

2020 - 2021 学年度九年级第一次质量检测试卷

数 学

注意事项:

本试卷分试题卷和答题卡两部分,考试时间 100 分钟,满分 120 分.考生应首先阅读答题卡上的文字信息,然后在答题卡上作答,在试题卷上作答无效.交卷时只交答题卡.

一、选择题(本题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分)在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下列事件中,属于随机事件的是

- A. 掷一枚硬币 10 次,仅有 1 次正面朝上
- B. 三角形的三个内角之和等于 180°
- C. 从装有 5 个红球的袋子里摸出一个白球
- D. 在地面向上抛出一个篮球还会下落

2. 一元二次方程 $x^2 = x$ 的实数根是

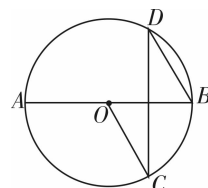
- A. ± 1
- B. 0
- C. 1
- D. 0 或 1

3. 下列函数中,当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大的是

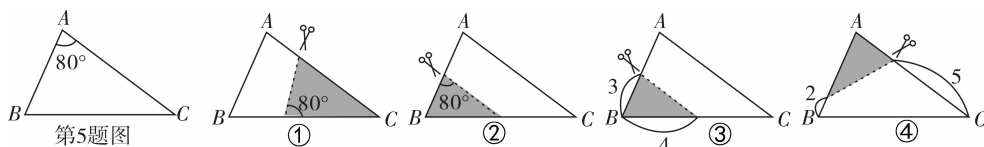
- A. $y = -x + 1$
- B. $y = x^2 - 1$
- C. $y = \frac{1}{x}$
- D. $y = -x^2 + 1$

4. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径,点 C, D 是圆上两点,且 $\angle CDB = 28^\circ$,则 $\angle AOC =$

- A. 56°
- B. 118°
- C. 124°
- D. 152°



5. 如图,在三角形纸片中, $\angle A = 80^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$. 将 $\triangle ABC$ 沿图示中的虚线剪开,剪下的阴影三角形与原三角形相似的有



- A. ①②③
- B. ①②④
- C. ①③④
- D. ①②③④

6. 据统计,星月时代广场 2020 年十月份鞋帽专柜的营业额为 100 万元,十二月份鞋帽专柜的营业额为 150 万元. 设十到十二月每月平均增长率为 x ,则下列方程正确的是

- A. $100(1+x) + 100(1+x)^2 = 150$
- B. $100 + 100(1+x) + 100(1+x)^2 = 150$

C. $100(1+2x) = 150$

D. $100(1+x)^2 = 150$

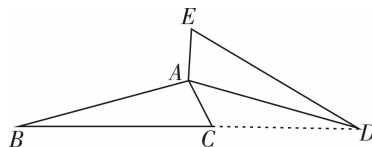
7. 如图, $\triangle ABC$ 中 $\angle BAC = 100^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 150° , 得到 $\triangle ADE$, 这时点 B, C, D 恰好在同一直线上, 则 $\angle E$ 的度数为

A. 50°

B. 75°

C. 65°

D. 60°



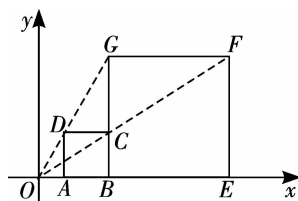
8. 如图, 在平面直角坐标中, 正方形 $ABCD$ 与正方形 $BEFG$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形, 且相似比为 $\frac{1}{3}$, 点 A, B, E 在 x 轴上, 若正方形 $BEFG$ 的边长为 12, 则 C 点坐标为

A. $(6, 4)$

B. $(6, 2)$

C. $(4, 4)$

D. $(8, 4)$



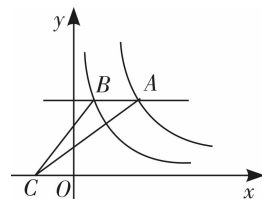
9. 如图, 平行于 x 轴的直线与函数 $y = \frac{k_1}{x} (k_1 > 0, x > 0)$, $y = \frac{k_2}{x} (k_2 > 0, x > 0)$ 的图象分别相交于 A, B 两点, 点 A 在点 B 的右侧, C 为 x 轴上的一个动点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 则 $k_1 - k_2$ 的值为

