

2020-2021 学年度第一学期期末学业水平质量检测

九年级数学试题

(本试题满分：120 分；考试时间：120 分钟)

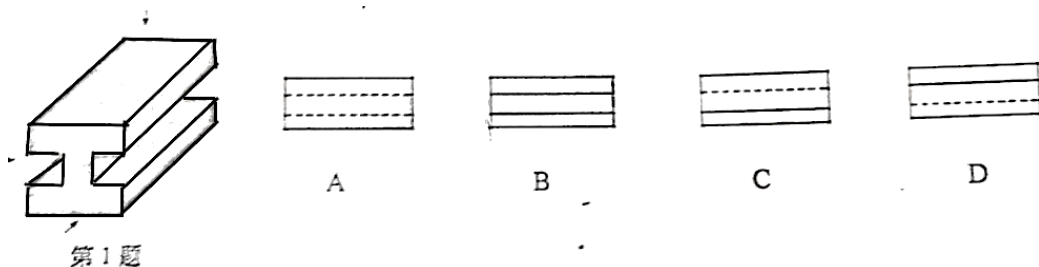
真情提示：亲爱的同学，欢迎你参加本次考试，祝你答题成功！

本试题共有 24 道题，其中 1-8 题为选择题，共 24 分；9-14 题为填空题，共 18 分；15 题为作图题，16-24 题为解答题，共 78 分. 要求所有题目均在答题卡上作答，在本卷上作答无效.

一、选择题(本题满分 24 分，共有 8 道小题，每小题 3 分)

下列每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个是正确的，每小题选对得分，不选、错选或选出的标号超过一个的不得分.

1. 如图的一个几何体，其左视图是



2. 一个不透明的口袋中装有 10 个黑球和若干个白球，小球除颜色外其余均相同，从中随机摸出一球记下颜色，再放回袋中，不断重复上述过程，一共摸了 150 次，其中有 50 次摸到黑球，由此估计口袋中白球的个数约为

A. 10 个 B. 20 个 C. 30 个 D. 40 个

3. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 有实数根，则 k 的值为

A. $k \leq 1$ B. $k < 1$ C. $k \geq 1$ D. $k > 1$

4. 反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象上有三个点，分别是 (x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) ，若

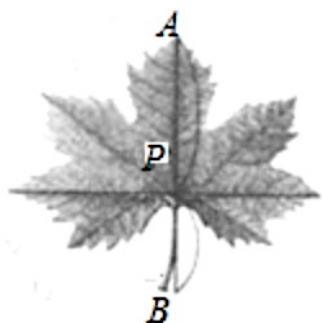
$x_1 < 0 < x_2 < x_3$ ，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_2 < y_3 < y_1$

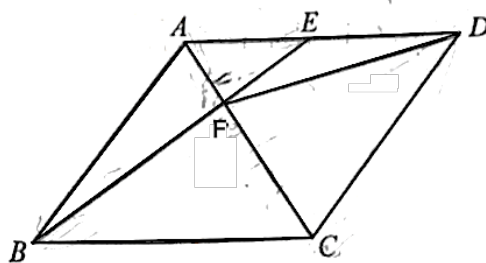
5. 大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割”，如图，

P 为 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$)，则下列结论中正确的是

- A. $AB^2 = AP^2 + BP^2$ B. $BP^2 = AP \cdot BA$
 C. $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{BP}{AP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$



