

# 2020-2021 学年度上学期市直初中联考九年级（上）期末考试

## 数学试卷参考答案

### 一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. C 2. B 3. C 4. A 5. A 6. C 7. B 8. A 9. D 10. D

### 二、填空题（每题 3 分，满分 18 分）

11. 2021 12.  $y = -2x^2 + 1$  13.  $72^\circ$

14.  $\frac{3}{10}$  15. 1 16. 6

### 三、解答题（本题有 8 小题，满分 72 分）

#### 17.（本小题满分 5 分）

解：  $(x-2)(x-2-3) = 0$  .....2 分

$(x-2) = 0$  或  $(x-5) = 0$  .....4 分

解得：  $x_1=2, x_2=5$ . .....5 分

#### 18.（本小题满分 8 分）

解：这个游戏规则对双方公平.理由如下： .....1 分

根据题意，画树状图（或表格）为 .....4 分

第一次 第二次	1	2	3
	11	21	31
2	12	22	32
3	13	23	33

由树状图（或表格）可以看出，所有等可能出现的结果共有 9 种，而其中组成的两位数是 2 的倍数的结果共有 3 种，分别是：12，22， 32；是 3 的倍数的结果共有 3 种，分别是：12，21， 33.

$\therefore P(\text{小芳胜}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, P(\text{小琪胜}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$  .....6 分

$\therefore P(\text{小芳胜}) = P(\text{小琪胜})$ .

$\therefore$ 这个游戏规则对双方公平.....8 分

19.(本题满分9分)

解：(1) 如图所示为所求； .....2分

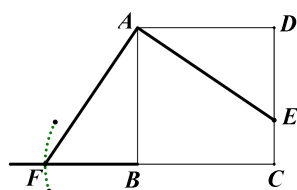
(2) 证明：∵ 四边形  $ABCD$  是正方形，∴  $\angle ADE = \angle ABC = \angle ABF = 90^\circ$ ， $AB = AD$

∵  $BF = DE$ ，∴  $\triangle ABF \cong \triangle ADE$  .....5分

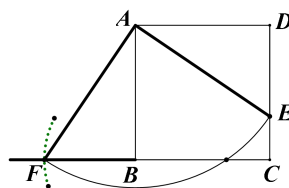
(3)  $\triangle AFB$  是由  $\triangle AED$  绕点  $A$  沿顺时针方向旋转  $90^\circ$  得到的.....7分

如图 2，由旋转的性质得线段  $DE$  所扫过的区域的面积为：

$$\begin{aligned} S_{\text{扇形} EAF} + S_{\triangle ADE} &= \frac{1}{4}\pi AE^2 + \frac{1}{2}AD \cdot DE = \frac{1}{4}\pi(AD^2 + DE)^2 + \frac{1}{2}AD \cdot DE \\ &= \frac{1}{4}\pi(4^2 + 3^2) + \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{25}{4}\pi + 6. \end{aligned} \text{.....9分}$$



第19题答案图1



第19题答案图2

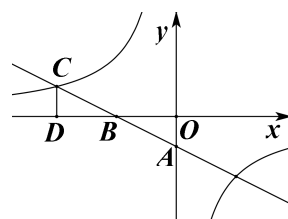
20. (本题满分8分)

解：(1) 解法 1：∵ 一次函数  $y = kx + b$  的图象过  $A, B$  两点，

则  $\begin{cases} 0 + b = -1 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$  ∴  $y = -\frac{1}{2}x - 1$ . .....3分

∵  $DB = OB = 2$ ，∴  $C$  点横坐标为  $-4$ ，∴  $y = -\frac{1}{2} \times (-4) - 1 = 1$ . ∴  $C(-4, 1)$ .

∴  $1 = \frac{n}{-4}$  ∴  $n = -4$  ∴  $y = -\frac{4}{x}$  .....5分



(1) 解法 2：由  $A(0, -1), B(-2, 0)$  得  $OA = 1, OB = 2$ ,

∵  $OD \perp x$  轴，∴  $\angle CDB = \angle AOB = 90^\circ$ .

又 ∵  $DB = OB, \angle CDB = \angle AOB$ ,

∴  $\triangle CDB \cong \triangle AOB$ . .....2分

∴  $CD = AO = 1, DB = OB = 2$ ,

∴  $C(-4, 1)$ ，∴  $1 = \frac{n}{-4}$  ∴  $n = -4$  ∴  $y = -\frac{4}{x}$  .....5分

(2) 当  $x < 0$  时， $kx + b - \frac{n}{x} > 0$  的解集是  $x < -4$ . .....3分

21. (本题满分8分)

解：(1) 由题意有  $\Delta = (2m - 1)^2 - 4m^2 \geq 0$ ， .....2分

解得  $m \leq \frac{1}{4}$ . 即实数  $m$  的取值范围是  $m \leq \frac{1}{4}$ . .....4分

(2) 由  $x_1^2 - x_2^2 = 0$  得  $(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0$ .

若  $x_1 + x_2 = 0$ ，即  $-(2m - 1) = 0$ ，解得  $m = 0.5$ .

∵  $0.5 > \frac{1}{4}$ ，∴  $m = 0.5$  不合题意，舍去. ....6分

若  $x_1 - x_2 = 0$ , 即  $x_1 = x_2 \therefore \Delta = 0$ , 由 (1) 知  $m = \frac{1}{4}$ .

故当  $x_1^2 - x_2^2 = 0$  时,  $m = \frac{1}{4}$ . .....8 分

## 22. (本题满分 10 分)

(1) 解: 设每千克核桃应降价  $x$  元.

