

莆田市 2020~2021 学年上学期期末质量检测卷

九年级数学试卷

考生注意:

1. 本卷共三大题, 25 小题, 全卷满分 150 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.

第 I 卷 选择题(共 40 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有项符合题目要求)

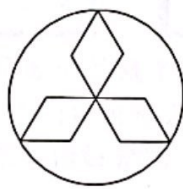
1. 计算 $\tan 45^\circ$ 的结果是

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 1

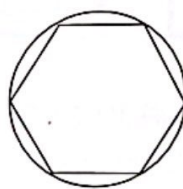
2. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是



A



B



C



D

3. 已知 $\frac{b}{a} = 2$, 则 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是

- A. $a > -2$ 且 $a \neq 0$ B. $a \geq -2$ 且 $a \neq 0$ C. $a \geq -2$ D. $a \neq 0$

5. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 相似比为 2:1, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为

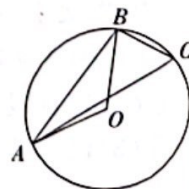
- A. 4:1 B. 2:1 C. 1:2 D. 1:4

6. 将抛物线 $y = x^2 + 2$ 先向上平移 3 个单位再向右平移 1 个单位, 得到的抛物线是

- A. $y = (x-1)^2 + 5$ B. $y = (x+1)^2 - 1$
C. $y = (x-1)^2 - 1$ D. $y = (x+1)^2 + 5$

7. 如图, 点 A, B, C 均在 $\odot O$ 上, 若 $\angle BAO = 32^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数是

- A. 32° B. 45°
C. 58° D. 64°

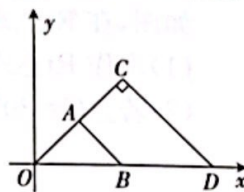


8. 下列关于反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的说法中, 正确的是

- A. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小 B. 双曲线在第一、第三象限
C. 当 $x > 0$ 时, 函数值 $y > 0$ D. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大

9. 如图, $\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形, 位似比为 $1:2$, $\angle OCD = 90^\circ$, $CO = CD$. 若 $B(1,0)$, 则点 C 的坐标为

- A. $(1,2)$
B. $(1,1)$
C. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$
D. $(2,1)$



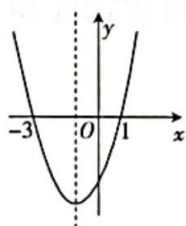
10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 3$ ($a > 0$) 的图象与 x 轴的交点 A 的坐标为 $(n,0)$, 顶点 D 的坐标为 (m,t) , 若 $m+n=0$, 则 t 的值为

- A. -7 B. -6 C. -5 D. -4

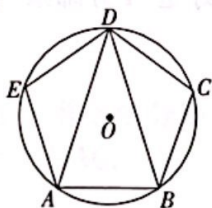
第 II 卷 非选择题(共 110 分)

二、填空题(本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

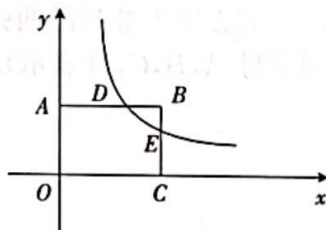
11. 在平面直角坐标系中, 点 $(-2,4)$ 关于原点对称的点的坐标为 _____.
12. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $BC = 12$, 则 $\sin A =$ _____.
13. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 _____.
14. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 1 = 0$ ($a \neq 0$) 的一个解是 $x = 1$, 则代数式 $2020 - a - b$ 的值为 _____.
15. 如图, $\odot O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆, 则 $\angle ADC$ 的度数是 _____.
16. 如图, 矩形 $OABC$ 的面积为 10, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 与 AB 、 BC 分别交于点 D 、 E , 若 $AD = 2BD$, 则 k 的值为 _____.



第 13 题图



第 15 题图



第 16 题图

三、解答题(本大题共 9 个小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

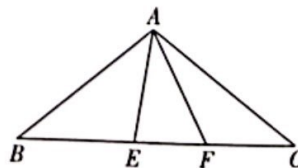
17. (本小题满分 8 分)

解方程: $x^2 - 9x + 20 = 0$.

