

# 2020—2021 学年上期期末考试 九年级数学试题卷

注意事项:

本试卷分试题卷和答题卡两部分. 考试时间 100 分钟, 满分 120 分. 考生应首先阅读试题卷及答题卡上的相关信息, 然后在答题卡上作答, 在试题卷上作答无效. 交卷时只交答题卡.

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分. 下列各小题均有四个答案, 其中只有一个是正确的)

1. 下列各数中, 比 -2 小的数是

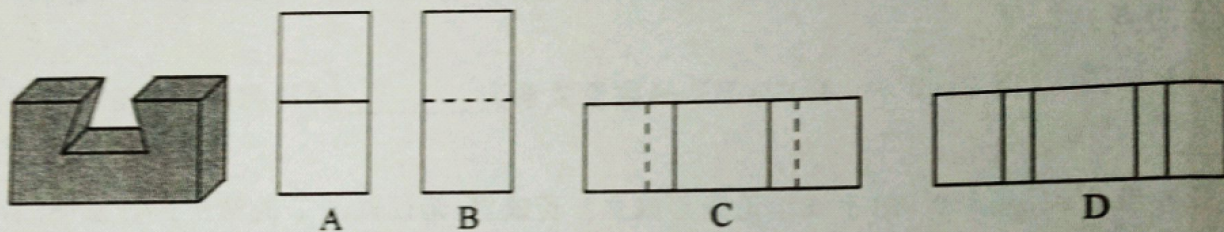
A. 0

B.  $-\frac{5}{3}$

C.  $|-6|$

D. -4

2. 如图所示的几何体, 该几何体的左视图是



3. 人民日报讯: 2020 年 6 月 23 日, 中国第 55 颗北斗导航卫星成功发射, 顺利完成全球组网. 支持北斗三号新信号的 22 纳米工艺射频基带一体化导航定位芯片, 已实现规模化应用. 已知 1 纳米 =  $10^{-9}$  米, 则 22 纳米用科学记数法可表示为

A.  $2.2 \times 10^8$  米

B.  $2.2 \times 10^{-8}$  米

C.  $0.22 \times 10^{-7}$  米

D.  $2.2 \times 10^{-9}$  米

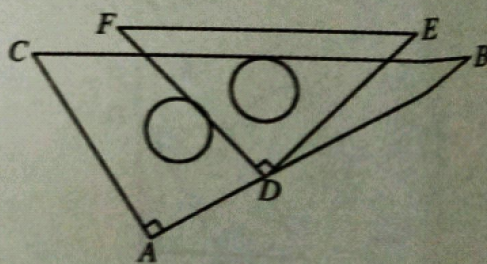
4. 平面内将一副直角三角板 ( $\angle A = \angle FDE = 90^\circ$ ,  $\angle F = 45^\circ$ ,  $\angle C = 60^\circ$ , 点 D 在边 AB 上) 按图中所示位置摆放, 两条斜边 EF, BC 互相平行, 则  $\angle BDE$  等于

A.  $20^\circ$

B.  $15^\circ$

C.  $12^\circ$

D.  $10^\circ$



第 4 题图

5. 下列调查方式合适的是

A. 为了解小学生保护水资源的意识, 采用抽样调查的方式

B. 为了解某款新型笔记本电脑的使用寿命, 采用普查的方式

C. 对“长征五号”遥五运载火箭零部件的检查, 采用抽样调查的方式

D. 为了解全国中学生的视力状况, 采用普查的方式

6. 下列计算正确的是

A.  $(-3ab^2)^2 = 6a^2b^4$

B.  $-6a^3b \div 3ab = -2a^2b$

C.  $(a^2)^3 - (-a^3)^2 = 0$

D.  $(a+1)^2 = a^2 + 1$



7. 口罩是一种卫生用品,正确佩戴口罩能阻挡有害气体、飞沫、病毒等物质,对进入肺部的空气有一定的过滤作用. 据调查,2020年某厂家口罩产量由2月份的125万只增加到4月份的180万只. 设从2月份到4月份该厂家口罩产量的平均月增长率为 $x$ ,根据题意可得方程

