

2020 年秋期九年级期终调研测试 数学试卷

一. 选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

2021.1

1. 下列等式正确的是【 】

- A. $(\sqrt{3})^2 = 3$ B. $\sqrt{(3)^2} = -3$ C. $\sqrt{(3)^3} = 3$ D. $(-\sqrt{3})^2 = -3$

2. 若一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相同的实数根, 则实数 m 的取值范围是【 】

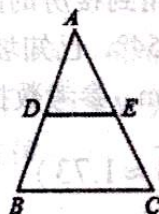
- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$

3. 抛物线 $y = 3(x-1)^2 + 1$ 的顶点坐标是【 】

- A. (1, 1) B. (-1, 1) C. (-1, -1) D. (1, -1)

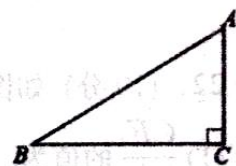
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, 连接 DE , 若 $S_{\triangle ADE} = 1$, 则四边形 $DBCE$ 的面积为【 】

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



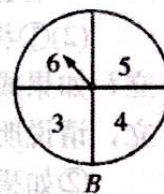
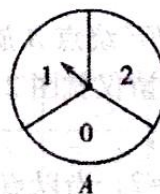
5. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4$, $AC = 3$, 则 $\sin B$ 的值为【 】

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$



6. 如图, A 、 B 两个转盘分别被平均分成三个、四个扇形, 分别转动 A 盘、 B 盘各一次. 转动过程中, 指针保持不动, 如果指针恰好指在分割线上, 则重转一次, 直到指针指向一个数字所在的区域为止. 两个转盘停止后指针所指区域内的数字之和小于 6 的概率是【 】

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$



7. 将抛物线 $y = -5x^2 + 1$ 向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 所得到的抛物线为【 】

- A. $y = -5(x+1)^2 + 1$ B. $y = -5(x+1)^2 - 1$
C. $y = -5(x-1)^2 + 1$ D. $y = -5(x-1)^2 - 1$

8. 如图, 已知零件的外径为 $25mm$, 现用一个交叉卡钳 (两条尺长 AC 和 BD 相等, $OC = OD$) 量零件的内孔直径 AB . 若 $OC:AC = 1:3$, 量得 $CD = 10mm$, 则零件的厚度为【 】

- A. 2 mm B. 2.5 mm C. 3 mm D. 3.5 mm

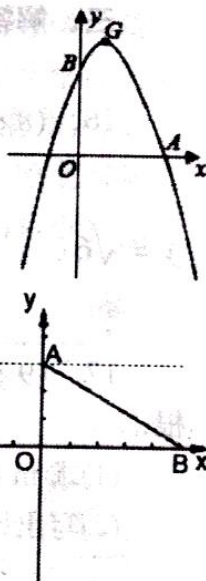


9. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 2x + c$ 与 x 轴正半轴, y 轴正半轴分别交于点 A, B , 且 $OA = OB$, 则 c 的值为【 】

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 如图, 在平面直角坐标系中, $A(0, 3), B(5, 0)$. 把 $\triangle AOB$ 绕着点 O 旋转, 使点 A, B 分别落在点 A', B' 处, 若 $AB' \parallel x$ 轴, 点 B' 在第一象限, 则点 A 的对应点 A' 的坐标为【 】

- A. $(-\frac{9}{5}, \frac{12}{5})$ B. $(-\frac{12}{5}, \frac{9}{5})$
C. $(-\frac{16}{5}, \frac{12}{5})$ D. $(-\frac{12}{5}, \frac{16}{5})$



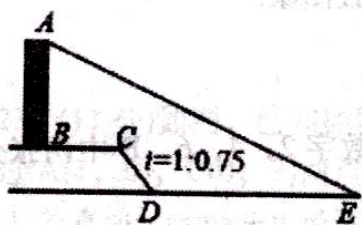
二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算 $6\sqrt{5} - 10\sqrt{\frac{1}{5}}$ 的结果是_____.

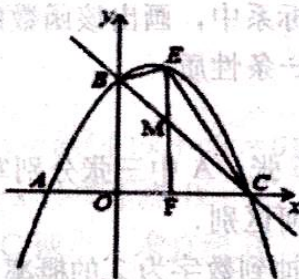
12. 在一个不透明的口袋里有标号为 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 除数字不同外, 小球没有任何区别, 摸球前先搅拌均匀, 每次摸一个球. 若从袋中不放回地摸两次, 则两球标号数字是一奇一偶的概率是_____.

