

2020-2021附中联考数学模拟试卷参考答案

一、选择题（共12小题，每小题3分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	A	B	D	B	D	B	C	C	D	A	B

二、填空题（共4小题，每小题3分）

13. $m^2n(m+2)(m-2)$

14. $-a$

15. $>a$

16. 120° ; 1

三、解答题（共9题）

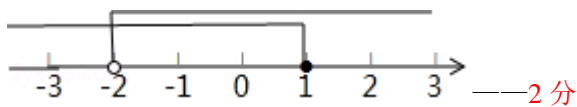
17.（6分）解：原式 $=3-1+8+1$ ——4分

$=11$. ————2分

18.（6分）解：由①得， $x \leq 1$ ；由②得， $x > -2$ ，

故此不等式组的解集为： $-2 < x \leq 1$ ，——4分

在数轴上表示为：



19.（6分）解：（1） \because 反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象经过 A（3，1），

$\therefore k = 3 \times 1 = 3$ ， \therefore 反比例函数的解析式为 $y_2 = \frac{3}{x}$ ；

把 B（-1，n）代入反比例函数解析式，可得 $n = -3$ ，

$\therefore B（-1，-3）$ ，

把 A（3，1），B（-1，-3）代入一次函数 $y_1 = k_1x + b$ ，

可得 $\begin{cases} 1 = 3k_1 + b \\ -3 = -k_1 + b \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k_1 = 1 \\ b = -2 \end{cases}$ ，

\therefore 一次函数的解析式为 $y_1 = x - 2$ ；——3分

（2）令 $y_1 = 0$ ，有 $0 = x - 2$ ，即 $x = 2$ ，

$\therefore D（2，0）$ ， $OD = 2$ ，

如图，过 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E，

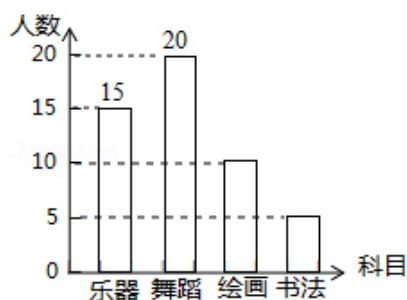
$\because B（-1，-3）$ ， $\therefore BE = 3$ ，

$$\therefore S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times OD \times BE = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3; \text{ ————3 分}$$

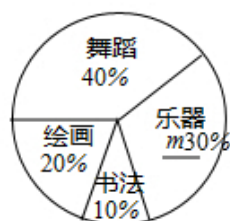
20. (8 分) 解: (1) $20 \div 40\% = 50$ (人), $15 \div 50 = 30\%$; 故答案为: 50; 30%; ————3 分

(2) $50 \times 20\% = 10$ (人), $50 \times 10\% = 5$ (人), 如图所示: ————2 分

学生选修课程条形统计图



学生选修课程扇形统计图



(3) $\because 5 - 2 = 3$ (名),

\therefore 选修书法的 5 名同学中, 有 3 名男同学, 2 名女同学,

	男 1	男 2	男 3	女 1	女 2
男 1	- - -	男 2 男 1	男 3 男 1	女 1 男 1	女 2 男 1
男 2	(男 1 男 2)	- - -	男 3 男 2	女 1 男 2	女 2 男 2
男 3	(男 1 男 3)	男 2 男 3	- - -	女 1 男 3	女 2 男 3
女 1	(男 1, 女 1)	男 2 女 1	男 3 女 1	- - -	女 2 女 1
女 2	(男 1 女 2)	男 2 女 2	男 3 女 2	女 1 女 2	- - -

所有等可能的情况有 20 种, 其中抽取的 2 名同学恰好是 1 名男同学和 1 名女同学的情况有 12 种,

$$\text{则 } P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}. \text{ ————3 分}$$

21. (8 分) 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 45^\circ$, $\therefore AB = AC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\angle ACD = 30^\circ$, $\therefore AD = \frac{1}{2} AC = 3$,

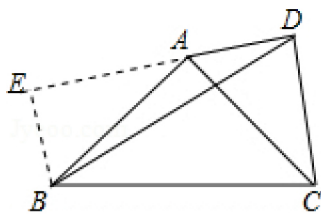
由勾股定理得, $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 3\sqrt{3}$; ————4 分

(2) 过点 B 作 $BE \perp AD$ 交 DA 的延长线于 E ,

由题意得, $\angle BAE = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 3$,

由勾股定理得, $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 3\sqrt{3}$, $\therefore DE = AE + AD = 3\sqrt{3} + 3$,

$$\therefore BD^2 = BE^2 + DE^2 = 3^2 + (3\sqrt{3} + 3)^2 = 45 + 18\sqrt{3}. \text{ ————4 分}$$



22. (9分) 解: (1) 设乙条生产线每天的产能是 x 万个, 则甲条生产线每天的产能是 $2x$ 万个, 依题意有

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{2x} = 2, \text{ 解得 } x = 20,$$

