

北京十二中 2020-2021 学年第二学期 3 月检测答案

初二数学

2021.03

一、选择题（本大题共 9 小题，共 18 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
答案	C	C	B	A	B	B	C	C	C

二、填空题（本大题共 9 小题，共 18 分）

题号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
答案	4	30°	=	$2\sqrt{5}$	$6\sqrt{3}$ 或 $18\sqrt{3}$	AB	$4\sqrt{3}$	(1) (3,4); (0,1) (2) $3\sqrt{2}$	(1)8 (2)18

三、计算题（本大题共 2 小题，共 8 分）

19. 解：原式 $=\frac{(x+y)(x-y)}{x+y} - 2x - 2y = x - y - 2x - 2y = -x - 3y$

20. 解：原式 $=\sqrt{2} - 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2}$

四、解答题（本大题共 9 小题，21 至 26 题 每小题 5 分，27 至 28 题 每小题 6 分，29 至 30 题 每小题 7 分）

21. 解： $\frac{1-x}{x-2} = \frac{1}{2-x} - 2$

$$\frac{1-x}{x-2} = \frac{-1}{x-2} - 2$$

方程两边同时乘以 $(x-2)$ ，得： $1-x = -1 - 2(x-2)$ ，

解得： $x = 2$ ，

检验：当 $x = 2$ 时， $x-2 = 0$ ，

所以 $x = 2$ 不是原方程的解，

即原方程无解.

22. 解: 原式= $a^2(x-y)-4b^2(x-y)$

$$=(x-y)(a^2-4b^2)$$

$$=(x-y)(a+2b)(a-2b)$$

23. 证明: $\because DB = \frac{1}{2}AC$, E 是 AC 的中点

$$\therefore DE=CE, \text{ 且 } DB \parallel AC$$

\therefore 四边形 $DBCE$ 是平行四边形

$$\therefore BC=DE$$

24. 解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AC=BD, AD \parallel BC,$$

即 $DE \parallel BC$,

$$\because BD \parallel CE,$$

\therefore 四边形 $DECB$ 是平行四边形,

$$\therefore BD=CE,$$

$$\therefore AC=CE,$$

$\therefore \triangle ACE$ 是等腰三角形.

25. 证明: $\because E, F, G, H$ 分别是线段 AD, AB, BC, CD 的中点,

$\therefore EH, FG$ 分别是 $\triangle ACD, \triangle ABC$ 的中位线, EF, HG 分别是 $\triangle ABD, \triangle DBC$ 的中位线,

根据三角形的中位线的性质知, $EF \parallel BD, GH \parallel BD$ 且 $EF = \frac{1}{2}BD, GH = \frac{1}{2}BD$,

\therefore 四边形 $EFGH$ 是平行四边形

又 $\because AC \perp BD$,

$$\therefore EF \perp FG$$

∴ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

26. 证明: (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO=OC,$$

∵ $\triangle ACE$ 是等边三角形,

$$\therefore EO \perp AC \quad (\text{三线合一})$$

即 $BD \perp AC$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) ∵ $\triangle ACE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle EAC=60^\circ$$

由 (1) 知, $EO \perp AC$, $AO=OC$

$$\therefore \angle AEO=\angle OEC=30^\circ, \triangle AOE \text{ 是直角三角形}$$

$$\therefore \angle AED=2\angle EAD,$$

$$\therefore \angle EAD=15^\circ,$$

$$\therefore \angle DAO=\angle EAC-\angle EAD=45^\circ,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore \angle BAD=2\angle DAO=90^\circ,$$

∴ 四边形 $ABCD$ 是正方形.

27. 解: 过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M ,

在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=60^\circ$, $AC=10$,

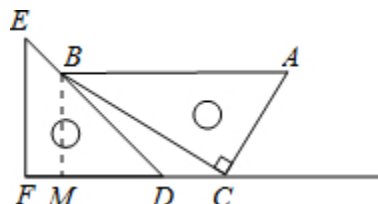
$$\therefore \angle ABC=30^\circ,$$

$$\therefore AB=20,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 10\sqrt{3},$$

$$\therefore AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle ABC = 30^\circ,$$



由（1）知 $\triangle AEG \cong \triangle AEF$,

$$\therefore EG = EF.$$

$$\because \angle CEF = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle BME$ 、 $\triangle DNF$ 、 $\triangle CEF$ 均为等腰直角三角形,

$$\therefore CE = CF, BE = BM, NF = \sqrt{2}DF,$$

$$\therefore a - BE = a - DF,$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore BE = BM = DF = BG,$$

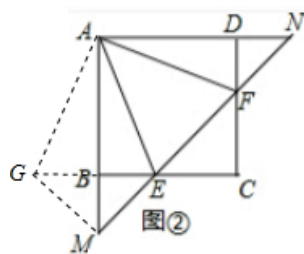
$$\therefore \angle BMG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GME = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore EG^2 = ME^2 + MG^2,$$

$$\because EG = EF, MG = \sqrt{2}BM = \sqrt{2}DF = NF,$$

$$\therefore EF^2 = ME^2 + NF^2;$$



（3）解： $EF^2 = 2BE^2 + 2DF^2$.