18. (本小题满分 8 分)

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 E 、 F 在边 BC 上, $\angle EAF = \angle B$.

求证: $\triangle ABF \sim \triangle ECA$.

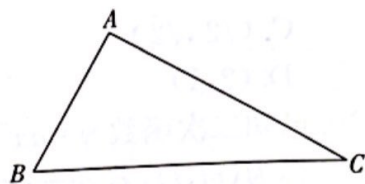


19. (本小题满分 8 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$.

(1) 求作 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$. (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 若 $\angle C=30^\circ$, $BC=8$, 求 AB 的长.



20. (本小题满分 8 分)

明明是一个集邮爱好者, 正值 2021 年辛丑牛年来临之际, 明明收集了自己感兴趣的 4 张牛邮票 (除正面内容不同外, 其余均相同), 现将这四张邮票背面朝上, 洗匀放好.



(1) 明明从中随机地抽取一张邮票是 8 分的概率是_____.

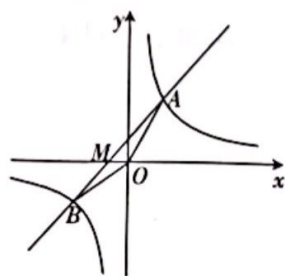
(2) 明明从中随机抽取一张邮票 (不放回), 再从余下的邮票中随机抽取一张, 请你用列表或画树状图的方法求抽到的两张邮票恰好是“4 分邮票”和“10 分邮票”的概率 (这四张邮票分别用字母 A, B, C, D 表示).

21. (本小题满分 8 分)

如图, 反比例函数 $y=\frac{3k}{x}$ ($k>0$) 的图象与过点 $M(-2,0)$ 的直线 $l: y=kx+b$ 交于 A, B 两点, $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{16}{3}$.

(1) 求 k 的值.

(2) 结合图象直接写出关于 x 的不等式 $\frac{3k}{x} > kx+b$ 的解集.



22. (本小题满分 10 分)

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕着点 C 顺时针旋转一定的角度得到 $\triangle DEC$, 点 A, B 的对应点分别是 D, E , 点 E 恰好在 AC 上.

(1) 如图 1, 连接 AD , 若 $\angle ACB=30^\circ$, 求 $\angle ADE$ 的度数.

(2) 如图 2, 延长 DE , 交 AB 边于点 G , 若 $AB=4, BC=3$, 求线段 EG, AG 的长.

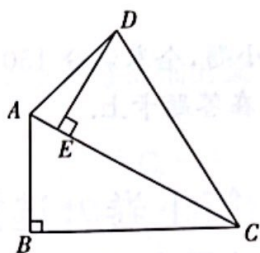


图 1

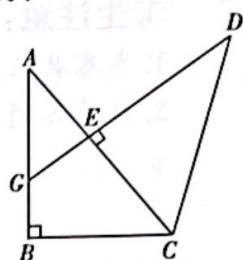
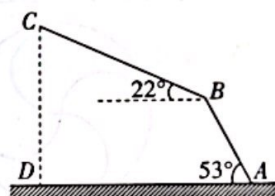


图 2

23. (本小题满分 10 分)

2020 年 5 月 27 日, 2020 珠峰高程测量登山队成功登顶珠穆朗玛峰完成峰顶测量任务, 受此消息鼓舞, 某数学小组开展了一次测量小山高度的活动, 如图, 该数学小组从地面 A 处出发, 沿坡角为 53° 的山坡 AB 直线上行 350 米到达 B 处, 再沿着坡角为 22° 的山坡 BC 直线上行 600 米到达 C 处. 求小山的高度 CD 及该数学小组行进的水平距离 AD (结果精确到 1 米). (参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37, \cos 22^\circ \approx 0.93, \sin 53^\circ \approx 0.8, \cos 53^\circ \approx 0.6$)

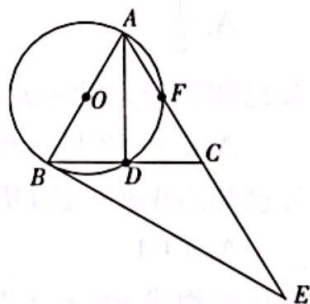


24. (本小题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交 BC, AC 于 D, F 两点, 连接 AD, E 为 AC 延长线上一点, 连接 BE , 若 $\angle E = \angle DAC$.

