

九年级数学试题参考答案与评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	B	B	B	A	B	A	D	D	C	A

二、填空题

13. 5

14. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

15. 6

16. $\frac{4}{3}$

17. (2, -4)

18. $2\sqrt{3} - 2$

三、解答题

19. 解: $2\cos 45^\circ - \frac{3}{2}\tan 30^\circ \cos 30^\circ + \sin^2 60^\circ$

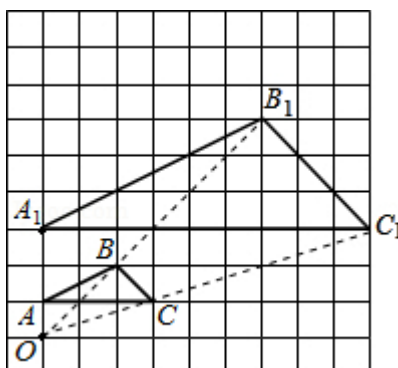
$$= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= \sqrt{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$= \sqrt{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

20. 解: (1) 3 \dots\dots\dots 2 分

(2) 如图所示, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求. (画图 3 分, 结论 1 分)



\dots\dots\dots 6 分

21.解： 证明： $\because AB=6, BD=2,$
 $\therefore AD=4,$ 1 分

$\because AC=8, CE=5,$
 $\therefore AE=3,$ 2 分

$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{AD}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$ 3 分

$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC},$ 4 分

$\because \angle EAD = \angle BAC,$ 5 分

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC.$ 6 分

22. 解： (1) \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$ ，

$\therefore \angle B=60^\circ$ ， $AB=2BC,$ 1 分

$\because BC$ 为半圆 O 的直径，

$\therefore \angle CDB=90^\circ$ ，2 分

$\therefore \angle BCD=30^\circ$ ，

$\therefore BC=2BD,$ 3 分

$\therefore AB=2BC=4BD,$

$\therefore AD=3BD;$ 4 分

(2)由(1)得 $\angle B=60^\circ$ ，

$\therefore \angle COD=120^\circ$ ，5 分

$\because BC=4,$

$\therefore OC=OD=OB=2,$

$\therefore S_{\text{扇形} COD} = \frac{120\pi \times 2^2}{360} = \frac{4\pi}{3},$ 6 分

\because 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle BCD=30^\circ$ ， $BC=4,$

$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = 2\sqrt{3},$

$\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3},$ 7 分

\therefore 图中阴影部分的面积 $= S_{\text{扇形} COD} - S_{\triangle COD} = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}.$ 8 分

23.解： (1)将 $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 代入函数解析式，得 $\begin{cases} a+b+3=0 & \text{①} \\ 9a+3b+3=0 & \text{②} \end{cases}$ 2 分

① $\times 3$ - ②得： $-6a+6=1,$

$a=1,$ 3 分

把 $a=1$ 代入①得： $1+b+3=0,$

$b=-4,$

\therefore 这个二次函数的表达式是 $y=x^2 - 4x+3;$ 4 分

(2)作 $AD \perp BC$ 于点 $D,$ 5 分

由抛物线的表达式知点 $C(0, 3),$ 6 分

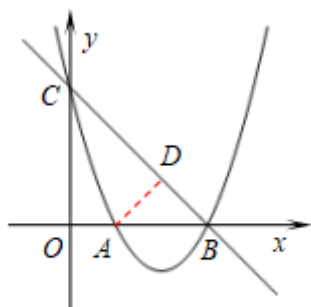
$\therefore B(3, 0)$

$$\therefore BO = CO = 3$$

$\therefore \angle CBO = 45^\circ$ 7 分

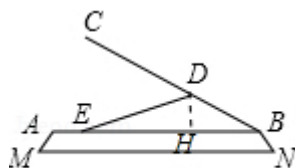
$$\because AB=2,$$

$$\therefore AD = AB \cdot \sin \angle CBO = \sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



23 题答案图

24.解: (1) 如图①, 作 $DH \perp BE$ 于 H ,1 分



图①

在 $\text{Rt}\triangle BDH$ 中, $\angle DHB=90^\circ$, $BD=5$, $\angle ABC=37^\circ$,

$$\therefore \frac{DH}{5} = \sin 37^\circ, \quad \frac{BH}{5} = \cos 37^\circ,$$

$$\therefore DH = 5 \sin 37^\circ \approx 5 \times 0.6 = 3 \text{ (cm)}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$BH = 5 \cos 37^\circ \approx 5 \times 0.8 = 4 \text{ (cm)}. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

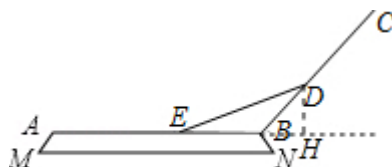
$$\because AB=BC=15\text{cm}, AE=2\text{cm},$$

$$\therefore EH = AB - AE - BH = 15 - 2 - 4 = 9 \text{ (cm)}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore DE = \sqrt{DH^2 + EH^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10} \text{ (cm)}. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

答：连接杆 DE 的长度为 $3\sqrt{10}$ cm.

