一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	C	C	D	B	A	D	A	D	A	D	C	B

## 二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

13. 25; 14. 3; 15. -27; 16. 5; 17. 2 ; 18.  $3\sqrt{2}$

## 三、解答题（本题共 7 道大题 满分 60 分）

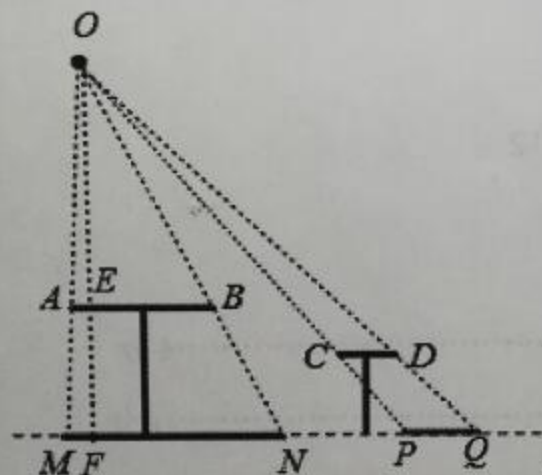
19.（本题满分 8 分）

解：原式  $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (2 - \sqrt{3}) + 1 - 2\sqrt{3} + 4 \dots\dots\dots 5$  分

$= 2\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} + 4 \dots\dots\dots 7$  分

$= 3 + \sqrt{3} \dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots 8$  分

20.（本题满分 8 分）解：（1）如图，点  $O$  和  $PQ$  为所作；



$\dots\dots\dots 4$  分（标出点  $O$  得 2 分，画出  $PQ$  得 2 分）

（2）作  $OF \perp MN$  交  $AB$  于  $E$ ，如图， $AB = 1.2\text{m}$ ， $EF = 1.2\text{m}$ ， $MN = 2\text{m}$ ，

$\because AB \parallel MN$ ，

$\therefore \triangle OAB \sim \triangle OMN$ ， $\dots\dots\dots 6$  分

$\therefore AB : MN = OE : OF$ ，

即  $1.2 : 2 = (OF - 1.2) : OF$ ， $\dots\dots\dots 7$  分

解得  $OF = 3\text{m}$ ， $\dots\dots\dots 8$  分

答：路灯  $O$  与地面的距离为  $3\text{m}$ ， $\dots\dots\dots 8$  分

21. (本题满分 8 分)

解: (1)  $\because AC=1$ , 故点  $A$  的纵坐标为 1,

则  $\frac{2}{3}x - 1 = 1$ , 解得  $x=3$ ,

故点  $A(3, 1)$ ,

将点  $A$  的坐标代入  $y = \frac{k}{x}$  得,  $1 = \frac{k}{3}$  .....2 分

解得  $k=3$ ,

故反比例函数表达式为  $y = \frac{3}{x}$  .....4 分

(2) 观察函数图象知, 不等式  $\frac{2}{3}x - \frac{k}{x} > 1$  的解集为  $-\frac{3}{2} < x < 0$  或  $x > 3$ . .....8 分

22. (本题满分 8 分) 解: (1) 根据频数分布表可知:

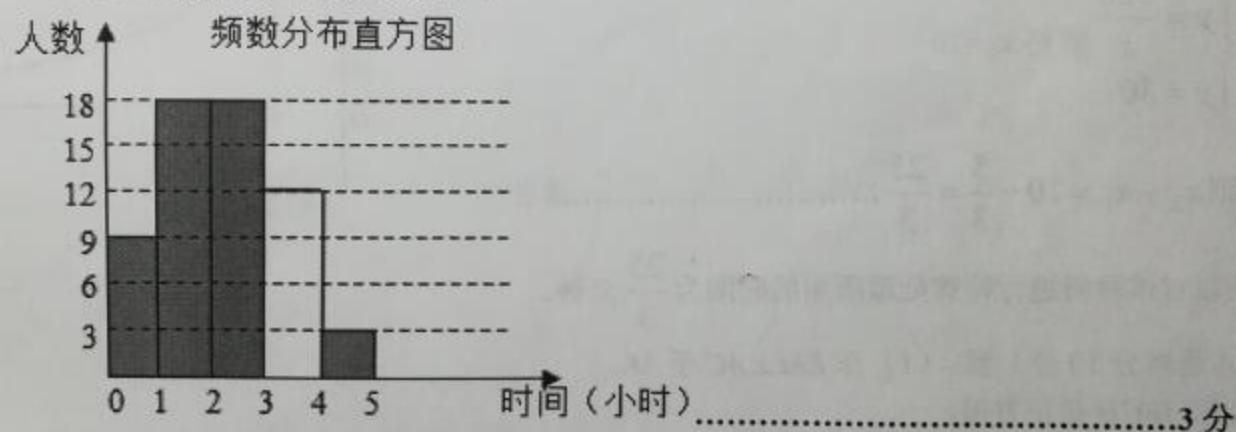
$m = 1 - 0.3 - 0.3 - 0.2 - 0.05 = 0.15$ ,

