

2020 - 2021 学年度第一学期期末调研测试

九年级数学试题

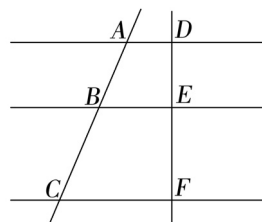
注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷和第 II 卷两部分, 全卷共 6 页, 满分 120 分。
2. 答题前, 考生先将自己的姓名及准考证号填写清楚, 并认真核对条形码上的姓名及准考证号。
3. 第 I 卷为选择题, 每题选出答案后, 必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号【ABCD】涂黑, 如需改动, 先用橡皮擦干净, 再改涂其他答案, 答在试卷上无效。

第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

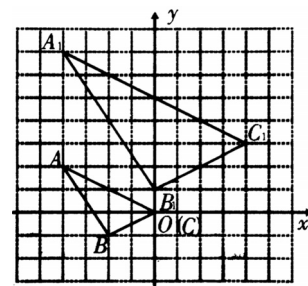
1. 式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是
A. $x \geq 0$ B. $x \leq 1$ C. $x \geq -1$ D. $x \geq 1$
2. 如果 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则下列最确切的结论是
A. $\triangle ABC$ 是直角三角形 B. $\triangle ABC$ 是等腰三角形
C. $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形 D. $\triangle ABC$ 是锐角三角形
3. 一元二次方程 $x(x-1) = x-1$ 的根是
A. 1 B. -1 C. 1 和 0 D. -1 和 0
4. 将抛物线 $y = x^2 + 2$ 向左平移 3 个单位, 那么所得新抛物线的表达式是
A. $y = (x-3)^2 + 2$ B. $y = (x+3)^2 + 2$
C. $y = x^2 - 1$ D. $y = x^2 + 5$
5. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, $AB=5$, $BC=6$, $EF=4$, 则 DE 的长为
A. 2 B. 4
C. 3 D. $\frac{10}{3}$



(5 题图)

6. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 是以点 P 为位似中心的位似图形，且顶点都在格点上，则点 P 的坐标为

- A. $(-4, -3)$
B. $(-3, -4)$
C. $(-3, -3)$
D. $(-4, -4)$



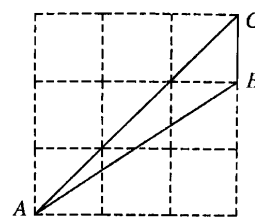
(6 题图)

7. 两个不透明口袋中各有三个相同的小球，将每个口袋的小球分别标号为 1, 2, 3. 从这两个口袋中分别摸出一个小球，则下列事件为随机事件的是

- A. 两个小球的标号之和等于 1
B. 两个小球的标号之和大于 1
C. 两个小球的标号之和等于 6
D. 两个小球的标号之和大于 6

8. 如图，点 A、B、C 在正方形网格的格点上，则 $\sin \angle BAC =$

- A. $\frac{\sqrt{13}}{13}$
B. $\frac{\sqrt{26}}{13}$
C. $\frac{\sqrt{26}}{26}$
D. $\frac{\sqrt{2}}{6}$



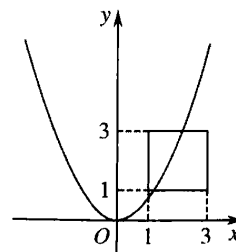
(8 题图)

9. 关于 x 的方程 $(x-2)(x+3) = a^2$ (a 为常数) 的根的情况，下列结论中正确的是

- A. 两个正根
B. 两个负根
C. 一个正根一个负根
D. 无实数根

10. 如图，正方形四个顶点的坐标依次为 $(1, 1)$, $(3, 1)$, $(3, 3)$, $(1, 3)$. 若抛物线 $y = ax^2$ 的图象与正方形有公共点，则实数 a 的取值范围是

- A. $\frac{1}{9} \leq a \leq 3$
B. $\frac{1}{3} \leq a \leq 1$
C. $\frac{1}{9} \leq a \leq 1$
D. $\frac{1}{3} \leq a \leq 3$



(10 题图)

第Ⅱ卷 非选择题（共 90 分）

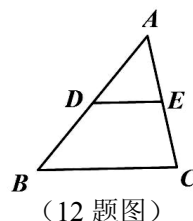
注意事项：

1. 第Ⅱ卷为非选择题，非选择题要答在答题卡上。
2. 请按照题号顺序在各题目的对应答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。