A.  $125(1+x)^2=180$

B.  $125(1-x)^2=180$

C.  $180(1+x)^2=125$

D.  $180(1-x)^2=125$

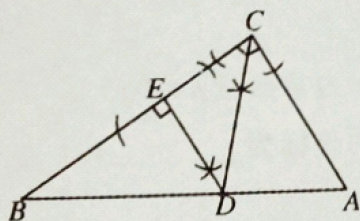
8. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=4$ ,  $BC=6$ . 尺规作图:①作  $\angle ACB$  的平分线,交斜边  $AB$  于点  $D$ ;②过点  $D$  作  $BC$  的垂线,垂足为点  $E$ ,则  $DE$  的长是

A. 2.5

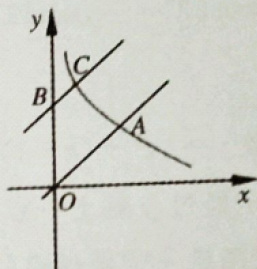
B. 2

C. 3

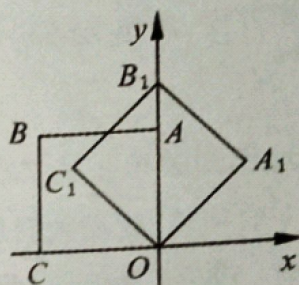
D.  $\frac{12}{5}$



第8题图



第9题图



第10题图

9. 如图,在平面直角坐标系中,直线  $y=x$  与反比例函数  $y=\frac{1}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象交于点  $A$ ,将直线  $y=x$  沿  $y$  轴向上平移  $k$  个单位长度,交  $y$  轴于点  $B$ ,交反比例函数图象于点  $C$ . 若  $OA=3BC$ ,则  $k$  的值为

A. 2

B.  $\frac{3}{2}$

C. 3

D.  $\frac{8}{3}$

10. 如图,在平面直角坐标系中,将边长为  $a$  的正方形  $OABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $45^\circ$  后得到正方形  $OA_1B_1C_1$ ,依此方式连续旋转 2021 次得到正方形  $OA_{2021}B_{2021}C_{2021}$ ,那么点  $A_{2021}$  的坐标是

A.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}a, \frac{\sqrt{2}}{2}a)$

B.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}a, -\frac{\sqrt{2}}{2}a)$

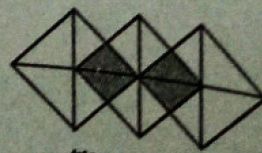
C.  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}a, -\frac{\sqrt{2}}{2}a)$

D.  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}a, \frac{\sqrt{2}}{2}a)$

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

11. 根据估算,最接近  $\sqrt{5}$  的整数是 \_\_\_\_\_.

12. 如图是三个完全相同的正方形,假设可以随意在图中取点,那么这个点取在阴影部分的概率是 \_\_\_\_\_.

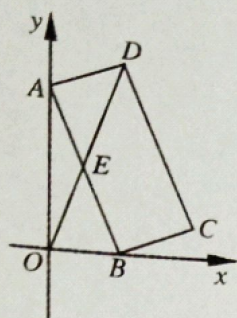


第12题图

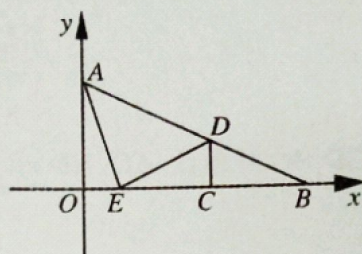
13. 不等式组  $\begin{cases} -2x > 0, \\ 3x+6 < 0 \end{cases}$  的解集是 \_\_\_\_\_.