A. -12

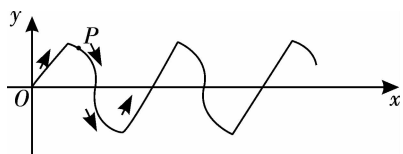
B. 12

C. -6

D. 6



10. 在平面直角坐标系中, 若干个半径为 1 个单位长度、圆心角为 60° 的扇形组成一条连续的曲线, 点 P 从原点 O 出发, 向右沿这条曲线做上下起伏运动 (如图), 点 P 在直线上运动的速度为每秒 1 个单位长度, 点 P 在弧线上运动的速度为每秒 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 则 2021 秒时, 点 P 的坐标是



A. $(2021, \sqrt{3})$

B. $(2021, -\sqrt{3})$

C. $(\frac{2021}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

D. $(\frac{2021}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

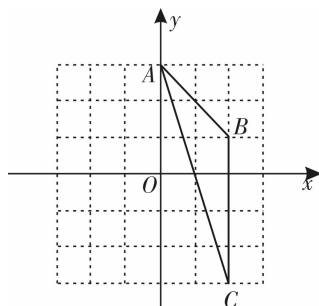
二、填空题(每小题3分,共15分)

11. 若 $x=0$ 是一元二次方程 $(m-2)x^2 + x + m^2 - 4 = 0$ 的一个根,则 m 的值为_____.

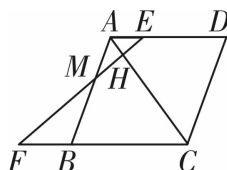
12. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(0,3)$,点 $B(2,1)$,点 $C(2,-3)$. 则经画图操作可知: $\triangle ABC$ 的外心的坐标应是_____.

13. 将二次函数 $y = x^2 - 4x - 4$ 的图象先向上平移3个单位长度,再向右平移2个单位长度得到的图象对应的二次函数的解析式为 $y = x^2 + ax + b$,则 $ab =$ _____.

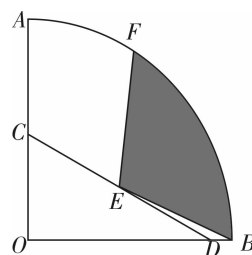
14. 如图,菱形 $ABCD$ 中, $EF \perp AC$,垂足为点 H ,分别与 AD 、 AB 及 CB 的延长线交于点 E 、 M 、 F ,且 $AE:FB = 1:2$,则 $AH:AC$ 的值为_____.



(12 题图)



(14 题图)



(15 题图)

15. 如图所示,在扇形 OAB 中, $\angle AOB = 90^\circ$,半径 $OA = 4$,点 F 位于 \widehat{AB} 的 $\frac{1}{3}$ 处且靠近点 A 的位置. 点 C 、 D 分别在线段 OA 、 OB 上, $CD = 4$, E 为 CD 的中点,连接 EF 、 BE . 在 CD 滑动过程中(CD 长度始终保持不变),当 EF 取最小值时,阴影部分的周长为_____.

三、解答题(本大题共8个小题,共75分)

16. (8分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(k+1)x + k^2 = 0$

(1) 当 k 取何值时,原方程没有实数根?

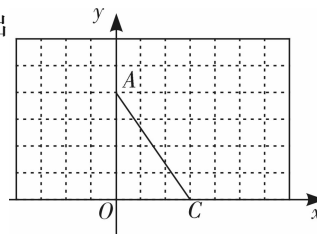
(2) 对 k 选取一个合适的非零整数,使原方程有两个不相等的实数根,并求此时这两个实数根.

17. (8 分) 如图, 在直角坐标系中, $A(0,4), C(3,0)$.

(1) ①画出线段 AC 关于 y 轴对称的线段 AB ;

②将线段 CA 绕点 C 顺时针旋转一个角, 得到对应线段 CD , 使得 $AD \parallel x$ 轴, 请画出线段 CD ;

(2) 若直线 $y = kx$ 平分 (1) 中四边形 $ABCD$ 的面积, 请求出实数 k 的值.