(2)如图②, 作 $DH \perp AB$ 的延长线于点 H ,6 分



图②

$$\because \angle ABC = 127^\circ,$$

$$\therefore \angle DBH = 53^\circ, \angle BDH = 37^\circ, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{在 Rt}\triangle DBH \text{ 中, } \frac{BH}{BD} = \frac{BH}{5} = \sin 37^\circ \approx 0.6,$$

$$\therefore BH = 3\text{cm}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore DH = 4\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle DEH \text{ 中, } EH^2 + DH^2 = DE^2,$$

$$\therefore (EB + 3)^2 + 16 = 90,$$

$$\therefore EB = (\sqrt{74} - 3) \text{ (cm)}, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 滑动的距离为: } 15 - (\sqrt{74} - 3) - 2 = (16 - \sqrt{74}) \text{ (cm)}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

答：这个过程中点 E 滑动的距离为 $(16 - \sqrt{74}) \text{ cm}$.

$$25.\text{解: (1) 将 } A(2, 8), B(8, 2) \text{ 代入 } y = ax + b \text{ 得 } \begin{cases} 2a + b = 8 & \text{①} \\ 8a + b = 2 & \text{②} \end{cases}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{②} - \text{①} \text{ 得: } 6a = -6,$$

$$a = -1,$$

$$\text{把 } a = -1 \text{ 代入 ① 得: } 2 \times (-1) + b = 8,$$

$$b = 10,$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1 \\ b = 10 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数为 } y = -x + 10, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{将 } A(2, 8) \text{ 代入 } y_2 = \frac{k}{x} \text{ 得 } 8 = \frac{k}{2}, \text{ 解得 } k = 16,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{16}{x}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 由图象可知, 当 $y_1 < y_2$ 时, 自变量 x 的取值范围为: $x > 8$ 或 $0 < x < 2$,

故答案为 $x > 8$ 或 $0 < x < 2$; 5 分

(3)由题意可知 $OA=OC$,

$$\therefore S_{\triangle APC}=2S_{\triangle AOP}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

把 $y=0$ 代入 $y_1=-x+10$ 得, $0=-x+10$, 解得 $x=10$,

$$\therefore D(10, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOD}-S_{\triangle BOD}=\frac{1}{2}\times 10\times 8-\frac{1}{2}\times 10\times 2=30, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because S_{\triangle PAC}=\frac{4}{5}S_{\triangle AOB}=\frac{4}{5}\times 30=24,$$

$$\therefore 2S_{\triangle AOP}=24, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore 2\times \frac{1}{2}OP\times y_A=24, \text{ 即 } 2\times \frac{1}{2}OP\times 8=24,$$

$$\therefore OP=3, \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore P(3, 0) \text{ 或 } P(-3, 0). \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

26.解: (1)①证明: 如图 1 中,

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle CDE=\angle BCF=90^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because BF\perp CE$,

$$\therefore \angle BGC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCG+\angle FBC=\angle BCG+\angle ECD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FBC=\angle ECD, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle FBC\sim \triangle ECD, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{CE}{BF}=\frac{CD}{BC}. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

②证明: 如图 1 中, 连接 BE, GD . $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$\because BF\perp CE, EG=CG$,

$\therefore BF$ 垂直平分线段 EC ,

$$\therefore BE=CB, \angle EBG=\angle CBG, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$\because \angle EDC=90^\circ, G$ 为 EC 的中点,

$$\therefore DG=CG,$$

$$\therefore \angle CDG=\angle GCD, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\because \angle ADG+\angle CDG=90^\circ, \angle BCG+\angle ECD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADG=\angle BCG, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$\because AD=BC$,

$$\therefore \triangle ADG\cong \triangle BCG (SAS), \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle DAG=\angle CBG,$$

$$\therefore \angle DAG=\angle EBG,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AGB,$$

$$\therefore \sin \angle AGB = \sin \angle AEB = \frac{AB}{BE} = \frac{AB}{BC} = \frac{CD}{BC} = \frac{CD}{BF}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

(2)如图 2 中, 取 AB 的中点 T , 连接 PT , CP .

