

# 九年级数学试题

(满分 150 分, 时间 120 分钟)

2021 年 1 月

## 一、选择题 (每小题 4 分, 共 48 分)

1. 下列图形中, 不是中心对称图形的是 ( )

- A. 圆      B. 菱形      C. 正十边形      D. 等边三角形

2. 下列说法正确的是 ( )

- A. “买一张电影票, 座号是 5 的倍数”是必然事件  
B. 了解全国快递包裹产生的包装垃圾数量适合采用全面调查 (普查) 方式  
C. “明天降雨的概率为 50%”, 意味着明天一定有半天都在降雨  
D. 一组数据的方差越小, 则这组数据的波动也越小

3. 验光师测得一组关于近视眼镜的度数  $y$  (度) 与镜片焦距  $x$  (米) 的对应数据如下表, 根据表中数据, 可得  $y$  关于  $x$  的函数表达式为 ( )

近视眼镜的度数 $y$ (度)	200	250	400	500	1000
镜片焦距 $x$ (米)	0.50	0.40	0.25	0.20	0.10

A.  $y = \frac{100}{x}$

B.  $y = \frac{x}{100}$

C.  $y = \frac{400}{x}$

D.  $y = \frac{x}{400}$

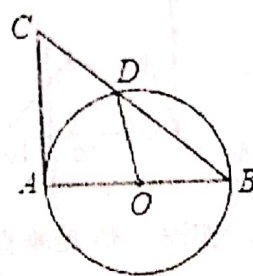
4. 已知二次函数  $y = x^2 - 4x + 2$ , 关于该函数在  $-1 \leq x \leq 3$  的取值范围内, 下列说法正确的是 ( )

- A. 有最大值 -1, 有最小值 -2  
B. 有最大值 0, 有最小值 -1  
C. 有最大值 7, 有最小值 -1  
D. 有最大值 7, 有最小值 -2

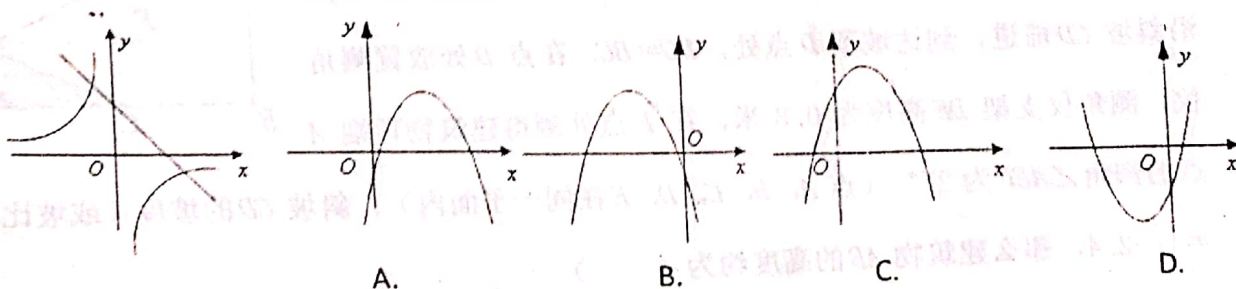


5. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $AC$  是  $\odot O$  的切线,  $A$  为切点,  $BC$  与  $\odot O$  交于点  $D$ , 连结  $OD$ . 若  $\angle C=50^\circ$ , 则  $\angle AOD$  的度数为 ( )

A.  $40^\circ$     B.  $50^\circ$     C.  $80^\circ$     D.  $100^\circ$

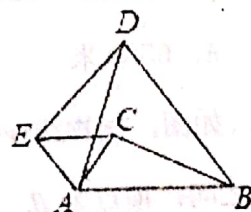


6. 一次函数  $y=ax+b$  与反比例函数  $y=\frac{c}{x}$  的图象如图所示, 则二次函数  $y=ax^2+bx+c$  的大致图象是 ( )



7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle CAB=55^\circ$ ,  $\angle ABC=25^\circ$ , 在同一平面内, 将  $\triangle ABC$  绕  $A$  点逆时针旋转  $70^\circ$  得到  $\triangle ADE$ , 连接  $EC$ , 则  $\tan \angle DEC$  的值 ( )