根据题意, 得  $(60 - x - 40)(100 + 10x) = 2240$ . .....2 分

化简, 得  $x^2 - 10x + 24 = 0$  解得  $x_1 = 4, x_2 = 6$ .

因为要尽可能让利于顾客, 所以每千克核桃应降价 6 元.

答: 每千克核桃应降价 6 元. ....5 分

(2) 设每千克核桃降价  $x$  元, 平均每天获利  $y$  元,

则  $y = (60 - x - 40)(100 + 10x)$  .....7 分

$= -10(x^2 - 10x - 200) = -10(x - 5)^2 + 2250$

$\because -10 < 0, \therefore$  当  $x = 5$  时,  $y$  取得最大值此时, 售价为:  $60 - 5 = 55$  (元). ....9 分

答: 每千克核桃的售价应定为 55 (元) .....10 分

## 23. (本题满分 10 分)

解: (1) 连接  $OD$ 、 $OE$ ,  $\because \odot O$  切  $AB$  于点  $D$ , 切  $AC$  于点  $E$ ,

$\therefore OD \perp AB, OE \perp AC, \therefore \angle ADO = \angle AEO = \angle DAE = 90^\circ, \therefore \angle DOE = 90^\circ$  .....2 分

当点  $p$  在优弧  $DE$  上时, 得  $\angle DP_1E = \frac{1}{2} \angle DOE = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ ; .....3 分

当点  $p$  在劣弧  $DE$  上时, 得  $\angle DP_2E = 180^\circ - \angle DP_1E = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ ;

即  $\angle DPE$  等于  $45^\circ$  或  $135^\circ$  .....4 分

(2) 如图 2, 连接  $OD$ 、 $OE$ , 由 (1) 知四边形  $ADOE$  是矩形,

$\because OD = OE, \therefore$  四边形  $ADOE$  是正方形.

$\therefore AD = AE = 4$ . ....6 分

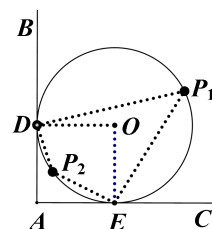
设  $QF = x, \because FQ$ 、 $FE$  与  $\odot O$  相切,

$\therefore FE = QF = x$ . 同理  $GD = GQ = 1$ .

$\therefore AG = 4 - 1 = 3, AF = 4 - x$ . ....8 分

在  $Rt\triangle AGF$  中, 由  $AG^2 + AF^2 = GF^2$  得:  $3^2 + (4 - x)^2 = (1 + x)^2$ .

解得:  $x = 2.4$ . 即  $QF = 2.4$ . ....10 分



24. (本题满分 14 分)

解: (1)  $b = m+2$ ,  $c = -\frac{1}{2}m^2 - 2m$ .....4 分

(2) ①在  $\text{Rt}\triangle AOE$  和  $\text{Rt}\triangle BOE$  中, 由勾股定理得:  $AE^2 = AO^2 + OE^2$ ,  $BE^2 = BO^2 + OE^2$ ,

$$\therefore BE^2 - AE^2 = BO^2 - AO^2 = (m+4)^2 - m^2,$$

由  $BE^2 - AE^2 = 24$ , 得:  $(m+4)^2 - m^2 = 24$ , 解得  $m = 1$  .....6 分

此时, 抛物线解析式为  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ ;

并且得  $B(5, 0)$ ,  $E(0, -\frac{5}{2})$ . .....8 分

设直线  $EB$  对应一次函数式为  $y = kx + t$ ,

$$\text{则} \begin{cases} 0 + t = -\frac{5}{2}, \\ 5k + t = 0 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ t = -\frac{5}{2} \end{cases} \therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}. \text{.....10 分}$$

$$\text{② } S_{\triangle PBF} - S_{\triangle OEF} = (S_{\triangle PBF} + S_{\triangle FBE}) - (S_{\triangle OEF} + S_{\triangle FBE}) = S_{\triangle PBE} - S_{\triangle OBE}, \text{.....11 分}$$

过点  $P$  作  $PG \perp x$  轴交  $EB$  于  $G$ , 设  $P(p, -\frac{1}{2}p^2 + 3p - \frac{5}{2})$ , 则  $G(p, \frac{1}{2}p - \frac{5}{2})$ .

$$\therefore S_{\triangle PBE} = \frac{1}{2}OB \cdot PG = \frac{1}{2} \times 5 \left[ \left( -\frac{1}{2}p^2 + 3p - \frac{5}{2} \right) - \left( \frac{1}{2}p - \frac{5}{2} \right) \right] = -\frac{5}{4}(p^2 - 5p)$$

$$\text{又 } S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2}OB \cdot OE = \frac{1}{2} \times 5 \times \left| -\frac{5}{2} \right| = \frac{25}{4}$$

$$\therefore S_{\triangle PBF} - S_{\triangle OEF} = -\frac{5}{4}(p^2 - 5p) - \frac{25}{4} = -\frac{5}{4}\left(p - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{125}{16} - \frac{25}{4}$$

$$= -\frac{5}{4}\left(p - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{16}. \text{.....13 分}$$

$$\because -\frac{5}{4} < 0, \therefore \text{当 } p = -\frac{5}{2} \text{ 时, } S_{\triangle PBF} - S_{\triangle OEF} \text{ 取得最大值 } \frac{25}{16},$$

即  $\triangle BPF$  与  $\triangle OEF$  面积之差的最大值为  $\frac{25}{16}$ . .....14 分