18. (8 分) 图 1 是一枚质地均匀的正四面体形状的骰子, 每个面上分别标有数字 2, 3, 4, 5. 图 2 是一个正六边形棋盘, 现通过掷骰子的方式玩跳棋游戏, 规则是: 将这枚骰子在桌面掷出后, 看骰子落在桌面上 (即底面) 的数字是几, 就从图中的 A 点开始沿着顺时针方向连续跳动几个顶点, 第二次从第一次的终点处开始, 按第一次的方法继续……

(1) 随机掷一次骰子, 则棋子跳动到点 C 处的概率是_____.

(2) 随机掷两次骰子, 用画树状图或列表的方法, 求棋子最终跳动到点 C 处的概率.

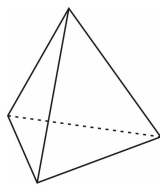


图1

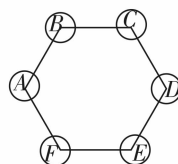


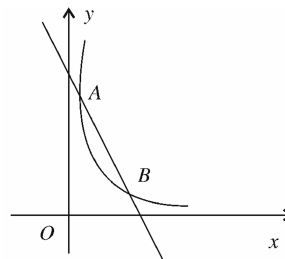
图2

19. (10 分) 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 与反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(m, 6), B(n, 3)$ 两点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 根据图象直接写出 $kx + b - \frac{6}{x} < 0$ 时 x 的取值范围;

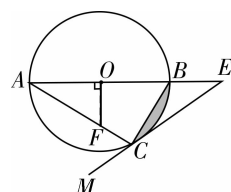
(3) 若 M 是 x 轴上一点, 且 $\triangle MOB$ 和 $\triangle AOB$ 的面积相等, 求点 M 坐标.



20. (10 分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, AB 是 $\odot O$ 的直径, $OF \perp AB$, 交 AC 于点 F , 点 E 在 AB 的延长线上, 射线 EM 经过点 C , 且 $\angle ACE + \angle AFO = 180^\circ$.

(1) 求证: EM 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle A = \angle E$, $BC = \sqrt{3}$, 求阴影部分的面积. (结果保留 π 和根号)



21. (10 分) “互联网+”时代, 网上购物备受消费者青睐, 某网店专售一款休闲裤, 其成本为每条 40 元, 当售价为每条 80 元时, 每月可售出 100 条. 为了吸引更多顾客, 该网店采取降价措施. 据市场调查反映: 销售单价每降 1 元, 则每月可多销售 5 条. 设每条裤子的售价为 x 元 (x 为正整数), 每月的销售量为 y 条.

(1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式;

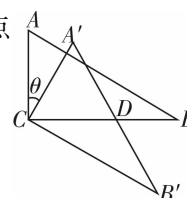
(2) 若销售期间保证销售单价不低于成本单价且每条获利不高 60%, 设该网店每月获得的利润为 W 元, 当销售单价为多少元时, 每月获得的利润最大, 最大利润是多少?

(3) 在“新冠”疫情期间, 全国人民“众志成城, 同心抗疫”. 在销售单价不低于成本单价且每条获利不高于 60% 的前提下, 该网店店主决定每月从利润中捐出 1000 元用于抗疫. 为了保证捐款后每月利润不低于 3000 元, 且让消费者得到最大的实惠, 该如何确定休闲裤的销售单价?

22. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针旋转, 旋转角为 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$), 得到 $\triangle A'B'C$.

(1) 如图①, 当 $AB \parallel CB'$ 时, 设 $A'B'$ 与 CB 相交于点 D .

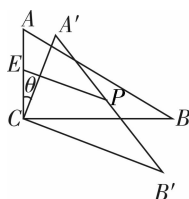
求证: $\triangle A'CD$ 是等边三角形.



图①

The diagram shows a triangle ABC . Point A' lies on the side AC , and point C' lies on the side AB . Line segments $A'B$ and $C'B$ are drawn. The angle θ is indicated between the side AC and the line segment $A'B$.