13. 如图, AB 是一垂直于水平面的建筑物, BC 是建筑物底端一个平台, 斜坡 CD 的坡度 (或坡比) 为 $i = 1:0.75$ 、坡长为 10 米, DE 为地平面 (A, B, C, D, E 均在同一平面内), 则平台距地面的高度为_____米.

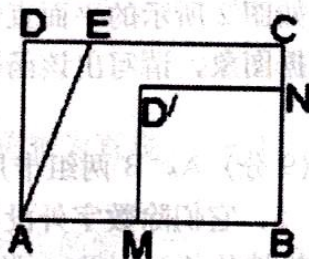
14. 如图, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴交于点 C , 与 y 轴交于点 B , 抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$ 经过 B, C 两点. 点 E 是直线 BC 上方抛物线上的一动点, 过点 E 作 y 轴的平行线交直线 BC 于点 M , 则 EM 的最大值为_____.



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AD = 5, AB = 7$, 正方形 $MBND'$ 的顶点 M, N 分别在矩形的边 AB, BC 上, 点 E 为 DC 上一个动点, 当点 D 与点 D' 关于直线 AE 对称时, DE 的长为_____.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8 分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-y}{x}-x-1) \div \frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$, 其中 $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{6}$.

17. (9 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+1)x+m^2-1=0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 写出一个满足条件的 m 的值, 并求此时方程的根.

18. (9 分) 如图 1, 点 O 是矩形 $ABCD$ 的中心(对角线的交点), $AB=4\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$. 点 M 是边 AB 上的一动点, 过点 O 作 $ON \perp OM$, 交 BC 于点 N . 设 $AM=x$, $ON=y$. 今天我们将根据学习函数的经验, 研究函数值 y 随自变量 x 的变化而变化的规律.

下面是某同学做的一部分研究结果, 请你一起参与解答:

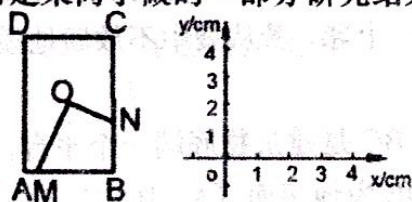


图 1

图 2

- (1) 写出自变量 x 的取值范围;
- (2) 通过计算, 得到了 x 与 y 的几组值, 如下表:

x/cm	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y/cm	2.40	2.24	2.11	2.03	2.00		2.11	2.24	2.40

请你补全表格;

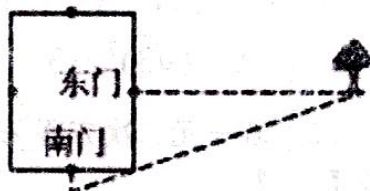
- (3) 在如图 2 所示的平面直角坐标系中, 画出该函数的大致图象.
- (4) 根据图象, 请写出该函数的一条性质.

19. (9 分) A 、 B 两组卡片共 5 张, A 中三张分别写有数字 2, 4, 6, B 中两张分别写有 3, 5, 它们除数字外没有任何区别.

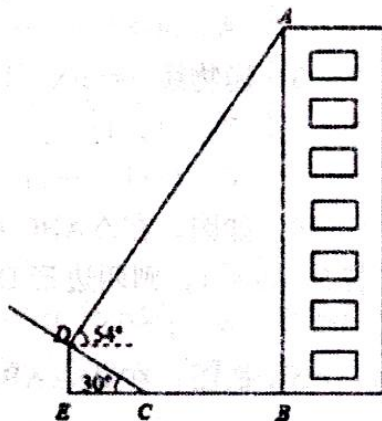
- (1) 随机地从 A 中抽取一张, 求抽到数字为 2 的概率;
- (2) 随机地分别从 A 、 B 中各抽取一张, 请你用画树状图或列表的方法表示所有等可能的结果. 现制定这样一个游戏规则: 若所选出的两数之积为 3 的倍数, 则甲获胜; 否则乙获胜. 求甲, 乙各自获胜的概率.

20. (9分)《九章算术》是我国传统数学最重要的著作,奠定了中国传统数学的基本框架.其中卷第九勾股,主要讲述了以测量问题为中心的直角三角形三边互求的关系.其中记载:“今有邑,东西七里,南北九里,各中开门,出东门一十五里有木,问:出南门几何步而见木?”译文:“今有一座长方形小城,东西向城墙长7里,南北向城墙长9里,各城墙正中均开一城门.走出东门15里处有棵大树,问走出南门多少步恰好能望见这棵树?”

