

九年级 数学试题

(全卷共三个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 请将答题卡上密封线内的各项内容填写清楚.
2. 请将试题的答案写在答题卡上, 直接在试题卷上作答无效.

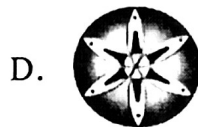
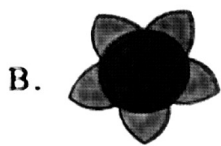
参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题 (本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请在答题卡上将对应题目的正确答案标号涂黑.

1. 将抛物线 $y = x^2$ 向下平移 2 个单位, 所得抛物线的解析式为

- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = x^2 - 2$ C. $y = (x+2)^2$ D. $y = (x-2)^2$

2. 下列图形中, 既是中心对称又是轴对称图形的是



3. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 3 = 0$ 有一个根为 -1 , 则 k 的值为

- A. -5 B. -4 C. -2 D. 2

4. “若 a 是实数, 则 $a^2 \geq 0$ ” 这一事件是

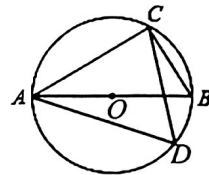
- A. 必然事件 B. 随机事件 C. 不可能事件 D. 不确定事件

5. 一元二次方程 $x^2 + x = 0$ 的根的情况为

- A. 没有实数根 B. 只有一个实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 、 D 分别是 $\odot O$ 上的两点. 若 $\angle BAC = 33^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数等于

- A. 57° B. 60°
C. 66° D. 67°



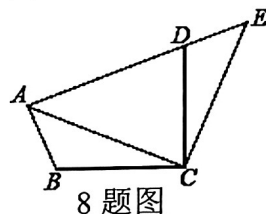
6 题图

7. 对于抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ ，下列说法错误的是

- A. 抛物线的开口向上
B. 抛物线与 x 轴有两个交点
C. 抛物线的对称轴是 $x = 2$
D. 抛物线的顶点坐标是 $(2, 1)$

8. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle EDC$ ，点 A 、 D 、 E 在同一条直线上. 若 $\angle ACB = 20^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数是

- A. 60°
B. 65°
C. 70°
D. 75°



8 题图

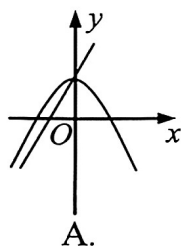
9. 有四根长度分别为 2cm、3cm、4cm、5cm 的木棒，从中任取三根，并将它们首尾相连，能组成三角形的概率为

- A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{1}{2}$

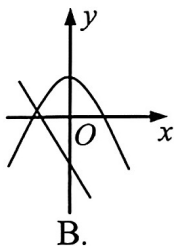
10. 为切实解决群众看病贵的问题，药监部门对药品价格进行了两次下调. 某种药品原价为 250 元/瓶，经两次下调后价格变为 160 元/瓶，该药品平均每次降价的百分率为

- A. 10%
B. 15%
C. 20%
D. 25%

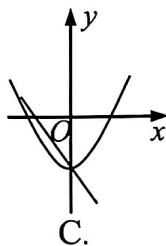
11. 在同一直角坐标系中，一次函数 $y = ax + c$ 和二次函数 $y = -ax^2 - c$ 的图象可能为



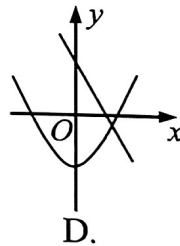
A.



B.



C.



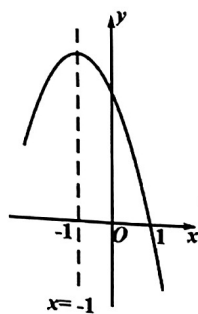
D.

12. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点位于第二象限，对称轴是直线 $x = -1$ ，且抛物线经过点 $(1, 0)$. 下面给出了五个结论：

- ① $abc > 0$ ；② $a - 2b + 4c > 0$ ；③ $4a + c < 0$ ；④ $a - b = \frac{1}{3}c$ ；

⑤ $6a^3 - 3b^2 - 2c < 0$. 其中结论正确的有

- A. 5 个
B. 4 个
C. 3 个
D. 2 个



12 题图

二、填空题（本大题 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）请将各题的答案直接写在答题卡对应的横线上。

13. 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的根是_____.