A.  $\frac{3}{4}$     B. 1    C.  $\frac{4}{5}$     D.  $\frac{1}{2}$



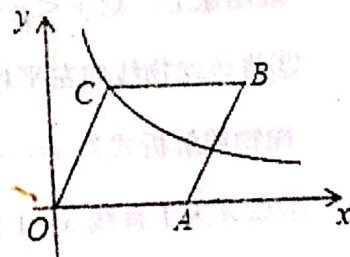
8. 一次会议上, 每两个参加会议的人都相互握了一次手, 有人统计一共握了 45 次手, 这次会议到会的人数有多少人 ( )

A. 8    B. 9    C. 10    D. 12

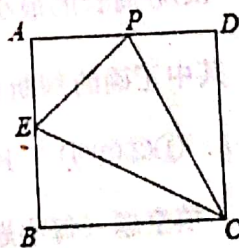
9. 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形  $OABC$  的边  $OA$  在  $x$  轴上, 点  $A(10, 0)$ ,  $\sin \angle COA = \frac{4}{5}$ . 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0, x > 0$ )

经过点  $C$ , 则  $k$  的值等于 ( )

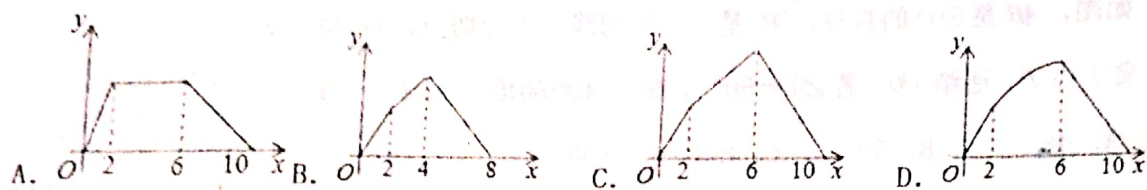
A. 10    B. 24    C. 48    D. 50



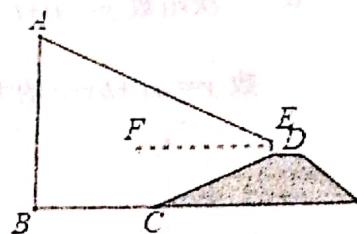
10. 如图, 正方形  $ABCD$  的边长为 4, 点  $E$  是  $AB$  的中点, 点  $P$  从点  $E$  出发, 沿  $E \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow C$  移动至终点  $C$ . 设  $P$  点经过的路径长为  $x$ ,  $\triangle CPE$  的面积为  $y$ , 则下列图象能大致反映  $y$  与  $x$  函数关系的是 ( )





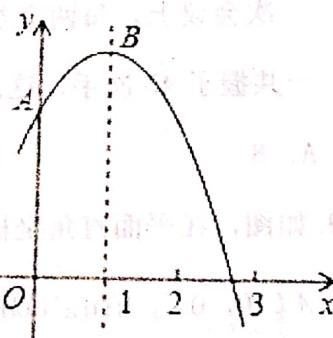


11. 如图,  $AB$  是垂直于水平面的建筑物. 为测量  $AB$  的高度, 小红从建筑物底端  $B$  点出发, 沿水平方向行走了 52 米到达点  $C$ , 然后沿斜坡  $CD$  前进, 到达坡顶  $D$  点处,  $DC=BC$ . 在点  $D$  处放置测角仪, 测角仪支架  $DE$  高度为 0.8 米, 在  $E$  点处测得建筑物顶端  $A$  点的仰角  $\angle AEF$  为  $27^\circ$  (点  $A, B, C, D, E$  在同一平面内). 斜坡  $CD$  的坡度 (或坡比)  $i=1:2.4$ , 那么建筑物  $AB$  的高度约为 ( )



(参考数据  $\sin 27^\circ \approx 0.45$ ,  $\cos 27^\circ \approx 0.89$ ,  $\tan 27^\circ \approx 0.51$ )

- A. 65.8 米      B. 71.8 米      C. 73.8 米      D. 119.8 米
12. 如图, 抛物线  $y = -x^2 + 2x + m + 1$  ( $m$  为常数) 交  $y$  轴于点  $A$ , 与  $x$  轴的一个交点在 2 和 3 之间, 顶点为  $B$ .