14. 如图, 矩形硬纸片  $ABCD$  的顶点  $A$  在  $y$  轴的正半轴上滑动, 顶点  $B$  在  $x$  轴的正半轴上滑动, 点  $E$  为  $AB$  的中点,  $AB=24$ ,  $BC=5$ . 当  $OD$  最大时, 直线  $OD$  的表达式为\_\_\_\_\_.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 平面直角坐标系中, 点  $A(0, 2)$ ,  $B(4, 0)$ , 将  $\triangle ABO$  沿着垂直于  $x$  轴的直线  $CD$  折叠 (点  $C$  在  $x$  轴上, 点  $D$  在  $AB$  上, 点  $D$  不与  $A, B$  重合), 点  $B$  的对应点为点  $E$ , 则当  $\triangle ADE$  为直角三角形时  $\frac{S_{\triangle BDC}}{S_{\triangle ADE}}$  的值是\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8 分) (1) 化简:  $\frac{a-1}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2}$ ;

- (2) 把 (1) 中化简的结果记作  $A$ , 将  $A$  中的分子与分母同时加上 1 后得到  $B$ , 问: 当  $a > 1$  时,  $B$  的值与  $A$  的值相比变大了还是变小了? 试说明理由.

17. (9 分) 某校为了培养学生的劳动观念和能力, 鼓励学生积极承担家务劳动. 政教处想了解七年级学生周末参与家务劳动的情况, 在七年级随机抽取了 18 名男生和 18 名女生, 对他们周末参与家务劳动的时间进行调查, 并收集到以下数据 (单位: 分钟)

男生: 28, 30, 32, 46, 68, 39, 80, 70, 66, 57, 70, 95, 100, 58, 69, 88, 99, 105

女生: 36, 48, 78, 99, 56, 62, 35, 109, 29, 88, 88, 69, 73, 55, 90, 98, 69, 72

整理数据, 得到如下统计表:

时间 $x$	$0 \leq x \leq 30$	$30 < x \leq 60$	$60 < x \leq 90$	$90 < x$
男生	2	$a$	$b$	4
女生	1	5	9	3

分析数据: 根据以上数据, 得到以下各种统计量.

	平均数	中位数	众数	方差
男生	66.7	$c$	70	617.3
女生	69.7	70.5	69 和 88	547.2



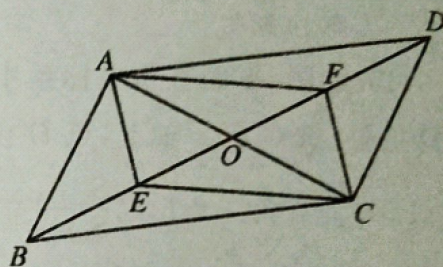
(1) 请将上面的表格补充完整:  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_;

(2) 根据以上信息, 政教处老师认为: 从时长来看, 七年级女生周末参与家务劳动的情况比男生好. 你是否同意老师的判断? 请结合两种统计量分析并说明理由.

18. (9 分) 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $E, F$  在  $BD$  上, 且  $BE = DF$ .

(1) 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ;

(2) 不添加辅助线, 请你补充一个条件, 使得四边形  $AECF$  是菱形; 并给予证明.

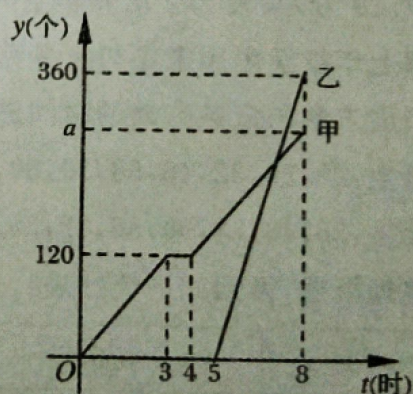


19. (9 分) 工厂某车间需加工一批零件, 甲组工人加工中因故停产检修机器一次, 然后以原来的工作效率继续加工, 由于时间紧任务重, 乙组工人也加入共同加工零件. 设甲组加工时间  $t$  (时), 甲组加工零件的数量为  $y_{\text{甲}}$  (个), 乙组加工零件的数量为  $y_{\text{乙}}$  (个), 其函数图象如图所示.

(1) 求  $y_{\text{乙}}$  与  $t$  之间的函数关系式, 并写出  $t$  的取值范围;

(2) 求  $a$  的值, 并说明  $a$  的实际意义;

(3) 甲组加工多长时间时, 甲、乙两组加工零件的总数为 480 个.



20. (9 分) 手机软件 Smart Measure (智能测量) 是一款非常具有创意且实用性很高的数码测距工具. 它可以利用手机上的摄像头和距离传感器来测量目标的距离、高度、宽度、角度和面积. 测量过程非常简单: 如图 1、图 2, 打开软件后先将手机摄像头对准物体的底部按测量键, 保持相同姿势, 再把手机相机镜头对准测量物体的顶端按测量键, 最后按下“大树键”即



可测量出物体的高度. 智能软件的运行离不开数学原理.