14. 若点 $P(m, -2)$ 与点 $Q(3, n)$ 关于原点对称，则 $m^n =$ _____.

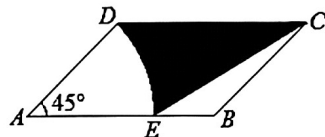
15. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x + n$ 与 x 轴只有一个公共点，则 $n =$ _____.

16. 大数据分析技术为打赢疫情防控阻击战发挥了重要作用. 如图是刘军老师的渝康码示意图，用打印机打印于边长为 2cm 的正方形区域内. 为了估计图中阴影部分的总面积，刘军老师在正方形区域内随机掷点，经过大量重复试验，发现点落在阴影部分的频率稳定在 0.65 左右，由此可估计阴影部分的总面积约为_____ cm^2 .



16 题图

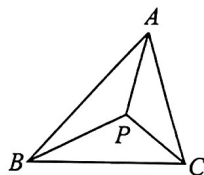
17. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AD=2$ ， $AB=3$ ， $\angle A=45^\circ$ ，以点 A 为圆心， AD 的长为半径画弧交 AB 于点 E ，连接 CE ，则图中



17 题图

阴影部分的面积为_____（结果保留 π ）.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=2$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ， P 为 $\triangle ABC$ 内一点，则 $PA+PB+PC$ 的最小值为_____.



18 题图

三、解答题（本大题 8 个小题，其中 19~25 题，每小题 10 分，26 题 8 分，共 78 分）请将各题的解答过程写在答题卡对应的位置上.

19. 解方程：

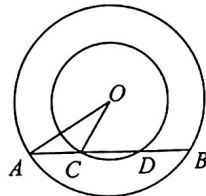
(1) $x^2 + 2x - 1 = 0$;

(2) $3x(x-1) = 2(x-1)$.

20. 如图，在以点 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 AB 交小圆于 C 、 D 两点.

(1) 求证： $AC=BD$;

(2) 连接 OA 、 OC ，若 $OA=6$ ， $OC=4$ ， $\angle OCD=60^\circ$ ，求 AC 的长.

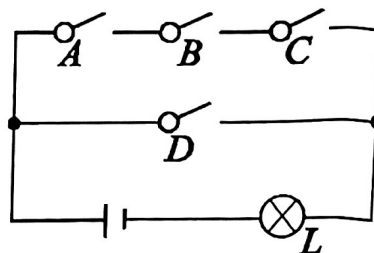


20 题图

21. 在如图所示的电路图中，有四个断开的开关 A、B、C、D 和一个灯泡 L.

(1) 若任意闭合其中一个开关，则灯泡 L 发亮的概率为_____；

(2) 若任意闭合其中两个开关，请用列表法或画树状图法求灯泡 L 发亮的概率.



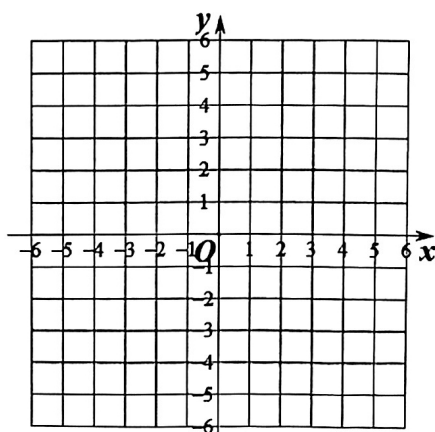
21题图

22. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ (其中 a, b 是常数, 且 $a \neq 0$), 其自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表所示:

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
y	...	-2	m	-2	1	n	...

(1) 求这个抛物线的解析式及 m, n 的值;

(2) 在给出的平面直角坐标系中画出这个抛物线的图象;

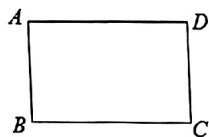


22 题图

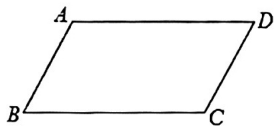
(3) 如果直线 $y = k$ 与该抛物线有交点, 那么 k 的取值范围是_____.

23. 在学了“过任意三角形的三个顶点都可以作一个外接圆”之后，张华同学对“过任意四边形的四个顶点能否作一个外接圆？”进行了探究，下面是他的探究过程，请帮他补充完整.

