

# 2020 年秋季学期九年级期末调研测试

## 数学 参考答案与试题解析

### 一. 选择题

1. C.      2. B.      3. A.      4. D.      5. A.      6. B.

### 二. 填空题

7. 圆外.      8. -6.      9. 20%.      10. 2:3.      11. 6.18.  
12.  $y=3(x+1)^2+5$ .      13.  $\frac{1}{2}$ .      14.  $\pi-2$ .      15.  $-3 \leq x \leq 1$ .  
16. (4, 4) 或 (4, -4)

### 三. 解答题

17. (1) 解:  $x^2 - 4x + 4 = 6 + 4$ .

$$(x-2)^2 = 10, \quad x-2 = \pm\sqrt{10},$$

$$\text{所以 } x_1 = 2 + \sqrt{10}, \quad x_2 = 2 - \sqrt{10}. \quad (6 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 原式} = (\sqrt{3})^2 - 2 \times \frac{1}{2} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 - 1 - 1 = 1. \quad (12 \text{ 分})$$

18. (1)  $\because$  抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  与  $x$  轴的两个交点分别为 (4, 0)、(2, 0)

$$\therefore \begin{cases} 0 = -16 + 4b + c \\ 0 = -4 + 2b + c \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b = 6 \\ c = -8 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x^2 + 6x - 8 \quad (4 \text{ 分})$$

$$(2) y = -x^2 + 6x - 8 = -(x-3)^2 + 1$$

顶点坐标 (3, 1), 对称轴为  $x=1$  (8 分)

19. 解: (1)  $\because$  七年级 20 名学生的测试成绩为: 72, 80, 85, 90, 78, 82, 80, 90, 92, 90, 100, 90, 83, 88, 97, 98, 99, 80, 81, 85,

$$\therefore a = 90,$$

由条形统计图可得  $b = (84 + 90) \div 2 = 87$ ,

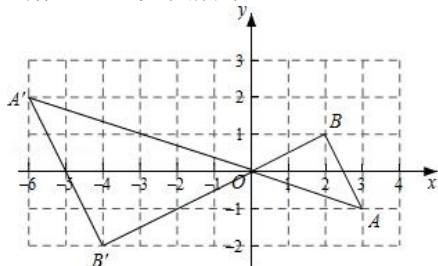
$$c = (3 + 5 + 1 + 1) \div 20 \times 100\% = 50\%.$$

故答案为: 90, 87, 50%; (6 分)

$$(2) \text{ 参加此次测试活动成绩优秀的学生有 } 3000 \times \frac{9+10}{40} = 1425 \text{ (人).}$$

故参加此次测试活动成绩优秀的学生大约有 1425 人. (8 分)

20. 解: (1) 如图所示:  $\triangle OA'B'$ , 即为所求;



(4 分)

$$(2) A' \text{ 的坐标是 } (-6, 2), B' \text{ 的坐标是 } (-4, -2). \quad (8 \text{ 分})$$

21. (1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \angle A = \angle D = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEB + \angle ABE = 90^\circ.$$

$$\because EF \perp BE,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle DEF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DEF.$$

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle DEF$  中,  $\angle ABE = \angle DEF, \angle A = \angle D$ ,

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DEF; \quad (5 \text{ 分})$$



解得:  $x=6$ ,

$\therefore AC=6$ . (10分)

24. 解: (1) 由标准一知, 当夜游人数为 15 人时, 人均门票价格为 60 元;

由标准二知,  $60 - (25 - 20) \times 2 = 50$  (元).

故答案是: 60; 50; (4分)

(2) 设该单位这次共有  $x$  名员工去江南长城旅游区旅游,

$\therefore 20 \times 6 = 1200$ ,  $25 \times 50 = 1250$ ,

$\therefore 1200 < 1232 < 1250$

$\therefore 20 < x < 25$ .

依题意, 得:  $x[60 - 2(x - 20)] = 1232$ ,

整理, 得:  $x^2 - 50x + 616 = 0$ ,

解得:  $x_1 = 22$ ,  $x_2 = 28$  (不合题意, 舍去).