- ① 抛物线  $y = -x^2 + 2x + m + 1$  与直线  $y = m + 2$  有且只有一个交点;
- ② 若点  $M(-2, y_1)$ 、点  $N(\frac{1}{2}, y_2)$ 、点  $P(2, y_3)$  在该函数图象上, 则  $y_1 < y_2 < y_3$ ;
- ③ 将该抛物线向左平移 2 个单位, 再向下平移 2 个单位, 所得抛物线解析式为  $y = -(x+1)^2 + m$ ;
- ④ 点  $A$  关于直线  $x=1$  的对称点为  $C$ , 点  $D, E$  分别在  $x$  轴和  $y$  轴上, 当  $m=1$  时, 四边形  $BCDE$  周长的最小值为  $\sqrt{34} + \sqrt{2}$ .

其中正确的判断有 ( )

- A. ①②③④      B. ②③④      C. ①③④      D. ①③

## 二、填空题 (每小题 4 分, 共 24 分)

13. 如果关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + k = 0$  有实数根, 那么  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
14. 一枚质地均匀的骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数. 连续掷两次骰子, 在骰

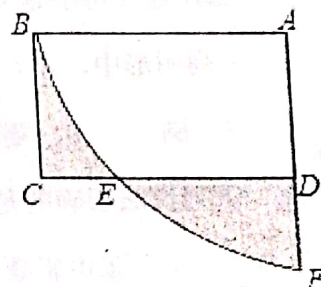


子向上的一面上，第二次出现的点数是第一次出现的点数的 2 倍的概率是\_\_\_\_\_.

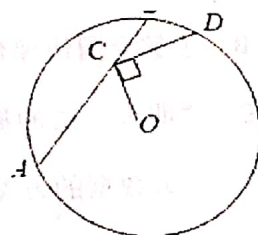
15. 若点  $A(-3, y_1)$ ,  $B(-2, y_2)$ ,  $C(1, y_3)$  都在反比例函数  $y = -\frac{12}{x}$  的图象上，则

$y_1, y_2, y_3$  按照从小到大的顺序排列是\_\_\_\_\_

16. 如图，四边形  $ABCD$  是矩形， $AB=4$ ,  $AD=2\sqrt{2}$ ，以点  $A$  为圆心， $AB$  长为半径画弧，交  $CD$  于点  $E$ ，交  $AD$  的延长线于点  $F$ ，则图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_.



17. 如图，在  $\odot O$  中，弦  $AB=1$ ，点  $C$  在  $AB$  上移动，连结  $OC$ ，过点  $C$  作  $CD \perp OC$  交  $\odot O$  于点  $D$ ，则  $CD$  的最大值为\_\_\_\_\_.



18. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $BC=3$ ， $D$  为斜边  $AC$  的中点，连接  $BD$ ，点  $F$  是  $BC$  边上的动点（不与点  $B, C$  重合），过点  $B$  作  $BE \perp BD$  交  $DF$  延长线交于点  $E$ ，连接  $CE$ ，下列结论：

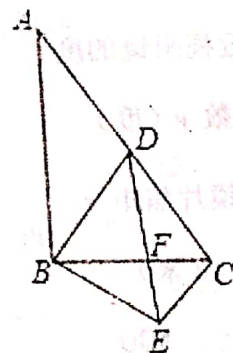
①若  $BF=CF$ ，则  $CE^2 + AD^2 = DE^2$ ；

②若  $\angle BDE = \angle BAC$ ， $AB=4$ ，则  $CE = \frac{15}{8}$ ；

③  $\triangle ABD$  和  $\triangle CBE$  一定相似；

④若  $\angle A=30^\circ$ ， $\angle BCE=90^\circ$ ，则  $DE = \sqrt{21}$ .

其中正确的是\_\_\_\_\_。（填写所有正确结论的序号）



### 三、解答题

19. (每小题 5 分，共 10 分)

计算：

(1)  $2\sin 60^\circ \tan 30^\circ + \cos^2 30^\circ - \tan 45^\circ$ .

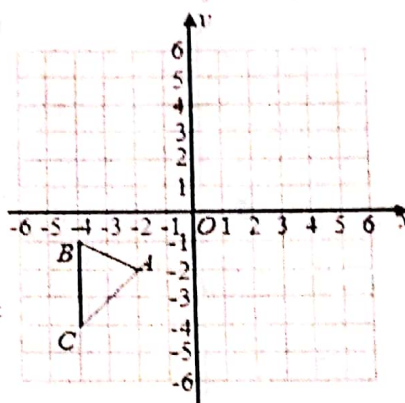
(2)  $(2x-3)^2 - 2(2x-3) - 3 = 0$ .