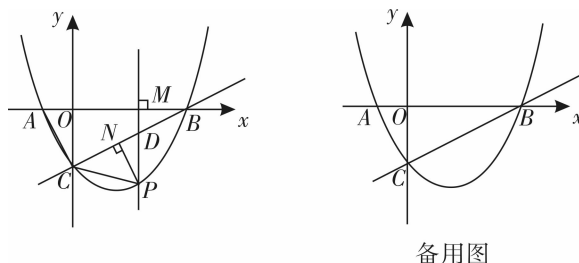
(3)如图③,设 AC 中点为 E , $A'B'$ 中点为 P , $AC = a$, 连接 EP , 当 $\theta =$ _____° 时, EP 长度最大, 最大值为 _____.



23. (11 分) 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 左边), 与 y 轴交于点 C . 直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 经过 B 、 C 两点.

(2) 点 P 是抛物线上的一动点, 过点 P 且垂直于 x 轴的直线与直线 BC 及 x 轴分别交于点 D 、 M . $PN \perp BC$, 垂足为 N . 设 $M(m, 0)$.

②当点 P 在直线 BC 下方的抛物线上运动时,是否存在一点 P ,使 $\triangle PNC$ 与 $\triangle AOC$ 相似.若存在,请直接写出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.



2020 - 2021 学年度九年级第一次质量检测

数学参考答案及评分标准

一、选择题:(每题 3 分,共 10 分)

1 - 5 ADBCB 6 - 10 DCABC

二、填空题:(每题 3 分,共 15 分)

11. -2 ; 12. $(-2, -1)$; 13. -88 ; 14. $\frac{1}{6}$; 15. $2 + 2\sqrt{3} + \frac{4}{3}\pi$

三、解答题(本大题共 8 个小题,共 75 分)

16. (8 分)

解:(1) \because 方程没有实数根,

$$\therefore \Delta < 0,$$

$$\text{即} = [2(k+1)]^2 - 4k^2 < 0$$

$$\therefore 8k + 4 < 0$$

$$\therefore k < -\frac{1}{2}$$

\therefore 当 $k < -\frac{1}{2}$ 时,原方程没有实数根.4 分

(2) 由(1)可知,当 $k > -\frac{1}{2}$ 时,方程有两个不相等的实数根,且 k 为非零整数。

\therefore 选取 $k = 1$ (不唯一),

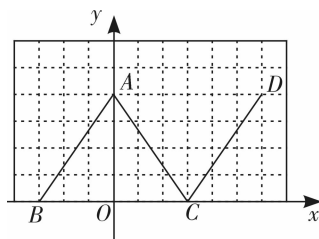
此时原方程变为 $x^2 - 4x + 1 = 0$

解之得, $x_1 = 2 + \sqrt{3}$, $x_2 = 2 - \sqrt{3}$ 8 分

17. (8 分)

解:(1) ①线段 AB 如图所示;2 分

②线段 CD 如图所示;4 分



(2) 由图可知, $AD = BC$, $AD \parallel BC$,

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

若要使直线 $y = kx$ 平分平行四边形 $ABCD$ 的面积,

则直线 $y = kx$ 必经过平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点.

$\because A(0, 4), C(3, 0)$,

\therefore 平行四边形对角线的交点坐标为 $(\frac{3}{2}, 2)$

把 $(\frac{3}{2}, 2)$ 代入 $y = kx$ 得, $\frac{3}{2}k = 2$,

解得 $k = \frac{4}{3}$8 分

18. (8 分)

解:(1)随机掷一次骰子,则棋子跳动到点 C 处的概率是 $\frac{1}{4}$;2 分

(2)列表如图:

| 第 1 次 第 2 次 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|
| 2 | (2,2) | (3,2) | (4,2) | (5,2) |
| 3 | (2,3) | (3,3) | (4,3) | (5,3) |
| 4 | (2,4) | (3,4) | (4,4) | (5,4) |
| 5 | (2,5) | (3,5) | (4,5) | (5,5) |

(树状图或列表)6 分

共有 16 种等可能性的结果,和为 8 可以到达点 C ,有 3 种情形,

所以 $P(\text{棋子最终跳动到 } C \text{ 点处}) = \frac{3}{16}$8 分

19. (10 分)

解:(1) \because 点 $A(m,6)$ 、 $B(n,3)$ 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 图象上,