二、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分）

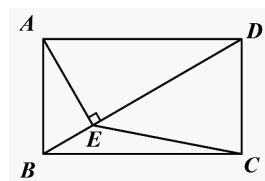
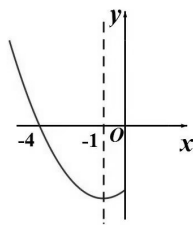
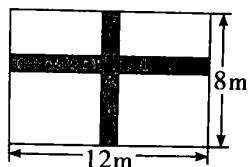
11. $(2\sqrt{2}+1)(2\sqrt{2}-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，D、E 分别是 AB、AC 的中点，若 $\triangle ADE$ 面积为 $\frac{1}{4}$ ，
则四边形 DBCE 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



13. 在一块长 12m，宽 8m 的矩形空地上，修建同样宽的互相垂直的道路（两条道路各与矩形一边平行），剩余部分栽种花草，且栽种花草的面积为 77m^2 ，设道路的宽为 $x\text{m}$ ，则根据题意，可列方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，其与 x 轴的一个交点坐标为 $(-4, 0)$ ，对称轴为 $x=-1$ ，则 $y>0$ 时， x 的取值范围 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 如图，在矩形 ABCD 中，BD 是对角线， $AE \perp BD$ ，垂足为 E，连 CE，若 $\angle ADB = 30^\circ$ ，则 $\tan \angle DEC = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题（共 75 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

16. （本题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分）

(1) 计算： $(-2)^2 \cdot \sin 60^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \sqrt{12}$

(2) 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 24 = 0$

17. (本题 6 分)

关于 x 一元二次方程 $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ 有实数根, 且 m 为正整数, 求 m 的值及此时方程的根.

18. (本题 8 分)

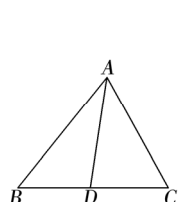
阅读与计算: 请阅读以下材料, 并完成相应的问题

角平分线分线段成比例定理: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, 则 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

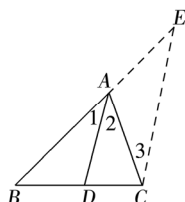
下面是这个定理的部分证明过程,

证明: 如图②, 过 C 作 $CE \parallel DA$, 交 BA 的延长线于 E .

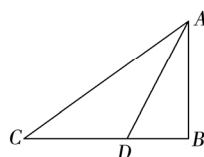
.....



图①



图②



图③

任务:

(1) 请按照上面的证明思路, 写出该证明的剩余部分;

(2) 填空: 如图③, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $BC=4$, $\angle ABC=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, 则 $\triangle ABD$ 的周长是_____.

19. (本题 8 分)

小明和小红进行摸球实验, 他们在一个不透明的空布袋内, 放入两个红球, 一个白球和一个黄球, 共四个小球. 这些小球除颜色外其它相同, 试验规则: 先将布袋内的小球摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 记下颜色后放回, 称为摸球一次.

(1) 小明随机摸球 10 次, 其中 6 次摸出的是红球, 求这 10 次中摸出红球的概率.

(2) 若小红随机摸球两次, 请利用画树状图或列表的方法, 求这两次摸出的球中一个是白球, 一个是黄球的概率.

20. (本题 9 分)

云冈石窟位于大同市, 位于第五窟的三世佛中央坐像是云冈石窟最大的佛像, 某数学课题研究小组针对“三世佛中央坐像的高度有多少米”这一问题展开探究, 过程如下:

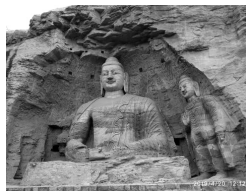
问题提出：如图①是三世佛的中央坐像，请你设计方案并求出它的高度.

方案设计：如图②，该课题研究小组通过研究设计出以下方案，某同学在 D 处用测角器测得佛像最高处 A 的仰角 $\angle ADC = 40^\circ$ ，另一个同学在他的后方 2.14m 的 E 处测得佛像底端 B 的仰角 $\angle BEC = 10^\circ$.