(1) 求证: BE 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $CE = \sqrt{3}CF, BD=1$, 求 $\odot O$ 半径.



25. (本小题满分 14 分)

已知顶点为 A 的抛物线 $y = ax^2 - 4ax + c$ ($a < 0$), 与 y 轴相交于点 $C(0, -2)$, 其对称轴与 x 轴相交于点 B .

(1) 用含 a 的代数式表示顶点 A 的坐标为 _____.

(2) 若直线 BC 与抛物线的另一个交点 D 在第一象限内, 且 $BD = \sqrt{2}$, 求抛物线的解析式.

(3) 已知点 P 在 y 轴上, 且 $\triangle POA$ 为等腰三角形, 若符合条件的点 P 恰好只有 2 个, 求 a 的值.

莆田市 2020~2021 学年上学期期末质量检测卷

九年级数学试卷参考答案

1. D 2. C 3. B 4. B 5. A 6. A 7. C 8. D 9. B

10. D 提示:函数的对称轴为直线 $x=m=-n$,

由中点公式得,函数与 x 轴另外一个交点的坐标为 $(-3n,0)$,

则设抛物线的表达式为 $y=a(x-n)(x+3n)=a(x^2+2nx-3n^2)=ax^2+bx-3$,

即 $-3an^2=-3$,解得 $an^2=1$,

当 $x=m=-n$ 时, $y=a(x^2+2nx-3n^2)=-4an^2=-4=t$.

11. $(2,-4)$ 12. $\frac{12}{13}$ 13. $x < -3$ 或 $x > 1$ 14. 2021 15. 72°

16. $\frac{20}{3}$ 提示:设 $OA=a$,则 $AB=\frac{10}{a}$; $\because AD=2BD, \therefore AD=\frac{2}{3}AB=\frac{20}{3a}$,

因此点 $D(\frac{20}{3a},a)$,代入 $y=\frac{k}{x}$,解得 $k=\frac{20}{3}$.

17. 解: $(x-4)(x-5)=0$, 4 分

$x-4=0$ 或 $x-5=0$, 6 分

$x_1=4, x_2=5$ 8 分

18. 证明: $\because \angle AEC = \angle B + \angle BAE$,

$\angle BAF = \angle EAF + \angle BAE$,

$\angle EAF = \angle B$,

$\therefore \angle AEC = \angle BAF$ 4 分

又 $\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$, 6 分

$\therefore \triangle ABF \sim \triangle ECA$ 8 分

19. 解: (1) 如图, $\odot O$ 即为所求. 4 分

(2) $\because \angle BAC = 90^\circ, \angle C = 30^\circ$,

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的直径, $\angle B = 60^\circ$.

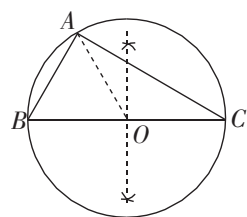
连接 OA ,

$\because OA = OB$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

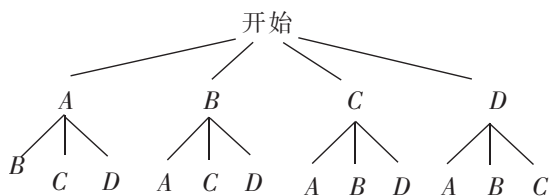
$\therefore OA = \frac{1}{2}BC = 4$,

$\therefore \widehat{AB}$ 的长 $= \frac{60\pi \cdot 4}{180} = \frac{4}{3}\pi$ 8 分



20. 解: (1) $\frac{1}{2}$ 2 分

(2) 画树状图如图所示: 5 分



由图可知,共有 12 种等可能的结果数,其中恰好是“4 分邮票”和“10 分邮票”的结果数有 2 种,

∴ 抽到的两张邮票恰好是“4 分邮票”和“10 分邮票”的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 8 分