答: 该单位这次共有 22 名员工去江南长城旅游区旅游. (10分)

25. 解: (1)  $\triangle ADB \sim \triangle CEB$ ,

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC=BC=2$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle DBE = 45^\circ$ ,

$\therefore \angle ABD + \angle ABE = \angle CBE + \angle ABE$

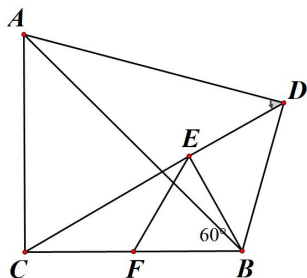
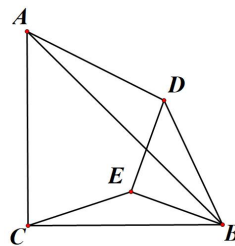
$\therefore \angle ABD = \angle CBE$ ,

$\therefore \frac{AB}{BC} = \sqrt{2}$ ,  $\frac{DB}{EB} = \sqrt{2}$ ,

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DB}{EB}$ ,

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle CEB$ ; (4分)

(2) 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 即  $\angle CBE = 60^\circ$



取  $BC$  中点  $F$ , 连接  $EF$ ,

$\therefore BE=1, BC=2$ ,  $\therefore BF=CF=1$

$\therefore \triangle BEF$  为等边三角形

$\therefore \angle EFB = \angle FEB = 60^\circ$

$\therefore \angle ECF = \angle CEF = 30^\circ$

$\therefore \angle CEB = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

由 (1) 知  $\triangle ADB \sim \triangle CEB$ ;

$\therefore \angle BAD = \angle BCE = 30^\circ$ ,  $\angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$

$\therefore \sin \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{AD}{2\sqrt{2}}$ ,  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{AD}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore AD = \sqrt{6}$  (8分)

(3)  $\therefore AC=BC=2$ ,  $\angle ACB=90^\circ$ ,

$\therefore AB = \sqrt{2} BC = 2\sqrt{2}$ ,

$\therefore E$  为  $BC$  中点,  $DE=BE=1$ ,  $\therefore DB = \sqrt{2}$

$\therefore \triangle ADB \sim \triangle CEB$ ,

$$\therefore \frac{CE}{AD} = \frac{BE}{DB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{2}}{2} AD$$

$\because$  当  $A$ 、 $E$ 、 $D$  三点在一直线上时，

$\because \angle AEB = 90^\circ$ ，

$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 1^2} = \sqrt{7}$$

如图 1，当  $AE$  在  $AB$  左上方时， $AD = AE + DE = \sqrt{7} + 1$ ，

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{2} \times (\sqrt{7} + 1)}{2} = \frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$$

如图 2，当  $AE$  在  $AB$  右下方时，

同理， $AD = AE - DE = \sqrt{7} - 1$ ，

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{2} \times (\sqrt{7} - 1)}{2} = \frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}$$

综上所述，当  $A$ 、 $D$ 、 $E$  三点在一直线上时， $CE$  的长为  $\frac{\sqrt{14} + \sqrt{2}}{2}$

或  $\frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{2}$ . (12 分)

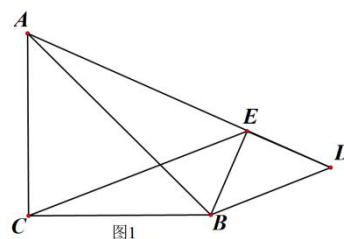


图1

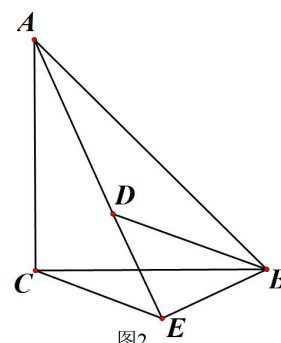


图2

26、(1)  $\because m=2$

$\therefore$  二次函数表达式设为  $y = a(x-2)^2 + 5$

$\because A(0, 4)$  在抛物线上

$$\therefore 4 = a(0-2)^2 + 5$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4} \quad (4 \text{ 分})$$