第 5 题



第 7 题

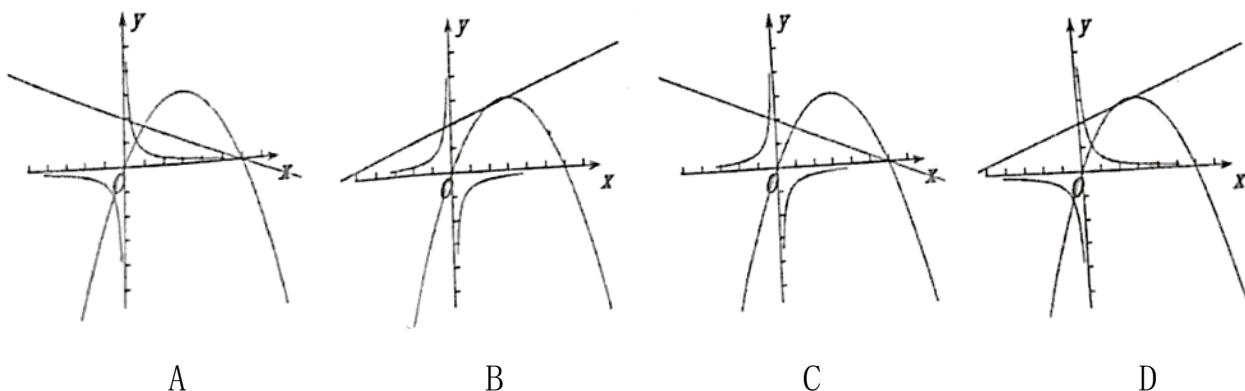
6. 将函数 $y = (x + 1)^2 - 4$ 的图象先向右平移 2 个单位长度，再向上平移 4 个单位长度，则得到的函数解析式为

- A. $y = (x - 1)^2$ B. $y = (x - 1)^2 - 8$ C. $y = (x + 3)^2$ D. $y = (x + 3)^2 - 8$

7. 如图，在菱形 ABCD 中，E 是 AD 边的中点，连接 BE 交 AC 于点 F，连接 DF，下列四个结论：① $\triangle AEF \sim \triangle CBF$ ，② $CF = 2AF$ ，③ $DF = DC$ ，④ $2S_{\text{四边形 CDEF}} = 5S_{\triangle ABF}$ ，其中正确的结论有

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

8. 在同一平面直角坐标系中，二次函数 $y = ax^2 + bx$ ，一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 的图象可能是

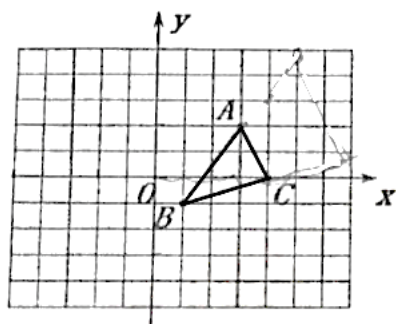


二、填空题(本题满分 18 分，共有 6 道小题，每小题 3 分)

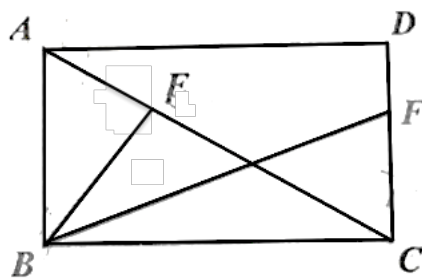
9. 若 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, $a + b + c = 18$, 则 a 的值为_____.

10. 随着国家“惠民政策”的陆续出台，为了切实让老百姓得到实惠，某种药品原价 198 元/瓶，经过连续两次降价后，现仅售 78 元/瓶，假定两次降价的百分率相同，设该种药品平均每次降价的百分率为 x ，则列出的关于 x 方程为_____.

11. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点分别在格点上，其中 $A(3, 2)$ 、 $B(1, -1)$ 、 $C(4, 0)$. 以点 B 为位似中心，在 y 轴的右侧，将 $\triangle ABC$ 放大为原来的 2 倍，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，则点 A 的对应点 A_1 的坐标为_____.



第 11 题



第 14 题

12. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $BC=8$ ， AD 是 BC 边上的高， $AD=4$ ，则 $\tan C =$ _____.

13. 已知线段 a 的长度为 11，现从 1~10 这 10 条整数线段中任取两条，能和线段

a 组成三角形的概率为_____.

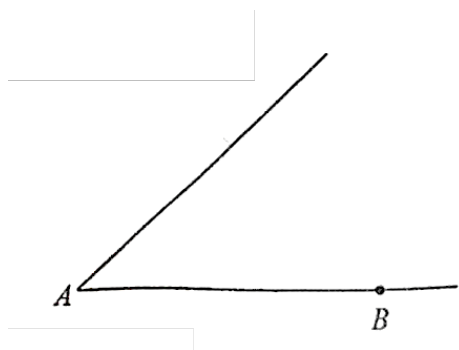
14. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $\angle ACB=30^\circ$, E, F 分别为对角线 AC 与边 CD 上的点, 且 $AE=CF$, 则 $BE+BF$ 的最小值为_____.