$\therefore m = 1, n = 2$,

$\therefore A$ 点坐标是 $(1,6)$, B 点坐标是 $(2,3)$,

把 $(1,6)$ 、 $(2,3)$ 代入一次函数 $y = kx + b$ 中,得 $\begin{cases} k + b = 6 \\ 2k + b = 3 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k = -3 \\ b = 9 \end{cases}$

一次函数的解析式为 $y = -3x + 9$;4 分

(2)观察图象可知, $kx + b - \frac{6}{x} < 0$ 时 x 的取值范围是 $0 < x < 1$ 或 $x > 2$;6 分

(3)设直线 AB 交 x 轴于 P ,则 $P(3,0)$,设 $M(m,0)$,

$\because S_{\triangle AOB} = S_{\triangle OBM}$,

$\therefore S_{\triangle AOP} - S_{\triangle OBP} = S_{\triangle OBM}$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{1}{2} |m| \cdot 3$,

解得 $m = \pm 3$,

\therefore 点 M 的坐标为 $(-3,0)$ 或 $(3,0)$10 分

20. (10 分)

(1)如图,连接 OC .

$\because OF \perp AB$,

$\therefore \angle AOF = 90^\circ$.

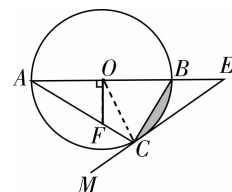
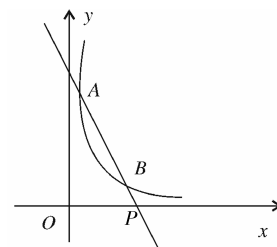
$\therefore \angle A + \angle AFO + 90^\circ = 180^\circ$,

$\therefore \angle ACE + \angle AFO = 180^\circ$,

$\therefore \angle ACE = 90^\circ + \angle A$,

$\because OA = OC, \therefore \angle A = \angle ACO$,

$\therefore \angle ACE = 90^\circ + \angle ACO = \angle ACO + \angle OCE$,



$\therefore \angle OCE = 90^\circ$,
 $\therefore OC \perp CE$,
 \therefore 点 C 在 $\odot O$ 上
 $\therefore EM$ 是 $\odot O$ 的切线。……5 分
 (2) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$
 $\therefore \angle ACO + \angle BCO = \angle BCE + \angle BCO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACO = \angle BCE$.
 $\because \angle A = \angle E$, $\therefore \angle A = \angle ACO = \angle BCE = \angle E$.
 $\therefore \angle ABC = \angle BCE + \angle E = 2\angle A$, $\therefore \angle A + \angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore \angle A = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore OB = OC$
 $\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形, $\therefore OB = BC = \sqrt{3}$
 \therefore 阴影部分的面积 $= \frac{60\pi \times (\sqrt{3})^2}{360} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}$. ……10 分

21. (10 分)

解: (1) 根据题意, 得 $y = 100 + 5(80 - x)$, 即 $y = -5x + 500$. ……2 分

(2) 根据题意, 得 $W = y(x - 40) = -5(x - 70)^2 + 4500$.

$\because a = -5 < 0$,

\therefore 抛物线开口向下

\therefore 当 $x < 70$ 时, W 随 x 的增大而增大,

\therefore 每件单价不低于成本单价且每条获利不高于 60%

$\therefore 40 \times (1 + 60\%) = 64$

$\therefore 40 \leq x \leq 64$

\therefore 当 $x = 64$ 时, W 有最大值, 最大值为 4320.

答: 当每条售价为 64 元时, 每月获得利润最大, 最大利润为 4320 元. ……6 分

(3) 根据题意, 得 $W \geq 3000 + 1000$

$-5(x - 70)^2 + 4500 \geq 3000 + 1000$.

解方程 $-5(x - 70)^2 + 4500 = 3000 + 1000$

得 $x_1 = 60, x_2 = 80$.

\therefore 抛物线开口向下, 对称轴为直线 $x = 70$,

$\therefore 60 \leq x \leq 80$

又 \because 销售单价不低于成本单价且每条获利不高于 60%

$\therefore 40 \leq x \leq 64$

$\therefore 60 \leq x \leq 64$ 时, 符合该网店要求.