21. 解: (1) 把 $M(-2, 0)$ 代入 $y = kx + b$, 可得 $b = 2k$,

∴ $y = kx + 2k$ 1 分

由 $\begin{cases} y = \frac{3k}{x}, \\ y = kx + 2k, \end{cases}$ 消去 y 与 k 得到 $x^2 + 2x - 3 = 0$,

解得 $x = -3$ 或 1 , 2 分

∴ $B(-3, -k), A(1, 3k)$.

∴ $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{16}{3}$,

∴ $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3k + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot k = \frac{16}{3}$, 3 分

解得 $k = \frac{4}{3}$ 5 分

(2) 关于 x 的不等式 $\frac{3k}{x} > kx + b$ 的解集为 $x < -3$ 或 $0 < x < 1$ 8 分

22. 解: (1) ∵ $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转一定角度得到 $\triangle DEC$, 点 E 恰好在 AC 上,

∴ $CA = CD, \angle ECD = \angle BCA = 30^\circ, \angle DEC = \angle ABC = 90^\circ$,

∴ $\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$,

∴ $\angle ADE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ 4 分

(2) ∵ $\angle ABC = 90^\circ, AB = 4, BC = 3$,

∴ $AC = 5$ 5 分

∴ $\triangle ABC$ 绕着点 C 旋转一定的角度得到 $\triangle DEC$,

∴ $CE = BC = 3, CD = AC = 5, DE = AB = 4, \angle A = \angle D$,

∴ $AE = AC - CE = 2$ 7 分

∴ $\angle A = \angle D, \angle AEG = \angle CED$,

∴ $\triangle AGE \sim \triangle DCE$,

∴ $\frac{AG}{CD} = \frac{EG}{CE} = \frac{AE}{DE}$, 即 $\frac{AG}{5} = \frac{EG}{3} = \frac{2}{4}$,

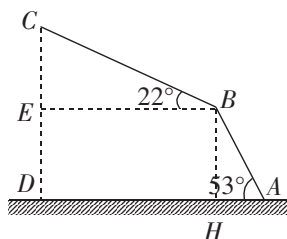
∴ $AG = 2.5, EG = 1.5$ 10 分

23. 解: 如图, 过 B 作 $BE \perp CD$ 于 E , 过 B 作 $BH \perp AD$ 于 H ,

则 四边形 $BEDH$ 是矩形,

∴ $DE = BH, BE = DH$.

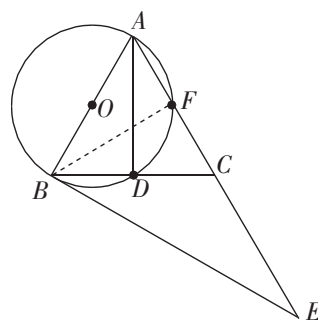
在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, ∵ $BC = 600, \angle CBE = 22^\circ$,



$\therefore CE = BC \cdot \sin 22^\circ \approx 600 \times 0.37 = 222$ (米),
 $BE = BC \cdot \cos 22^\circ \approx 600 \times 0.93 = 558$ (米), 4 分
 $\therefore DH = BE = 558$ (米).
 $\therefore AB = 350$,
 在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中, $BH = AB \cdot \sin 53^\circ \approx 350 \times 0.8 = 280$ (米),
 $AH = AB \cdot \cos 53^\circ \approx 350 \times 0.6 = 210$ (米), 8 分
 $\therefore CD = CE + DE = CE + BH = 222 + 280 = 502$ (米),
 $AD = AH + DH = 210 + 558 = 768$ (米).
 答:小山的高度 CD 为 502 米,该数学小组行进的水平距离 AD 为 768 米. 10 分