三、作图题(本题满分 4 分)

用圆规、直尺作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

15. 已知: $\angle A$ 和 $\angle A$ 一边上的点 B .

求作: $\square ABCD$, 满足 $\angle A$ 是它的一个内角, 且对角线 $BD \perp AD$.



四、解答题(本题满分 74 分, 共有 9 道小题)

16. (本小题满分 8 分, 每题 4 分)

(1) 解方程: $2x^2 + 4x - 3 = 0$;

(2) 计算: $\sin^2 45^\circ + \tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$

17, (本小题满分 6 分)

为落实“十个一”活动, 学校组建了多个志愿者服务队, 小盖和小吕通过做游戏决定谁优先选择服务队, 游戏规则: 两人各掷一次质地均匀的骰子, 如果掷出的

点数之和是小于 7 的偶数，由小盖优先选择服务队；如果掷出的点数之和是大于 6 的奇数，由小吕优先选择服务队. 请你利用画树状图或列表的方法，判断这个游戏对双方是否公平.

18. (本小题满分 8 分)

小颖的数学学习日记：

×月×日： 测量旗杆的高度

(1) 今天上午王老师要带我们去操场测量旗杆的高度，昨天我们小组设计了一个方案，方案如下：小亮拿着标杆垂直于地面放置，我和小聪用卷尺测量标杆、标杆的影长和旗杆的影长，如图 1 所示，标杆 $AB=a$ ，影长 $BC=b$ ，旗杆的影长 $DF=c$ ，则可求得旗杆 DE 的高度为_____.

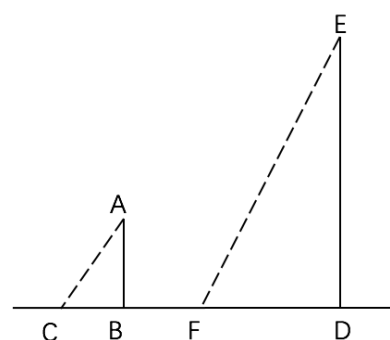


图 1

(2) 但今天测量时，阴天没有阳光，就不能用以上的方案了. 如图 2 所示，王老师将升旗用的绳子拉直，使绳子的底端 G 刚好触到地面，用仪器测得绳子与地面的夹角为 37° ，然后将绳子拉到一个 0.5 米高的平台上，拉直绳子使绳子上

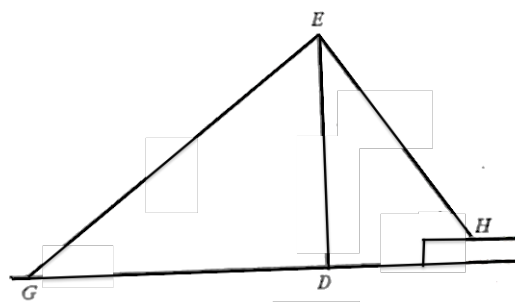


图 2

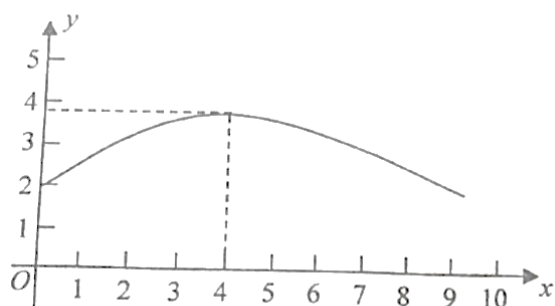
的 H 点刚好触到平台，剩余的绳子长度为 5 米，此时测得绳子与平台的夹角为 54° ，利用这些数据能求出旗杆 DE 的高度吗？

(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.6$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.8$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ； $\sin 54^\circ \approx 0.8$ ， $\cos 54^\circ \approx 0.58$ ， $\tan 54^\circ \approx 1.45$)

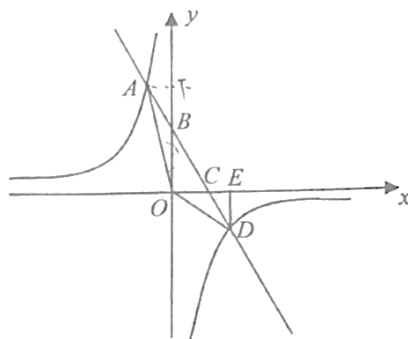
请你回答小颖的问题. 若能，请求出旗杆的高度；若不能，请说明理由.