20. (10 分)

如图所示，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是  $A(-2, -2)$ 、 $B(-4, -1)$ 、 $C(-4, -4)$ 。

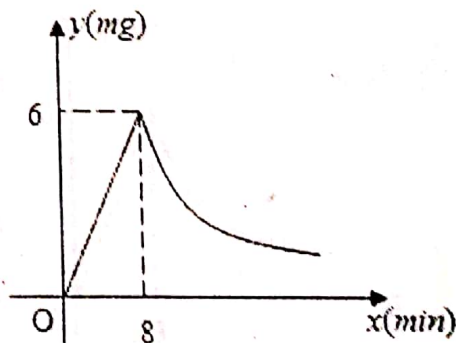
- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于原点  $O$ 成中心对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ;
- (2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点  $O$ 逆时针旋转  $90^\circ$  度的 $\triangle A_2B_2C_2$ ;
- (3) 在  $x$ 轴上找到一点  $P$ ，使  $PA+PB$  的和最小值，求出  $P$  点坐标及最小值。



21. (10 分)

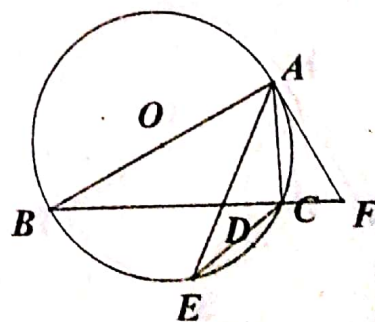
为了预防“甲型  $H_1N_1$ ”，某学校对教室采用药薰消毒法进行消毒，已知药物燃烧时，室内每立方米空气中的含药量  $y$  (mg) 与时间  $x$  (min) 成正比例，药物燃烧后， $y$  与  $x$  成反比例，如图所示，现测得药物  $8\text{min}$  燃毕，此时室内空气每立方米的含药量为  $6\text{mg}$ ，请你根据题中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 药物燃烧时，求  $y$  关于  $x$  的函数关系式？自变量  $x$  的取值范围是什么？药物燃烧后  $y$  与  $x$  的函数关系式呢？
- (2) 研究表明，当空气中每立方米的含药量不低于  $3\text{mg}$  且持续时间不低于  $10\text{min}$  时，才能杀灭空气中的毒，那么这次消毒是否有效？为什么？



22. (10 分)

如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $AC=CE$ ，连接  $AE$  交  $BC$  于点  $D$ ，延长  $DC$  至  $F$  点，使  $CF=CD$ ，连接  $AF$ 。





(1) 判断直线  $AF$  与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由.

(2) 若  $AC=10$ ,  $\tan \angle CAE = \frac{3}{4}$ , 求  $AE$  的长.

23. (12 分)

“新冠”疫情蔓延全球, 口罩成了人们的生活必需品, 某药店销售普通口罩和 A95 口罩, 今年 8 月份的进价如表:

	普通口罩	A95 口罩
进价 (元/包)	8	20

(1) 计划 A95 口罩每包售价比普通口罩贵 16 元, 7 包普通口罩和 3 包 A95 口罩总售价相同, 求普通口罩和 A95 口罩每包售价.

(2) 按 (1) 中售价销售一段时间后, 发现普通口罩的日均销售量为 120 包, 当每包售价降价 1 元时, 日均销售量增加 20 包, 该药店秉承让利于民的原则, 对普通口罩进行降价销售, 但要保证当天的利润为 320 元, 求此时普通口罩每包售价.

(3) 疫情期间, 该药店进货 3000 包 A95 口罩, 进价不变, 店长向当地医院捐赠了 500 包后, 又打 9 折销售, 全部售完, 这批 3000 包的 A95 口罩所获利润为多少元?

24. (12 分)

小静在复习时, 遇到一个课本上的问题, 温故后进行了操作、推理与拓展.

(1) 温故: 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 正方形  $PQMN$  的边  $QM$  在  $BC$  上, 顶点  $P, N$  分别在  $AB, AC$  上, 若  $BC=6$ ,  $AD=4$ , 求正方形  $PQMN$  的边长.