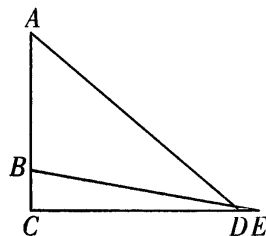
数据收集：通过查阅资料 and 实际测量：佛像底端到观景台的垂直距离 BC 为 5m.

问题解决：

- (1) 根据上述方案及数据，求佛像 AB 的高度；(结果保留整数，参考数据： $\sin 10^\circ \approx 0.17$, $\cos 10^\circ \approx 0.98$, $\tan 10^\circ \approx 0.18$, $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)
- (2) 如果你是课题小组的成员，你还有其它的测量方案吗？请说出你的测量方案和需要测量的数据？



图①



图②

21. (本题 10 分)

在新冠疫情期间，全国人民“众志成城，同心抗疫”，某商家决定将一个月获得的利润全部捐赠给社区用于抗疫. 已知商家购进一批产品，成本价为 10 元/件，拟采取线上和线下两种方式进行销售. 调查发现，线下的月销售 y (单位：件) 与线下售价 x (单位：元/件， $12 \leq x \leq 24$) 满足一次函数的关系，部分数据如下表：

x 元/件	12	13	14	15	16
y 件	1200	1100	1000	900	800

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式；
- (2) 若线上售价始终比线下每件便宜 2 元，且线上的月销售量固定为 400 件. 试问：当 x 为多少时，线上和线下月利润总和达到最大？并求出此时的最大利润.

22. (本题 12 分)

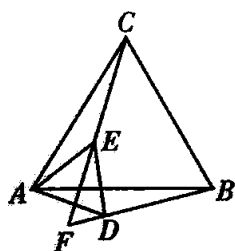
问题情景：在数学活动课上，同学们对等腰三角形进行探究. 在 $\triangle ACB$ 中， $CA = CB$ ，在 $\triangle AED$ 中， $EA = ED$ ，已知 $\angle ACB = \angle AED$ ，直线 BD，CE 交于点 F.

- (1) **观察猜想：**如图①，当 $\angle ACB = \angle AED = 60^\circ$ 时，线段 BD 与 CE 之间的数量关系是

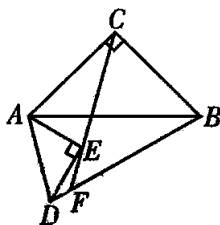
_____, $\angle CFB$ 的度数是_____.

(2) 合作交流: 小华受上述问题启发, 在图②的基础上 ($\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$), 探究线段 BD 与 CE 之间的数量关系和 $\angle CFB$ 的度数, 请你帮小华完成任务.

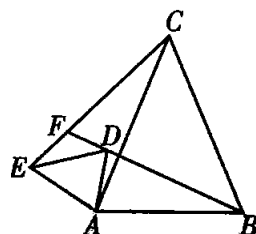
(3) 类比探究: 在小华探究的基础上, 同学们又提出了新的问题, 如图③, 当 $\angle ACB = \angle AED = \alpha$ 时, $\frac{CA}{AB} = \frac{EA}{AD} = k$ 时, 线段 DB 与 CE 之间的数量关系是_____, $\angle CFB$ 的度数是_____.



图①



图②



图③

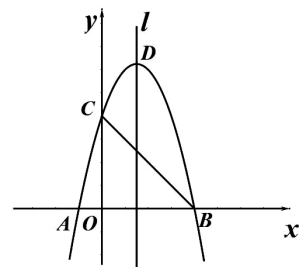
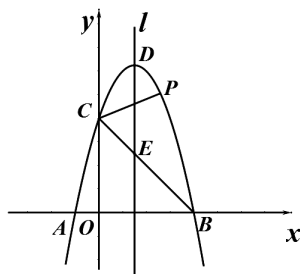
23. (本题 12 分)

如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 8$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(8, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D , 连接 AC , BC , BC 与抛物线的对称轴 l 交于点 E .

(1) 求抛物线的表达式.

(2) 点 P 是第一象限内抛物线上的动点, 连接 PB , PC , 当 $S_{\triangle PBC} = \frac{3}{5} S_{\triangle ABC}$, 求点 P 的坐标.

(3) 点 N 是对称轴 l 右侧抛物线上的动点, 在射线 ED 上是否存在点 M , 使得以点 M , N , E 为顶点的三角形与 $\triangle OBC$ 相似? 若存在, 求点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



备用图