经检验, $x = 20$ 是原方程的解, $2x = 2 \times 20 = 40$,

故甲条生产线每天的产能是 40 万个, 乙条生产线每天的产能是 20 万个; ————3 分

(2) 设安排乙生产线生产 y 天, 依题意有

$$0.5y + 1.2 \times \frac{1440 - 20y}{40} \leq 40, \text{ 解得 } y \geq 32.$$

故至少应安排乙生产线生产 32 天; ————3 分

$$(3) (40 + 20) \times 3 + [40 \times (1 + 50\%) + 20 \times 2] \times 13 \\ = 180 + 1300 = 1480 \text{ (万个)},$$

1440 万个 $<$ 1480 万个,

故再满负荷生产 13 天能完成任务. ————3 分

(1) 证明: 如图, 作

OF 垂直 AB 于点 F ,

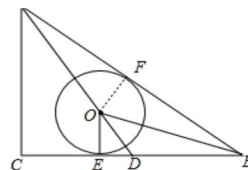
$\because \odot O$ 与 BC 相切于点 E ,

$\therefore OE \perp BC$

又 $\angle OBA = \angle OBC$,

$\therefore OE = OF$,

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的切线



(2) 解: $\because \angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 5$,

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 4,$$

又 D 为 BC 的中点,

$$\therefore CD = DB = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DOB} + S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABC}$$

设 $\odot O$ 的半径为 r , 即

$$\frac{1}{2} AC \cdot CD + \frac{1}{2} BD \cdot r + \frac{1}{2} AC \cdot BC$$

$$\therefore 6 + 2r + 5r = 12$$

$$\therefore r = \frac{6}{7}$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{6}{7}$

(3) 解: $\because \angle C = 90^\circ$, $OE \perp BC$,

$\therefore OE \parallel AC$,

$\therefore Rt\triangle ODE \sim Rt\triangle ADC$,

$$\therefore \frac{OE}{AC} = \frac{DE}{DC},$$

$$\therefore DE = \frac{4}{7},$$

$$\therefore BF = BE = \frac{18}{7},$$

$$\therefore AF = AB - BF = \frac{17}{7},$$

$$\therefore \tan \angle BAD = \frac{OF}{AF} = \frac{6}{17}.$$

24. (10 分) 解: (1) $\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB,$$

$$\therefore AB = AD,$$

\therefore 四边形 $ABCD$ 为“和睦四边形”; ————2 分

(2) 由题意得: $AQ=5t$, $AP=4t$, $BQ=10-5t$, $OP=8-4t$, $OB=6$, 连接 PQ ,

$$\therefore \frac{AQ}{AP} = \frac{5t}{4t} = \frac{5}{4},$$

$$\text{又 } \frac{AB}{AO} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \frac{AQ}{AP} = \frac{AB}{AO},$$

$$\therefore PQ \parallel OB,$$

$$\therefore PQ \perp OA,$$

$$\therefore PQ = \sqrt{AQ^2 - AP^2} = 3t,$$

\because 四边形 $BOPQ$ 为“和睦四边形”,

$$\therefore \text{①当 } OB = OP \text{ 时, } 6 = 8 - 4t,$$

$$\therefore t = \frac{1}{2},$$

$$\text{②当 } OB = BQ \text{ 时, } 6 = 10 - 5t,$$

$$\therefore t = \frac{4}{5},$$

$$\text{③当 } OP = PQ \text{ 时, } 8 - 4t = 3t,$$

$$\therefore t = \frac{8}{7},$$

$$\text{④当 } BQ = PQ \text{ 时, } 10 - 5t = 3t,$$

$$\therefore t = \frac{5}{4},$$

综上: $t = \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{8}{7}$ 或 $\frac{5}{4}$; ————4 分

(3) 不存在。由题意得: $D\left(\frac{-b}{2a}, \frac{8a-b^2}{4a}\right), C(0, 2),$

$$\therefore CD^2 = OC^2,$$

$$\therefore \left(\frac{8a-b^2}{4a} - 2\right)^2 + \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 = 2^2 \text{ ①},$$

$\therefore D$ 在以 AB 为直径的圆上, 且在抛物线对称轴上,

$\therefore \triangle ADB$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore y_D = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore \frac{8a-b^2}{4a} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|} \text{ ②},$$

由①②, 且 $ab < 0$, 得 $a = -\frac{1}{3}, b = \frac{2\sqrt{3}}{3},$

$$\therefore \text{抛物线为 } y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle PBD$$

$$\therefore \angle CDA = \angle BDP, \angle ACD = \angle PBD$$

$\therefore \angle ACD$ 为钝角 $\therefore \angle PBD$ 为钝角, 点 P 在 x 轴下方

$$\therefore \angle ADB = \angle ADP + \angle BDP = \angle ADP + \angle CDA = \angle CDP = 90^\circ$$

\therefore 过点 D 作 CD 的垂线交抛物线于点 P

此时点 $C(0, 2), D(\sqrt{3}, 3), CD: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

$$\therefore PD: y = -\sqrt{3}x + 6$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 满足 } \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 6 \\ y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + 2 \end{cases}, \text{得 } P(4\sqrt{3}, -6)$$