24. 解:(1)证明: $\because AB = BC$,
 $\therefore \angle BAC = \angle ACB$.
 $\because \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD, \angle ACB = \angle CBE + \angle E, \angle E = \angle DAC$,
 $\therefore \angle CBE = \angle BAD$ 3 分
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABE = \angle ABD + \angle CBE = \angle ABD + \angle DAB = 90^\circ$,
 $\therefore AB \perp BE$,
 $\therefore BE$ 为 $\odot O$ 的切线. 5 分

(2)如图,连接 BF ,
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle AFB = 90^\circ$.
 又 $\because AB = BC$,
 $\therefore AF = CF$.
 $\because CE = \sqrt{3}CF$,
 $\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} = 4 - 2\sqrt{3}$ 8 分



$\because \angle E = \angle CAD, \angle ABE = \angle ADC = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle ADC \sim \triangle EBA$,
 $\therefore \frac{DC}{AB} = \frac{AC}{AE} = 4 - 2\sqrt{3}$ 10 分
 $\because BD = 1, AB = BC$,
 $\therefore \frac{AB - 1}{AB} = 4 - 2\sqrt{3}$,
 $\therefore AB = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$,
 $\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{2\sqrt{3} + 3}{6}$ 12 分

25. 解:(1)(2, $-4a - 2$). 3 分

(2)过点 D 作 $DH \perp x$ 轴于点 H ,如图 1,

$\because C(0, -2)$, 且由(1)可得点 B 的坐标为 $(2, 0)$,

$$\therefore OB = OC = 2,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle DBH = 45^\circ.$$

$$\therefore BD = \sqrt{2},$$

$$\therefore BH = DH = 1,$$

$$\therefore OH = OB + BH = 2 + 1 = 3,$$

$$\therefore D(3, 1),$$

把 $C(0, -2), D(3, 1)$ 代入 $y = ax^2 - 4ax + c$ 中得,

$$\begin{cases} c = -2, \\ 9a - 12a + c = 1, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = -1, \\ c = -2, \end{cases}$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 4x - 2$ 8 分

(3) $\because P$ 在 y 轴上, 且 $\triangle POA$ 为等腰三角形, 符合条件的点 P 恰好只有 2 个,

\therefore ①当抛物线的顶点 A 在 x 轴上时, $\angle POA = 90^\circ$, 则 $OP = OA$, 这样的 P 点只有 2 个, 正、负半轴各一个, 如图 2,

此时 $A(2, 0)$,

$$\therefore -4a - 2 = 0,$$

解得 $a = -\frac{1}{2}$; 11 分

②当抛物线的顶点 A 不在 x 轴上时, $\angle AOB = 30^\circ$ 时, 则 $\triangle OPA$ 为等边三角形或 $\angle AOP = 120^\circ$ 的等腰三角形, 这样的 P 点也只有两个, 如图 3,

$$\therefore AB = OB \cdot \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore |-4a - 2| = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ 或 } -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

综上, $a = -\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$ 或 $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$ 14 分

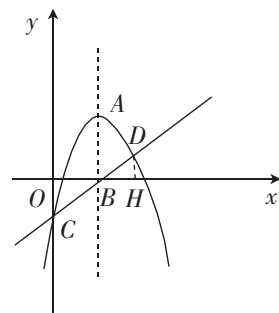


图 1

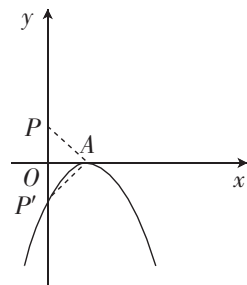


图 2

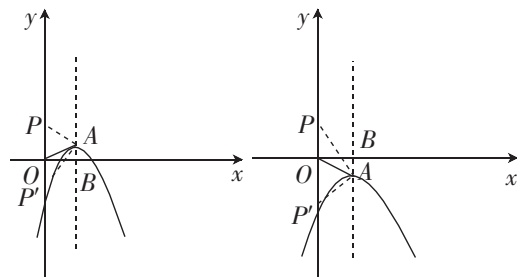


图 3