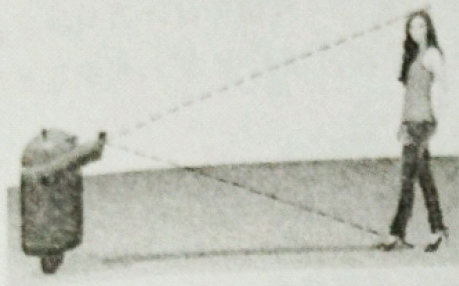


图1



图2

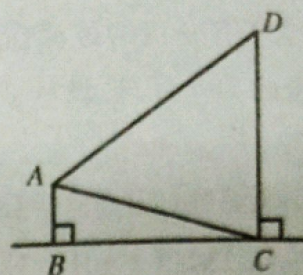


图3

如图3, 测量者 AB 使用 Smart Measure 测量一棵大树 CD 的高, 软件显示  $AC=8\text{m}$ ,  $AD=10\text{m}$ ,  $\angle CAD=53^\circ$ , 请你根据数学知识求出大树 CD 的高. (结果可保留根号)

(为了计算方便, 约定  $\sin 53^\circ = \frac{4}{5}$ ,  $\cos 53^\circ = \frac{3}{5}$ ,  $\tan 53^\circ = \frac{4}{3}$ ).

21. (10 分) 已知关于  $x$  的二次函数  $y=kx^2+(k-1)x-1$  ( $k$  为常数且  $k \neq 0$ ).

(1) 无论  $k$  取何值, 此函数图象一定经过  $y$  轴上一点, 该点的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2) 试说明: 无论  $k$  取何值, 此函数图象一定经过点  $(-1, 0)$ ;

(3) 原函数是否存在最小值  $-1$ ? 若存在, 请求出此时  $k$  的值; 若不存在, 请说明理由.

22. (10 分) 某校数学建模小组进行了以下两项活动:

【活动一】参照学习函数的过程与经验, 探索函数  $y=x+\frac{1}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象与性质.

列表:

$x$	...	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	...
$y$	...	$\frac{17}{4}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{17}{4}$	$\frac{26}{5}$	...

描点: 在平面直角坐标系中, 以自变量  $x$  的取值为横坐标, 以相应的函数值  $y$  为纵坐标, 描出相应的点, 如图 1 所示:

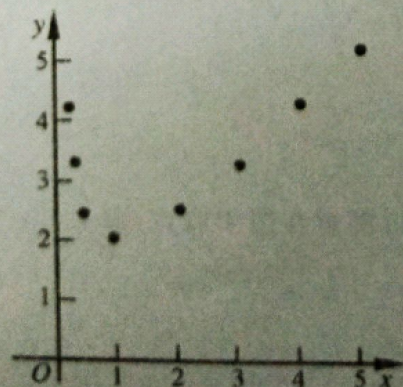


图1

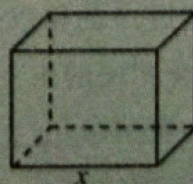


图2



(1)连线:观察图1所描点的分布,用一条光滑曲线将各点顺次连接起来,请作出函数图象;

(2)分析:已知点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 在函数图象上,结合表格和函数图象填空:

若 $0 < x_1 < x_2 \leq 1$ ,则 $y_1$  ①  $y_2$ ;若 $1 < x_1 < x_2$ ,则 $y_1$  ②  $y_2$ ;若 $x_1 \cdot x_2 = 1$ ,则 $y_1$  ③  $y_2$ . (填“>”, “=”或“<”)

【活动二】建模小组需要搭建一个无盖的长方体模型,如图2所示,其深为1米,底面积为1平方米.已知底面造价为1百元/平方米,侧面造价为0.5百元/平方米.设底面一边的长为 $x$ (米),模型总造价为 $y$ (百元).

(3)求出 $y$ 与 $x$ 的函数关系式;

(4)若预算不超过6.2百元,请直接写出 $x$ 的取值范围.