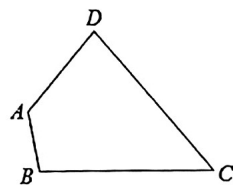
(1) 动手实践：张华先画出了 3 个不同的四边形，如图所示.



图①



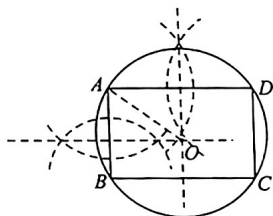
图②



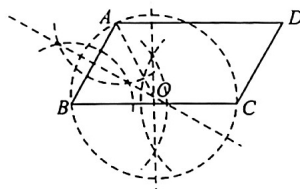
图③

23 题图

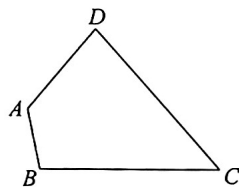
接着，他在所画出的图①，图②中，分别任选三个顶点用尺规各作了一个圆. 请仿照张华的作法在图③中任选三个顶点作一个圆（要求尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）；



图①



图②



图③

(2) 观察、发现：

观察所作的图形，你发现：过任意四边形的四个顶点_____能作一个外接圆；（选填“一定”或“不一定”）

(3) 测量、猜想：

分别测量 (1) 中 3 个不同四边形的各个内角，猜想：如果过一个四边形的四个顶点能作一个圆，那么它相对的两个内角之间存在怎样的数量关系？请写出你的猜想.

(4) 证明你的猜想.

24. 2020 年是脱贫攻坚的关键年. 为了让家乡早日实现脱贫目标，小伟利用网络平台帮助家乡销售特产“留香瓜”. 已知小伟的家乡每年大约出产“留香瓜”600 吨，利用网络平台进行销售前，人们主要依靠在本地自产自销和水果商贩上门收购，本地自产自销的价格为 10 元/千克，水果商贩上门收购的价格为 8 元/千克；利用网络平台进行销售后，因受网上销售火爆的影响，网上每销售 100 吨“留香瓜”，水果商贩的收购价将提高 1 元/千克. 设网上销售价格为 20 元/千克，本地自产自销的价格仍然为 10 元/千克.

(1) 利用网络平台进行销售前，小伟的家乡每年本地自产自销的总收入不超过卖给水果商贩收入的 $\frac{1}{4}$ ，求每年至少有多少吨“留香瓜”卖给了水果商贩？

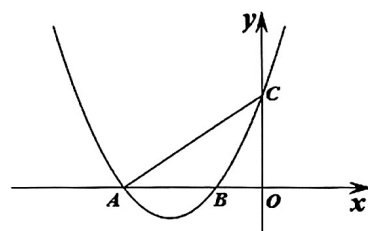
(2) 利用网络平台进行销售后，小伟的家乡每年销售“留香瓜”的总收入大约为 920 万元，其中本地自产自销“留香瓜”的销量按 (1) 问中的最大值计算，求每年在电商平台上销售了多少吨“留香瓜”？

25. 如图，已知抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 、 B 两点，与 y 轴交于点 $C(0, 2)$.

(1) 求这个抛物线的解析式；

(2) 设 D 为直线 AC 下方的抛物线上一点，当 $\triangle ACD$ 的面积最大时，求点 D 的坐标；

(3) 在第 (2) 问的条件下，若 Q 为抛物线上一动点，则在 x 轴上是否存在点 P ，使得以 A 、 D 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

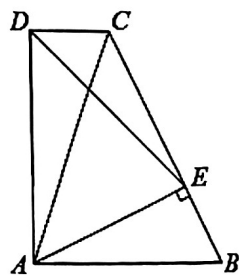


25 题图

26. 如图，将 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ACD$ 拼成一个四边形 $ABCD$ ，其中 $\angle ACB = 45^\circ$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $CD \parallel AB$ ，过点 A 作 $AE \perp BC$ ，垂足为点 E ，连接 ED .

(1) 探索线段 AD 、 CD 、 ED 之间有何等量关系，并加以证明；

(2) 设 $AC = 2$ ，将 $\triangle ACE$ 绕点 C 旋转得 $\triangle A'CE'$ ，连接 AA' 、 AE' ，请直接写出 $\triangle AA'E'$ 的最大面积.



26 题图