19. (本小题满分 6 分)

在“学习一项体育技能”活动中，小明作为学生代表去观看“青岛黄海足球队”的训练，他看到队员们在做掷界外球训练，甲球员要将足球掷给离他 7.5 米远的乙球员，掷出足球的运行轨迹是一条抛物线，足球行进的高度 y (米) 与水平距离 x (米) 之间的关系如图所示，足球出手时离地面的高度为 2 米，在距离甲球员 4 米处达到最大高度 3.6 米，若不计其他因素，身高 1.85 米的乙球员要能触到足球，他垂直起跳的高度至少要达到多少米？



第 19 题



第 20 题

20. (本小题满分 6 分)

如图，直线 $y = kx + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 B、C，与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 交于点

A、D，过 D 做 $DE \perp x$ 轴于 E，连接 OA，OD，若 $A(-2, n)$ ， $S_{\triangle OAB} : S_{\triangle ODE} = 1:2$.

(1) 求反比例函数的表达式；(2) 求点 C 的坐标.

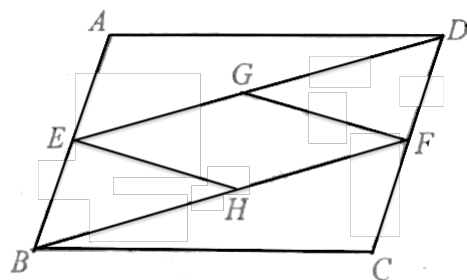
21. (本小题满分 8 分)

已知：如图，在平行四边形 ABCD 中，E、F 分别为 AB、CD 的中点，G、H 分别为 DE、BF 的中点.

(1) 试判断四边形 EHFG 的形状，并证明；

(2) 若 $\angle ABC = 90^\circ$ ，试判断四边形 EHFG 的形状

并加以并证明.



第 21 题

22. (本小题满分 10 分)

某快餐店新推出一种外卖，每份的成本为 20 元，推出后每份售价为 50 元，每月可售出 200 份，经过试卖发现，该外卖每份售价每降价 1 元，每月可多卖出 10 份，由于制作能力有限，每月最多制作该外卖 350 份，设该外卖每份售价 x 元 ($x \leq 50$)，每月的销售利润为 w 元

- (1) 求 w 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 该外卖每份售价多少元时，每月的销售利润最大？最大利润是多少？
- (3) 该外卖每份售价在什么范围时，每月的销售利润不低于 4000 元.

23. (本小题满分 10 分)

问题提出：如图 1，D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 上，连接 DE，已知线段 $AD=a$ ， $DB=b$ ， $AE=c$ ， $EC=d$ ，则 $S_{\triangle ADE}$ ， $S_{\triangle ABC}$ 和 a ， b ， c ， d 之间会有怎样的数量关系呢？

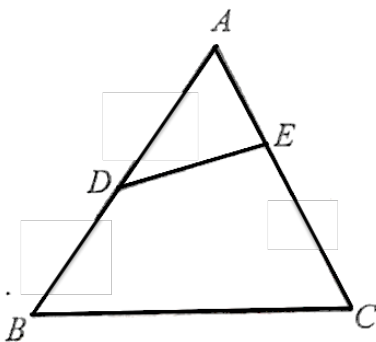


图 1

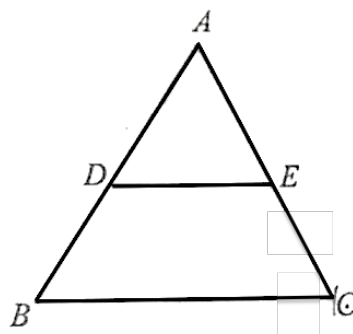


图 2

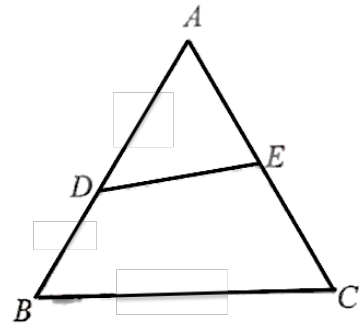


图 3

问题解决：

探究一：

(1) 看到这个问题后，我们可以考虑先从特例入手，找出其中的规律.