23. (11分)如图1,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, \angle A=30^\circ, BC=1$ ,点 $D, E$ 分别为 $AC, BC$ 的中点. $\triangle CDE$ 绕点 $C$ 顺时针旋转,设旋转角为 $\alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ)$ ,记直线 $AD$ 与直线 $BE$ 的交点为点 $P$ .

(1)如图1,当 $\alpha=0^\circ$ 时, $AD$ 与 $BE$ 的数量关系为\_\_\_\_\_, $AD$ 与 $BE$ 的位置关系为\_\_\_\_\_;

(2)当 $0^\circ < \alpha \leq 360^\circ$ 时,上述结论是否成立?若成立,请仅就图2的情形进行证明;若不成立,请说明理由;

(3) $\triangle CDE$ 绕点 $C$ 顺时针旋转一周,请直接写出运动过程中 $P$ 点运动轨迹的长度和 $P$ 点到直线 $BC$ 距离的最大值.

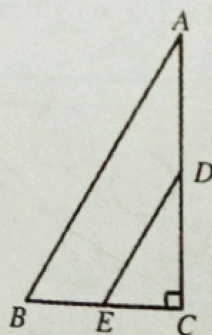


图1

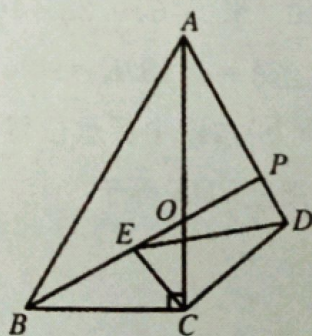
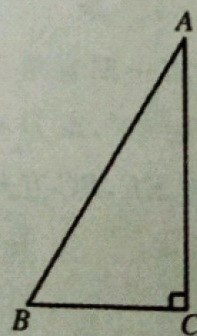


图2



备用图



# 2020—2021 学年上期期末考试

## 九年级数学 参考答案

### 一、选择题

1. D    2. B    3. B    4. B    5. A    6. C    7. A    8. D    9. D    10. C

### 二、填空题

11. 2;    12.  $\frac{1}{5}$ ;    13.  $x < -2$ ;    14.  $y = 5x$ ;    15.  $\frac{3}{10}$  或  $\frac{5}{6}$ .

### 三、解答题

16. 解: (1) 原式  $= \frac{a-1}{a} \cdot \frac{a^2}{(a-1)^2} = \frac{a}{a-1}$ . .....4 分

(2)  $B$  的值与  $A$  的值相比变小了. 理由如下: .....5 分

$$A = \frac{a}{a-1}, B = \frac{a+1}{a}.$$

$$\therefore B - A = \frac{a+1}{a} - \frac{a}{a-1} = \frac{(a+1)(a-1) - a^2}{a(a-1)} = -\frac{1}{a(a-1)}. \text{ .....7 分}$$

$$\because a > 1, \therefore B - A < 0.$$

$$\therefore B < A. \text{ .....8 分}$$

17. 解: (1) 5, 7, 68.5; .....6 分

(2) 同意老师的判断. 理由如下:

比较统计量可知, 女生的平均数较大, 女生的中位数较大, 女生的方差较小. 以上分析说明, 女生周末参与家务劳动的时间更多, 且数据的稳定性更好. 所以从时长来看, 七年级女生周末参与家务劳动的情况比男生好.(取两个统计量分析即可) .....9 分

18. (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD.$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CDF.$$

$$\text{又} \because BE = DF,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF. \text{ .....5 分}$$

(2) 补充的条件是:  $AC \perp BD$ . (答案不唯一) .....6 分

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore OA = OC, OB = OD.$$

$$\because BE = DF, \therefore OE = OF.$$

∴ 四边形  $AECF$  是平行四边形.

又∵  $AC \perp BD$ ,

∴ 四边形  $AECF$  是菱形. ....9 分

(其他解法参照给分)

19.解: (1) 设  $y_z$  与  $t$  之间的函数关系式为  $y_z = kt + b$ .