请你计算:出南门多少步而见木(注:1里=300步).



21. (10分)如图,某小区楼房附近有一个斜坡 $CD=6\text{m}$,坡角到楼房的距离 $CB=8\text{m}$.在坡顶 D 点处观察点 A 的仰角为 54° ,已知坡角为 30° ,求楼房 AB 的高度.(结果精确到 0.1m ,参考数据: $\sin 54^\circ \approx 0.81$, $\cos 54^\circ \approx 0.59$, $\tan 54^\circ \approx 1.38$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

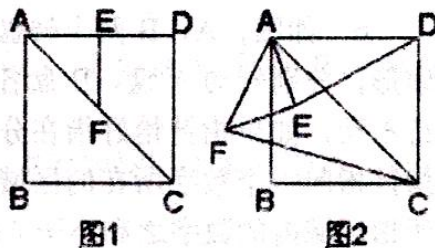


22. (10分)如图1, E, F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 AD 和对角线 AC 的中点.

(1) $\frac{CF}{DE}$ 的值为_____;

(2)①将 $\triangle AEF$ 绕点 A 旋转,(1)中的结论是否仍然成立?如果成立,请仅就图2的情形进行证明;如果不成立,请说明理由;

②如果 $AB=2$,当以点 E, F, C 在一条直线上时,请直接写出 CF 的值.

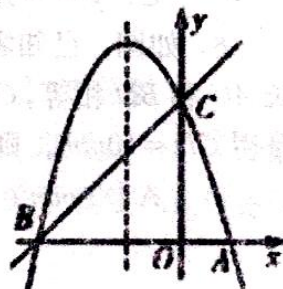


23. (11分)如图,已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x=-1$,且抛物线经过 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$ 两点,与 x 轴交于点 B .

(1)若直线 $y=mx+n$ 经过 B, C 两点,求直线 BC 和抛物线的解析式;

(2) M 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上一点,设点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和为 t ,求 t 的最小值;

(3)设点 P 为抛物线的对称轴 $x=-1$ 上的一个动点,请直接写出使 $\triangle BPC$ 为直角三角形的点 P 的坐标.



2020 年秋期期末考试九年级数学试卷

2021.1

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. A; 2. D; 3. A; 4. C; 5. B; 6. A; 7. B; 8. B; 9. D; 10. A.

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

11. $4\sqrt{5}$; 12. $\frac{3}{5}$; 13. 8; 14. $\frac{3}{2}$; 15. $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{5}{2}$ （只写对 1 个给 2 分）

三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 75 分）

16. (8 分) 解: 原式 = $\left(\frac{x^2 - y}{x} - \frac{x^2}{x} - \frac{x}{x}\right) \times \frac{(x - y)^2}{(x + y)(x - y)}$

$$= \frac{-y - x}{x} \times \frac{x - y}{x + y}$$

$$= \frac{y - x}{x} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

把 $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{6}$ 代入得:

$$\text{原式} \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} - 1 \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

17. (9 分) 解: (1) \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore b^2 - 4ac = (2m + 1)^2 - 4 \times 1 \times (m^2 - 1) = 4m + 5 > 0, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得: } m > -\frac{5}{4}; \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 答案不唯一, 如 $m = 1$, 此时原方程为 $x^2 + 3x = 0$, $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$
即 $x(x + 3) = 0$,

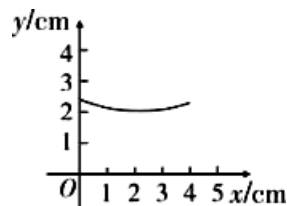
$$\text{解得: } x_1 = 0, x_2 = -3. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

18. (9 分) (1) $0 \leq x \leq 4$ $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 2. 03 $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(3) 如图 $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

(4) 答案不唯一. 该函数是轴对称图形; 函数的最小值是 2
 $0 < x < 2$ 时 y 随 x 的增大而减小等. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$



19. (9分) 解: (1) $P = \frac{1}{3}$;2分

(2) 由题意画出树状图如下:



一共有6种情况, 乘积分别为6, 10, 12, 20, 18, 30.....6分

则甲获胜的情况有4种, 甲获胜的概率为 $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$,8分

乙获胜的情况有2种, 乙获胜的概率为 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$9分

20. (9分) 解: 由题意得, $AB = 15$ 里, $AC = 4.5$ 里, $CD = 3.5$ 里,

$\triangle ACB \sim \triangle DEC$,4分

$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{DC}{AB}$,6分

即 $\frac{DE}{4.5} = \frac{3.5}{15}$,7分

解得, $DE = 1.05$ 里 $= 315$ 步,8分

\therefore 走出南门 315 步恰好能望见这棵树.....9分

21. (10分) 解: 过D点作 $DF \perp AB$, 交AB于点F.