如图 2，若 $DE \parallel BC$ ，则 $\angle ADE = \angle B$ ，且 $\angle A = \angle A$ ，所以 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，

可得比例式： $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ ，而根据相似三角形面积之比等于相似比的平方，

可得： $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2}{(a+b)^2}$ ，根据上述这两个式子，可以推出：

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2}{(a+b)^2} = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b} = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{c}{c+d} = \frac{ac}{(a+b)(c+d)}$$

(2) 如图 3, 若 $\angle ADE = \angle C$, 上述结论还成立吗? 若成立, 请写出证明过程; 若不成立, 请说明理由.

探究二:

回到最初的问题, 若图 1 中没有相似的条件, 是否仍存在结论: $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} =$

$$\frac{ac}{(a+b)(c+d)}?$$

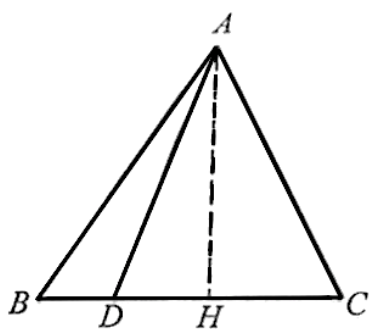


图 4

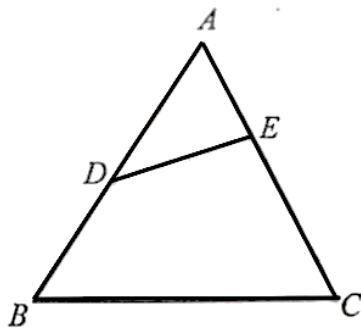


图 1 备用图

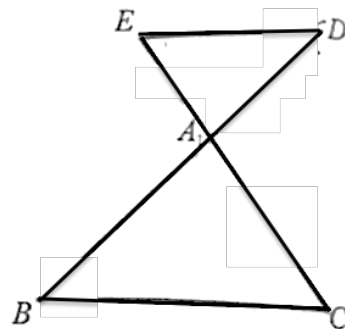


图 5

方法回顾: 两个三角形面积之比, 不仅可以在相似的条件求得, 当两个三角形的底或高具有一定的关系时, 也可以解决, 如图 4, D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 做

$$AH \perp BC \text{ 于 } H, \text{ 可得 } \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} BD \cdot AH}{\frac{1}{2} DC \cdot AH} = \frac{BD}{DC}.$$

借用这个结论, 请你解决最初的问题.

延伸探究:

(1) 如图 5, D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 反向延长线上, 连接 DE, 已知线段

$$AD=a, AB=b, AE=c, AC=d, \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2) 如图 6, E 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上, D 在 AB 反向延长线上, 连接 DE, 已知线段

$$AD=a, AB=b, AE=c, AC=d, \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

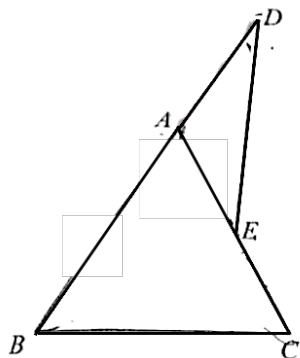


图 6

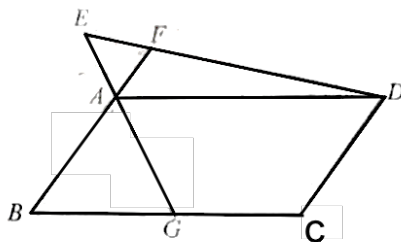


图 7

结论应用:

如图 7, 在平行四边形 ABCD 中, G 是 BC 边上的中点, 延长 GA 到 E, 连接 DE 交 BA 的延长线于 F, 若 $AB=5$, $AG=4$, $AE=2$, $\square ABCD$ 的面积为 30, 则 $\triangle AEF$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