(2) 操作: 能画出这类正方形吗? 小波按数学家波利亚在《怎样解题》中的方法进行操作: 如图 2, 任意画  $\triangle ABC$ , 在  $AB$  上任取一点  $P'$ , 画正方形  $P'Q'M'N'$ , 使  $Q', M'$  在  $BC$  边上,  $N'$  在  $\triangle ABC$  内, 连结  $BN'$  并延长交  $AC$  于点  $N$ , 画  $NM \perp BC$  于点  $M$ ,  $NP \perp NM$  交  $AB$  于点  $P$ ,  $PQ \perp BC$  于点  $Q$ , 得到四边形  $PQMN$ . 小波把线段  $BN$  称为“波利亚线”.



(3) 推理：证明图 2 中的四边形  $PQMN$  是正方形。

(4) 拓展：在 (2) 的条件下，在射线  $BN$  上截取  $NE=NM$ ，连结  $EQ$ ， $EM$  (如图 3)。当  $\tan \angle NBM = \frac{3}{4}$  时，猜想  $\angle QEM$  的度数，并尝试证明。

请帮助小静解决“温故”、“推理”、“拓展”中的问题。

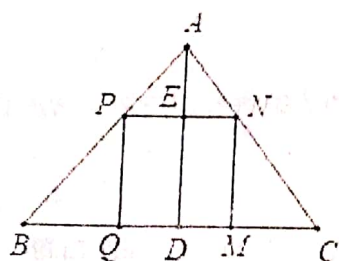


图1

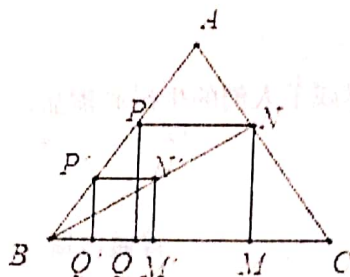


图2

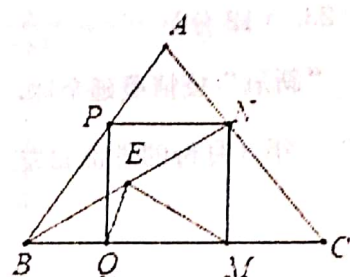


图3

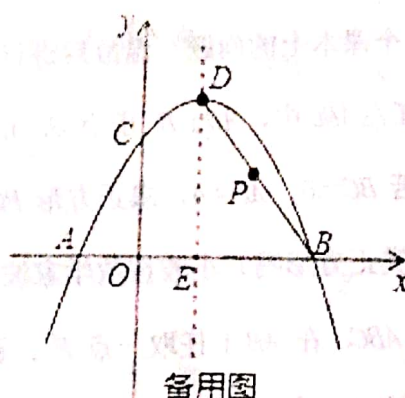
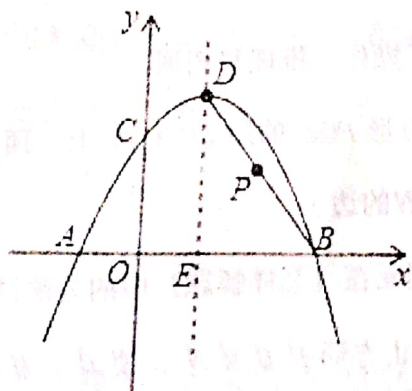
25. (14 分)

如图，抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  经过  $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$  两点，且与  $y$  轴交于点  $C$ ，点  $D$  是抛物线的顶点，抛物线的对称轴  $DE$  交  $x$  轴于点  $E$ ，连接  $BD$ 。

(1) 求经过  $A$ ， $B$ ， $C$  三点的抛物线的函数表达式；

(2) 点  $Q$  在该抛物线的对称轴上，若  $\triangle BCQ$  是以  $BC$  为直角边的直角三角形，求点  $Q$  的坐标；

(3) 若  $P$  为  $BD$  的中点，过点  $P$  作  $PF \perp x$  轴于点  $F$ ， $G$  为抛物线上一动点， $M$  为  $x$  轴上一动点， $N$  为直线  $PF$  上一动点，当以  $F$ ， $M$ ， $N$ ， $G$  为顶点的四边形是正方形时，请求出点  $M$  的坐标。



备用图