把  $(5, 0)$ ,  $(8, 360)$  分别代入, 得

$$\begin{cases} 5k + b = 0, \\ 8k + b = 360. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k = 120, \\ b = -600. \end{cases}$$

∴  $y_z$  与时间  $t$  之间的函数关系式为:  $y_z = 120t - 600$ ; ....3 分

$t$  的取值范围是  $5 \leq t \leq 8$ ; ....4 分

(2) 当  $0 \leq t \leq 3$  时, 由图象知, 甲前 3 小时加工 120 个,

故甲的工作效率为每小时加工零件 40 个.

甲组共加工  $8-1=7$  (时),  $a=40 \times 7=280$  (个).

∴  $a$  的实际意义是: 从甲组开始工作起, 8 小时时, 甲组加工零件的总量为 280 件; ....6 分

(3) 由题意可知, 当  $4 \leq t \leq 8$  时, 由于工作效率没变,

$$\therefore y_{\text{甲}} = 120 + 40(t - 4) = 40t - 40.$$

$$\text{当 } y_{\text{甲}} + y_z = 480 \text{ 时, } 480 = 120t - 600 + 40t - 40,$$

$$\text{解得 } t = 7.$$

答: 甲组加工多长 7 小时, 甲、乙两组加工零件的总数为 480 个. ....9 分

20.解: 如图, 过点  $D$  作  $DH \perp AC$  于  $H$ . ....1 分

$$\text{在 Rt}\triangle ADH \text{ 中, 在 Rt}\triangle ADH \text{ 中, } \cos \angle CAD = \frac{AH}{AD},$$

$$\sin \angle CAD = \frac{DH}{AD},$$

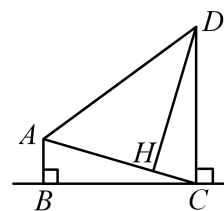
$$\therefore AH = AD \cdot \cos 53^\circ \approx 10 \times \frac{3}{5} = 6 \text{ (m)},$$

$$DH = AD \cdot \sin 53^\circ \approx 10 \times \frac{4}{5} = 8 \text{ (m)}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = 8 \text{ m},$$

$$\therefore CH = AC - AH = 2 \text{ (m)}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore CD = \sqrt{DH^2 + CH^2} = \sqrt{8^2 + 2^2} = 2\sqrt{17} \text{ (m)}. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$





21. 解: (1)  $(0, -1)$ ; .....2 分

(2) 将  $x = -1$  代入, 得  $y = k(-1)^2 + (k-1) \cdot (-1) - 1 = 0$ ,

故不论  $k$  取何值, 此函数图象一定经过点  $(-1, 0)$ ; .....6 分

(3)  $\frac{-4k - (k-1)^2}{4k} = -1$ ,

解得:  $k_1 = k_2 = 1$ ,  $k > 0$ , 开口向上, 符合题意.

$\therefore$  当  $k = 1$  时, 函数存在最小值  $-1$ . .....10 分

22. 解: (1) 函数图象图略; (注意: 图象要光滑, 两边出头) .....1 分

(2) ①  $>$ , ②  $<$ , ③  $=$ ; .....4 分

(3) 由题意, 得  $y = 1 + (2x + \frac{2}{x}) \times 0.5 = 1 + x + \frac{1}{x} (x > 0)$ . .....7 分

(4)  $\frac{1}{5} \leq x \leq 5$ . .....10 分

23. 解: (1)  $AD = \sqrt{3}BE, AD \perp BE$ . .....2 分

(2) 依然成立. 理由如下: .....3 分

由题意, 可得  $\frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB} = \sqrt{3}$ .

由旋转的性质, 可得  $\angle ACD = \angle BCE$ ,

$\therefore \triangle CAD \sim \triangle CBE$ . .....6 分

$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{CD}{CE} = \frac{CA}{CB} = \sqrt{3}$ ,  $\angle CBE = \angle CAD$ .

$\therefore AD = \sqrt{3}BE$ . .....8 分

又  $\because \angle DAC + \angle AOP = \angle EBC + \angle BOC = 90^\circ$ .

$\therefore \angle APO = 90^\circ$ .

$\therefore AD \perp BE$ . .....9 分

(3)  $\frac{2}{3}\pi, \frac{\sqrt{3}}{2}$ . .....11 分