(2) ①  $\because A(0, 4)$  在抛物线  $y = a(x-m)^2 + \frac{1}{2}m + 4$  ( $am \neq 0$ ) 上

$$\therefore 4 = a(0-m)^2 + \frac{1}{2}m + 4$$

$$\therefore am^2 + \frac{1}{2}m = 0$$

$\because am \neq 0$

$\therefore a \neq 0$  且  $m \neq 0$

$$\therefore am = -\frac{1}{2} \quad (7 \text{ 分})$$

② 点  $E$  和点  $A$  关于直线  $l$  对称

理由如下： $\because$  抛物线  $y = a(x-m)^2 + \frac{1}{2}m + 4$  的对称轴为  $x=m$ ，

四边形  $BCDE$  为正方形， $\therefore BC=BE$ ， $BE \parallel x$  轴

设  $BC=t$ ，则  $BE=t$ ， $BM=MC=\frac{t}{2}$

$$\therefore M(m, \frac{1}{2}m + 4)$$

$$\therefore B(m, \frac{1}{2}m + 4 - \frac{t}{2}), C(m, \frac{1}{2}m + 4 + \frac{t}{2}), E(m+t, \frac{1}{2}m + 4 - \frac{t}{2})$$

$\because E$  恰好在抛物线上

$$\therefore \frac{1}{2}m + 4 - \frac{t}{2} = a(m+t-m)^2 + \frac{1}{2}m + 4$$

$$\therefore -\frac{t}{2} = at^2$$

$$\therefore at = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore am = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore am = at$$

$$\therefore m = t$$

$$\therefore E(2m, 4)$$

又  $\because A(0, 4)$ ，对称轴为  $x = m$

$\therefore$  点  $E$  和点  $A$  关于直线  $l$  对称. (10 分)

③  $C(m, m+4)$ ， $E(2m, 4)$

设直线  $CE$  的表达式为  $y = kx + b$

$$\begin{cases} m+4 = km+b \\ 4 = 2km+b \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 2m+4 \end{cases}$$

直线  $CE$  的表达式为  $y = -x + 2m + 4$

在  $x$  轴上取一点  $G(x, 0)$ ，过点  $G$  作直线  $GK$  垂直  $x$  轴，分别与直线  $CE$ 、抛物线交于点  $K$ 、 $H$ 。

由题意知  $K(x, -x + 2m + 4)$ ， $H(x, a(x-m)^2 + \frac{1}{2}m + 4)$ ，由  $am = -\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{a} = -2m$

$$\text{则 } KH = -x + 2m + 4 - \left[ a(x-m)^2 + \frac{1}{2}m + 4 \right]$$

$$= -x + 2m + 4 - a(x-m)^2 - \frac{1}{2}m - 4$$

$$= -x + \frac{3}{2}m - a(x-m)^2$$

$$= -x + \frac{3}{2}m - ax^2 + 2amx - am^2$$

$$= -x + \frac{3}{2}m - ax^2 - x + \frac{1}{2}m$$

$$= -ax^2 - 2x + 2m$$

$$= -a \left( x^2 + \frac{2}{a}x + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} \right) + 2m$$

$$= -a \left( x + \frac{1}{a} \right)^2 + \frac{1}{a} + 2m$$

$$= -a \left( x + \frac{1}{a} \right)^2 + \frac{1+2am}{a}$$

$$= -a \left( x + \frac{1}{a} \right)^2$$

$$\text{由 } am = -\frac{1}{2}, \frac{1}{a} = -2m$$

当  $x = -\frac{1}{a}$ ，即  $x = 2m$  时， $KH = 0$ ，此时点  $E$ 、 $H$ 、 $K$  是同一个点；

当  $x \neq -\frac{1}{a}$ ，即  $x \neq 2m$  时， $KH > 0$ ，此时点  $K$  在点  $H$  的上方。

所以直线  $CE$  始终在抛物线的上方（除  $E$  点外）。(14 分)