$\because 18 \div 0.3 = 60$ ,

$\therefore n = 60 - 9 - 18 - 18 - 3 = 12$ ,

故答案为: 0.15, 12; .....2 分

补充完整的频数分布直方图如下:



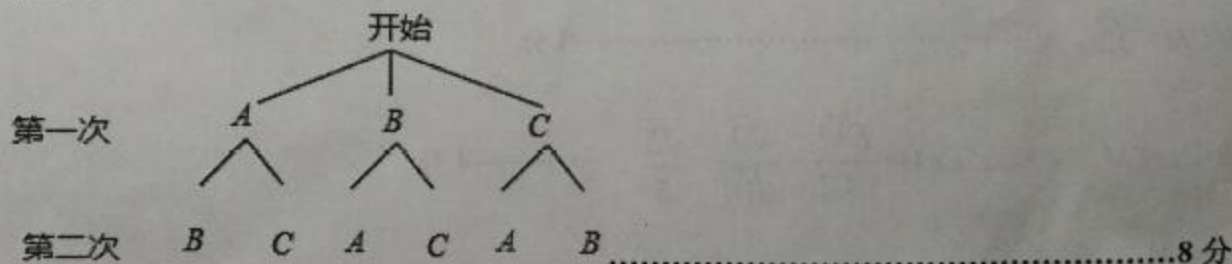
(2) 根据题意可知:

$1000 \times (0.15 + 0.3) = 450$  (名),

答: 估计全校需要提醒的学生有 450 名; .....6 分

(3) 设 2 名男生用  $A, B$  表示, 1 名女生用  $C$  表示,

根据题意, 画出树状图如下:



根据树状图可知: 等可能的结果共有 6 种, 符合条件的有 4 种,



所以所选 2 名学生恰为一男生一女生的概率为:  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . .....10 分

23. (本题满分 8 分)

解: (1) 设加热过程中一次函数表达式为  $y=kx+b$

该函数图象经过点  $(0, 15), (5, 60)$

$$\therefore \begin{cases} b=15 \\ 5k+b=60 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} k=9 \\ b=15 \end{cases}$$

$\therefore$  一次函数的表达式为  $y=9x+15$ . .....3 分

设加热停止后反比例函数表达式为  $y = \frac{a}{x}$ , 该函数图象经过点  $(5, 60)$

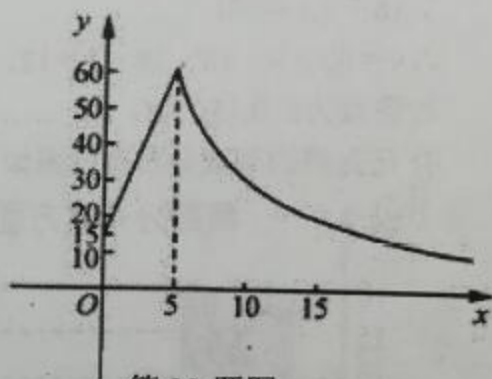
解得:  $a=300$

所以反比例函数表达式为  $y = \frac{300}{x}$ . .....6 分

(2) 由题意得:  $\begin{cases} y=9x+15 \\ y=30 \end{cases}$  解得  $x_1 = \frac{5}{3}$ ;

$$\begin{cases} y = \frac{300}{x} \\ y = 30 \end{cases} \text{ 解得 } x_2 = 10$$

则  $x_2 - x_1 = 10 - \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$ . .....8 分



第 23 题图

所以对该材料进行特殊处理所用的时间为  $\frac{25}{3}$  分钟.