此时 $CD=2, AD=3\sqrt{2}, BD=3\sqrt{2}, PD=6\sqrt{3},$

$$\therefore \frac{CD}{BD} \neq \frac{AD}{PD}$$

\therefore 抛物线上不存在点 P 使得 $\triangle ACD \sim \triangle PBD$. ————4 分

25. (10 分) 解: (1) 当 $x=0$ 时, $y = -\frac{8}{45} \times \frac{15\sqrt{3}}{8} \times (-3m) = \sqrt{3}m,$

$$\therefore C(0, \sqrt{3}m), \therefore OC = \sqrt{3}m,$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } -\frac{8}{45}\left(x+\frac{15\sqrt{3}}{8}\right)(x-3m)=0,$$

$$\text{解得: } x_1=-\frac{15\sqrt{3}}{8}, x_2=3m, \because A \text{ 在 } B \text{ 的右侧, 其中 } m>0,$$

$$\therefore A(3m, 0), B\left(-\frac{15\sqrt{3}}{8}, 0\right) \text{ —————3分}$$

$$(2) \text{ Rt}\triangle AOC \text{ 中, } \tan\angle OAC = \frac{OC}{OA} = \frac{\sqrt{3}m}{3m} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle CAO=30^\circ, \because OP^2=PC\cdot PA, \therefore \frac{OP}{PC} = \frac{PA}{OP},$$

$$\because \angle OPC=\angle OPC, \therefore \triangle OPA \sim \triangle CPO, \therefore \angle POC=\angle OAC=30^\circ,$$

$$\because \angle ACO=\angle POC+\angle APO, \therefore \angle APO=60^\circ-30^\circ=30^\circ, \therefore \tan\angle APO=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{过 } P \text{ 作 } PE \perp x \text{ 轴于 } E, \because \angle APO=\angle OAC=30^\circ, \therefore PO=OA=3m, \angle POE=60^\circ,$$

$$\text{Rt}\triangle PEO \text{ 中, } \angle EPO=30^\circ,$$

$$\therefore OE=\frac{1}{2}OP=\frac{3m}{2}, PE=\frac{3\sqrt{3}m}{2}, \because \text{点 } P \text{ 在第二象限, } \therefore P\left(-\frac{3m}{2}, \frac{3\sqrt{3}m}{2}\right); \text{ —————3分}$$

$$(3) \text{ 由 (2) 知: } P\left(-\frac{3m}{2}, \frac{3\sqrt{3}m}{2}\right),$$

$$\because \text{点 } Q \text{ 恰好为 } OP \text{ 的中点, } \therefore Q\left(-\frac{3m}{4}, \frac{3\sqrt{3}m}{4}\right),$$

$$\because Q \text{ 在抛物线上, 则 } \frac{3\sqrt{3}m}{4} = -\frac{8}{45}\left(-\frac{3m}{4}+\frac{15\sqrt{3}}{8}\right)\left(-\frac{3m}{4}-3m\right), \text{ 解得: } m=\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{8}{45}\left(x+\frac{15\sqrt{3}}{8}\right)(x-3\sqrt{3}) = -\frac{8}{45}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{5}x + \frac{4\sqrt{3}}{45},$$

$$\text{对称轴是: } x = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{5}}{2 \times \left(-\frac{8}{45}\right)} = \frac{9\sqrt{3}}{16}, \text{ 作抛物线的对称轴交抛物线于点 } F,$$

$$\because M \text{ 在点 } C \text{ 与顶点 } F \text{ 之间 (含点 } C \text{ 与顶点 } F), \therefore 0 \leq x_0 \leq \frac{9\sqrt{3}}{16},$$

$$n \leq \frac{4\sqrt{3}}{x_0 + \frac{7\sqrt{3}}{16}}, \text{ 设 } w_1 = x_0 + \frac{7\sqrt{3}}{16} \because 1 > 0, \therefore w_1 \text{ 随 } x_0 \text{ 的增大而增大,}$$

$$\therefore \text{当 } x_0 = \frac{9\sqrt{3}}{16} \text{ 时, } w_1 \text{ 有最大值, 即 } \frac{4\sqrt{3}}{x_0 + \frac{7\sqrt{3}}{16}} \text{ 有最小值为 } 4, \therefore n \leq 4,$$

$$\text{对于不等式 } 2n - \frac{9}{16} \geq -4x_0^2 + \sqrt{3}x_0 + \frac{13}{8},$$

$$n \geq -2x_0^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0 + \frac{35}{32}, n \geq -2\left(x_0 - \frac{\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \frac{19}{16},$$

$$\text{设 } w_2 = -2\left(x_0 - \frac{\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \frac{19}{16}, \because -2 < 0, \therefore w_2 \text{ 有最大值, } \therefore 0 < \frac{\sqrt{3}}{8} < \frac{9\sqrt{3}}{16},$$

∴当 $x_0 = \frac{\sqrt{3}}{8}$ 时, w_2 有最大值为 $\frac{19}{16}$, ∴ $n \geq \frac{19}{16}$, 综上, n 的取值范围是 $\frac{19}{16} \leq n \leq 4$. ——4 分