在 $Rt\triangle ECD$ 中, $CD = 6$, $\angle ECD = 30^\circ$,

$\therefore DE = 3 = FB$, $EC = 3\sqrt{3}$.

$\therefore DF = EC + CB = 8 + 3\sqrt{3}$4分

在 $Rt\triangle ADF$ 中, $\tan \angle ADF = \frac{AF}{DF}$,

$\therefore AF = DF \times \tan 54^\circ$.

$\therefore AF = (8 + 3\sqrt{3}) \times 1.38$7分

分

$\therefore AF \approx 18.20$8分

$\therefore AB = AF + FB = 18.20 + 3 = 21.20 \approx 21.2$9分

\therefore 楼房AB的高度约是 21.2m.10分

22. (10 分)

- (1) $\sqrt{2}$;3 分
- (2) ①成立4 分 (不写此步骤不扣)

证明: $\because \frac{AE}{AD} = \frac{1}{2}, \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2},$

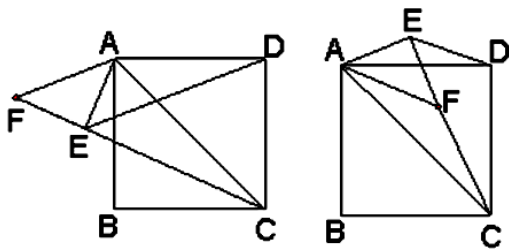
$\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AC}$

又 $\because \angle DAE = \angle CAF = 45^\circ + \angle CAE$

$\therefore \triangle AFC \sim \triangle AED$ 7 分

$\therefore \frac{CF}{DE} = \frac{AC}{AD} = \sqrt{2}$ 8 分

② $\sqrt{7} + 1$ 或 $\sqrt{7} - 1$ 10 分 (少写个扣 1 分)



23. (11 分) 解: (1) 依题意得
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a + b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

\therefore 抛物线解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$3 分

\because 对称轴为 $x = -1$, 抛物线经过 $A(1, 0)$,

$\therefore B(-3, 0)$.

设 BC 的解析式 $y = mx + n$,

把 $B(-3, 0)$, $C(0, 3)$ 分别代入 $y = mx + n$, 得,

$$\begin{cases} -3m + n = 0 \\ n = 3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases}$$

\therefore 直线 BC 的解析式为 $y = x + 3$;5 分

(2) \because A、B 关于直线 $x=-1$ 对称,

\therefore 使 $MA+MC$ 最小的点 M 应为直线 BC 与对称轴 $x=-1$ 的交点.

$\therefore t=MA+MC=MB+MC=BC=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$ 8 分

(3) $P_1(-1, -2), P_2(-1, 4), P_3(-1, 3+\frac{\sqrt{17}}{2}), P_4(-1, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$

)11 分 (写错 1 个扣 1 分, 扣完为止)

解析: 设 $P(-1, t)$, 结合 $B(-3, 0), C(0, 3)$, 得 $BC^2=18$,

$PB^2=(-1+3)^2+t^2=4+t^2, PC^2=(-1)^2+(t-3)^2=t^2-6t+10$.

①若 B 为直角顶点, 则 $BC^2+PB^2=PC^2$, 即 $18+4+t^2=t^2-6t+10$, 解得 $t=-2$;

②若 C 为直角顶点, 则 $BC^2+PC^2=PB^2$, 即 $18+t^2-6t+10=4+t^2$, 解得 $t=4$;

③若 P 为直角顶点, 则 $PB^2+PC^2=BC^2$, 即:

$$4+t^2+t^2-6t+10=18. \text{ 解得 } t_2=\frac{3+\sqrt{17}}{2}, t_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}.$$

综上所述, 满足条件的点 P 共有四个, 分别为:

$$P_1(-1, -2), P_2(-1, 4), P_3(-1, 3+\frac{\sqrt{17}}{2}),$$

$$P_4(-1, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$$