24. (本题满分 10 分) 解: (1) 作  $EM \perp AC$  于  $M$ .

$\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore \angle ADC=90^\circ, AD=DC=3, \angle DCA=45^\circ,$

$\therefore$  在  $Rt\triangle ADE$  中,  $\angle ADE=90^\circ, AD=3, DE=1,$

$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{10},$  .....2 分

在  $Rt\triangle EMC$  中,  $\because \angle EMC=90^\circ, \angle ECM=45^\circ, EC=2,$

$\therefore EM=CM=\sqrt{2},$  .....3 分

$\therefore$  在  $Rt\triangle AEM$  中,  $\sin \angle EAM = \frac{EM}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$  .....4 分

$$\therefore \sin \angle EAC = \frac{\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 在  $\triangle GDC$  和  $\triangle EDA$  中,

$$\begin{cases} DG=DE \\ \angle GDC=\angle EDA \\ DC=DA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle GDC \cong \triangle EDA,$$

$$\therefore \angle GCD = \angle EAD, GC = AE = \sqrt{10}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle GCD + \angle DGC = 90^\circ,$$

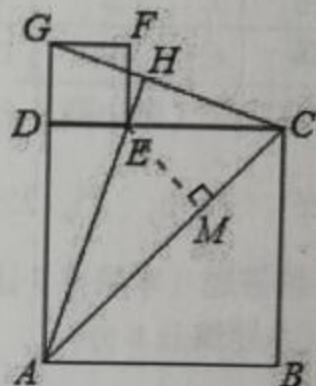
$$\therefore \angle EAD + \angle DGC = 90^\circ,$$

$$\therefore AH \perp GC,$$

$$\therefore S_{\triangle AGC} = \frac{1}{2} \cdot AG \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot GC \cdot AH,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times AH,$$

$$\therefore AH = \frac{6}{5} \sqrt{10}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



25. (本题满分 10 分)

解: (1) 由已知得:  $C(0, 4), B(4, 4),$

$$\text{把 } B \text{ 与 } C \text{ 坐标代入 } y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c \text{ 得: } \begin{cases} 4b + c = 12 \\ c = 4 \end{cases},$$

解得:  $b=2, c=4,$

$$\text{则解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) 0 < x < 4 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$(3) \therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6,$$

$$\therefore \text{抛物线顶点坐标为 } (2, 6) \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{则 } S_{\text{四边形 } ABDC} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 + 4 = 12. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$



## 能力拓展题 (满分 20 分)

1. (4 分) (2, -2); 2. (4 分) ①②③

3. (本题满分 12 分) 解: ①  $\because x > 0$ , 则  $2x > 0$ ,  $\frac{3}{x} > 0$ ,

$$\text{故 } y = 2x + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{3}{x}} = 2\sqrt{6},$$

当且仅当  $2x = \frac{3}{x}$ , 即  $x = \frac{\sqrt{6}}{2}$  时, 函数有最小值为  $2\sqrt{6}$ ,

故答案为  $\frac{\sqrt{6}}{2}, 2\sqrt{6}$ ; .....6 分

② 设  $y' = \frac{1}{y} = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 2$ , .....8 分

$\because x > 0$ , 则  $\frac{9}{x} > 0$ ,

$$\text{故 } y' = \frac{1}{y} = \frac{x^2 - 2x + 9}{x} = x + \frac{9}{x} - 2 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{9}{x}} - 2 = 4, \text{ ..... 10 分}$$

当且仅当  $x = \frac{9}{x}$ , 即  $x = 3$  时,  $y'$  的最小值为 4, 则  $y$  的最大值为  $\frac{1}{4}$ , .....11 分

故自变量  $x = 3$  时, 函数  $y = \frac{x}{x^2 - 2x + 9}$  最大值是  $\frac{1}{4}$ . .....12 分