\therefore 为了让顾客得到最大实惠,

$\therefore x = 60$.

\therefore 当销售单价定为 60 元时, 既符合网店要求, 又能让顾客得到最大实惠. ……10 分

22. (10 分)

(1) 证明:

$$\because AB \parallel CB',$$

$$\therefore \angle B = \angle BCB' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A'CD = 60^\circ,$$

$$\because \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ$$

$$\therefore \angle A' = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A'CD = \angle A' = \angle A'DC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle A'CD$ 是等边三角形;.....4 分

(2) $\frac{AA'}{BB'}$ 的值不变, 恒为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$5 分

理由如下:

$$\because \angle ABC = \angle A'B'C = 30^\circ.$$

$$\angle ACB = \angle A'CB' = 90^\circ$$

$$\therefore AC = \frac{1}{2}AB$$

$$A'C = \frac{1}{2}A'B'$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{A'C}{B'C} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\because \angle ACA' = \angle BCB' = \theta$$

$$\therefore \triangle ACA' \sim \triangle BCB'$$

$$\therefore \frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(3) $120^\circ, \frac{3}{2}a$10 分

23. (11 分)

解: (1) 针对于直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$,

$$\text{令 } x=0, \text{ 则 } y=-2,$$

$$\therefore C(0, -2),$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则}$$

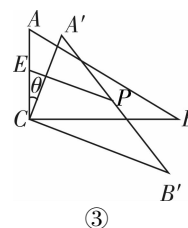
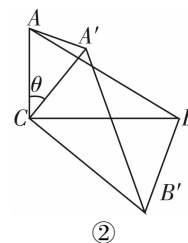
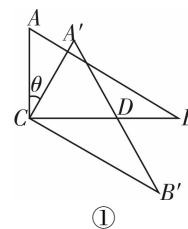
$$0 = \frac{1}{2}x - 2$$

$$\therefore x=4,$$

$$\therefore B(4, 0),$$

将点 B, C 坐标代入抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 中,

$$\text{得} \begin{cases} c = -2 \\ 8 + 4b + c = 0 \end{cases}$$



$$\therefore \begin{cases} b = -\frac{3}{2}, \\ c = -2 \end{cases},$$

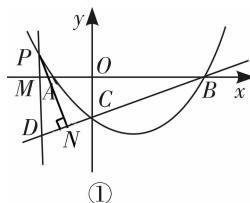
\therefore 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$ 3 分

(2) ① $\because PM \perp x$ 轴, $M(m, 0)$,

$$\therefore P(m, \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m - 2), D(m, \frac{1}{2}m - 2),$$

$\because P, D, M$ 三点中恰有一点是其它两点所连线段的中点, 分三种情况:

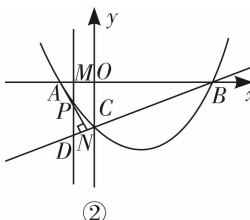
(1) 当点 M 是 DP 的中点时, 如图①, $MD = PM$,



$$0 - (\frac{1}{2}m - 2) = \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m - 2,$$

$\therefore m = -2$ 或 $m = 4$ (此时点 D, M, P 三点重合, 舍去)

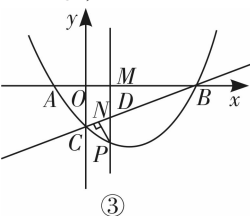
(2) 当点 P 是 DM 的中点时, 如图②, $MD = 2MP$



$$\therefore \frac{1}{2}m - 2 = 2(\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m - 2),$$

$\therefore m = -\frac{1}{2}$ 或 $m = 4$ (此时点 D, M, P 三点重合, 舍去)

(3) 当点 D 是 PM 的中点时, 如图③, $MP = 2DM$



$$\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m - 2 = 2(\frac{1}{2}m - 2),$$

$\therefore m = 1$ 或 $m = 4$ (此时点 D, M, P 三点重合, 舍去),

综上所述, 符合条件的 m 的值为 -2 或 $-\frac{1}{2}$ 或 19 分

②存在满足条件的点 P , 点 P 的坐标为 $(3, -2)$ 或 $(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8})$11 分