\because 四边形 $MNSR$ 与四边形 $MNBA$ 关于 MN 对称, T 是 AB 中点, Q 是 SR 中点,

$\therefore PT = PQ$, MN 垂直平分线段 BS ,

$\therefore BP = PS$,

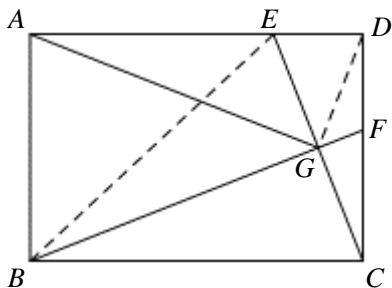
$\because \angle BCS = 90^\circ$,

$\therefore PC = PS = PB$,

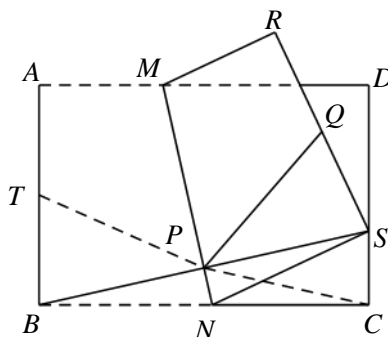
$\therefore PQ + PS = PT + PC$,

当 T, P, C 共线时, $PQ + PS$ 的值最小, 最小值 $= \sqrt{BC^2 + BT^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

$\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$



26 题图 1



26 题图 2

27.解: (1)把点 $A(4, 0)$ 代入 $y = ax^2 + (a+3)x + 3$, 得

$$16a + 4(a+3) + 3 = 0,$$

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{4}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{抛物线的函数表达式为: } y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

把 $x=0$ 代入上式, 得 $y=3$,

\therefore 点 B 的坐标为 $(0, 3)$,

由 $A(4, 0)$, $B(0, 3)$ 可得直线 AB 的函数表达式为: $y = -\frac{3}{4}x + 3$, $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2)根据题意, 得 $OE = m$, $AE = 4 - m$, $AB = 5$,

点 P 的坐标可表示为 $(m, -\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{4}m + 3)$, $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

$$\therefore PE = -\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{4}m + 3 \quad \text{①}$$

$$\because \triangle AEN \sim \triangle AOB,$$

$$\therefore \frac{AN}{AB} = \frac{NE}{BO} = \frac{AE}{4},$$

$$\therefore \frac{AN}{5} = \frac{NE}{3} = \frac{4-m}{4},$$

$$\therefore AN = \frac{5}{4}(4-m), \quad NE = \frac{3}{4}(4-m), \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\because \triangle PMN \sim \triangle AEN, \text{ 且 } \frac{C_1}{C_2} = \frac{6}{5},$$

$$\therefore \frac{PN}{AN} = \frac{6}{5}, \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore PN = \frac{6}{5} AN = \frac{6}{5} \times \frac{5}{4}(4-m) = \frac{3}{2}(4-m),$$

$$\therefore PE = NE + PN = \frac{3}{4}(4-m) + \frac{3}{2}(4-m) = \frac{9}{4}(4-m) \quad \textcircled{2}$$

$$\text{由①、②, 得 } -\frac{3}{4}m^2 + \frac{9}{4}m + 3 = \frac{9}{4}(4-m). \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

解得 $m_1 = 2, m_2 = 4$ (不合题意, 舍去).

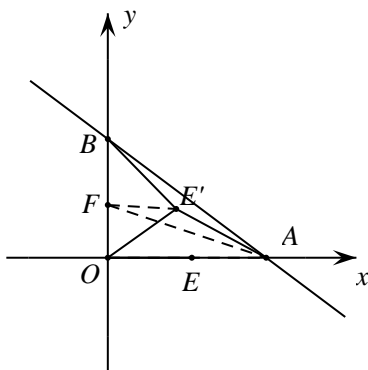
$$\therefore m \text{ 的值为 } 2. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3) 在(2)的条件下, m 的值为 2, 点 $E(2, 0), OE = 2$,

$$\therefore OE' = OE = 2,$$

如图, 取点 $F(0, \frac{4}{3})$, 连接 FE', AF , $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

$$\text{则 } OF = \frac{4}{3}, \quad AF = \sqrt{4^2 + (\frac{4}{3})^2} = \frac{4}{3}\sqrt{10}.$$



27 题图

$$\therefore \frac{OF}{OE'} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{OE'}{OB} = \frac{2}{3}, \text{ 且 } \angle FOE' = \angle E'OB,$$

$\therefore \triangle FOE' \sim \triangle E'OB$,10 分

$$\therefore \frac{FE'}{E'B} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore FE' = \frac{2}{3}E'B, \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore E'A + \frac{2}{3}E'B = E'A + FE' \geq AF = \frac{4}{3}\sqrt{10},$$

$$\therefore E'A + \frac{2}{3}E'B \text{ 的最小值为 } \frac{4}{3}\sqrt{10}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$