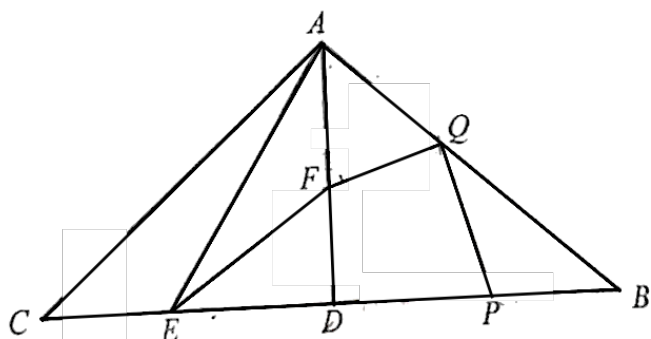
24. (本小题满分 12 分)

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, $AD \perp BC$, 垂足为 D, F 为 AD 中点, 点 P 从点 B 出发, 沿 BC 向点 C 匀速运动, 速度为 1cm/s ; 同时, 点 Q 从点 A 出发, 沿 AB 向点 B 匀速运动, 速度为 1cm/s ; 点 E 为点 P 关于 AD 的对称点. 连接 PQ、FQ、EF、AE. 设运动时间为 $t(\text{s})$ ($0 < t < 4$), 解答下列问题:

(1) 当 $PQ \parallel AE$ 时, 求 t 的值;

(2) 设四边形 AEPQ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$, 试确定 y 与 t 的函数关系式;

(3) 在运动过程中，是否存在某一时刻 t ，使 $\angle DFE = \angle AFQ$? 若存在，求出 t 的值；
若不存在，请说明理由.



第 24 题

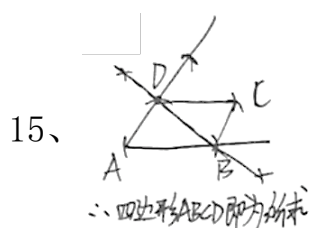
2020-2021 学年度第一学期期末学业水平质量检测

九年级数学试题参考答案

1	2	3	4	5	6	7	8
B	B	A	D	D	A	B	C

9、4 10、 $198(1-x)^2 = 78$ 11、(5, 5) 12、 $\frac{4}{5}$ 或 $\frac{4}{11}$

13、 $\frac{4}{9}$ 14、 $4\sqrt{7}$



16、(1) $x_1 = \frac{-2+\sqrt{10}}{2}$, $x_2 = \frac{-2-\sqrt{10}}{2}$ (2) 2

17、 $P(\text{小盖}) = \frac{1}{4}$ $P(\text{小吕}) = \frac{1}{3}$ 所以不公平

18、(1) $\frac{ac}{b}$ (2) 10.5 米

19、0.525 米

20、(1) $y = -\frac{12}{x}$ (2) C(2, 0)

21、(1) 四边形 EHFG 为平行四边形 (2) 四边形 EHFG 为菱形

22、(1) $w = -10x^2 + 900x - 14000$

(2) 每份售价 45 元时，利润最大，最大利润为 6250 元

(3) $35 \leq x \leq 50$

23、探究一：(2) 成立

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{a}{c+d} = \frac{c}{a+b}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2}{(c+d)^2} = \frac{a}{c+d} \cdot \frac{c}{a+b} = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{c}{c+d} = \frac{ac}{(a+b)(c+d)}$$

探究二：

过点 D 作 $DM \perp AC$ 交 AC 于点 M, 过点 B 作 $BN \perp AC$ 交 AC 于点 N.

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE \cdot DM}{AC \cdot BN} = \frac{AE}{AC} \cdot \frac{DM}{BN},$$

$$\triangle ADM \sim \triangle ABN \Rightarrow \frac{DM}{BN} = \frac{a}{a+b} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{ac}{(a+b)(c+d)}$$

延伸探究：(1) $\frac{ac}{bd}$ (2) $\frac{ac}{ad}$

结论应用： $\frac{3}{2}$

24、(1) $t_1 = 9 - \sqrt{41}$, $t_2 = 9 + \sqrt{41}$ (舍)

(2) $y = \frac{3}{10}t^2 - 3t + 12$

(3) $t_1 = \frac{17 - \sqrt{129}}{4}$, $t_2 = \frac{17 + \sqrt{129}}{4}$ (舍)