如图所示，延长 EF 交 AB 延长线于 M 点，交 AD 延长线于 N 点，

将 $\triangle ADF$ 绕着点 A 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle AGH$ ，连结 HM ， HE 。

由（1）知 $\triangle AEH \cong \triangle AEF$,

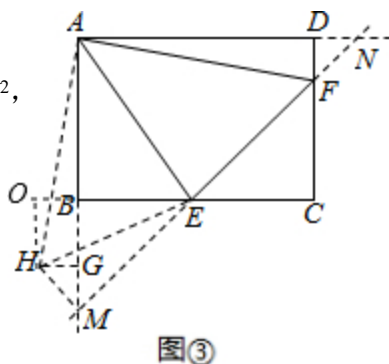
则由勾股定理有 $(GH + BE)^2 + BG^2 = EH^2$,

$$\text{即 } (GH + BE)^2 + (BM - GM)^2 = EH^2,$$

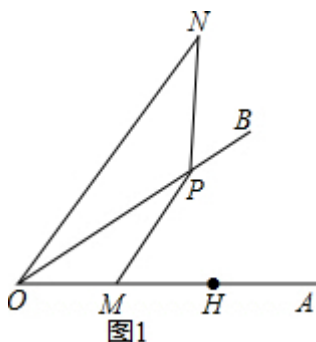
又 $\because EF = HE, DF = GH = GM, BE = BM$,

$$\therefore (GH + BE)^2 + (BE - GH)^2 = EF^2,$$

$$\text{即 } 2(DF^2 + BE^2) = EF^2,$$



30. 解：（1）如图 1 所示为所求.



（2）设 $\angle OPM = \alpha$,

\because 线段 PM 绕点 P 顺时针旋转 150° 得到线段 PN ,

$\therefore \angle MPN = 150^\circ, PM = PN$,

$\therefore \angle OPN = \angle MPN - \angle OPM = 150^\circ - \alpha$,

$\because \angle AOB = 30^\circ$,

$\therefore \angle OMP = 180^\circ - \angle AOB - \angle OPM = 180^\circ - 30^\circ - \alpha = 150^\circ - \alpha$,

$\therefore \angle OMP = \angle OPN$.

（3） $OP = 2$ 时，总有 $ON = QP$ ，证明如下：

过点 N 作 $NC \perp OB$ 于点 C ，过点 P 作 $PD \perp OA$ 于点 D ，如图 2

$\therefore \angle NCP = \angle PDM = \angle PDQ = 90^\circ$

$\because \angle AOB = 30^\circ, OP = 2$

$\therefore PD = \frac{1}{2}OP = 1$,

$\therefore OD = \sqrt{OP^2 - PD^2} = \sqrt{3}$,

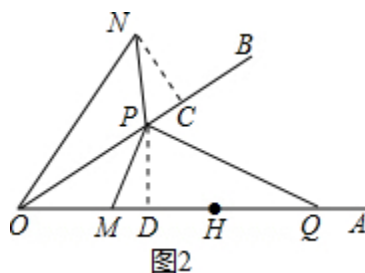
$\therefore OH = \sqrt{3} + 1$,

$\therefore DH = OH - OD = 1$,

$\because \angle OMP = \angle OPN$

$\therefore 180^\circ - \angle OMP = 180^\circ - \angle OPN$

即 $\angle PMD = \angle NPC$



在 $\triangle PDM$ 与 $\triangle NCP$ 中

$$\begin{cases} \angle PDM = \angle NCP \\ \angle PMD = \angle NPC \\ PM = NP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PDM \cong \triangle NCP \text{ (AAS)}$$

$$\therefore PD = NC, DM = CP$$

设 $DM = CP = x$, 则 $OC = OP + PC = 2 + x$, $MH = MD + DH = x + 1$

$$\because QH = MH$$

$$\therefore HQ = MH = x + 1$$

$$\therefore DQ = DH + HQ = 1 + x + 1 = 2 + x$$

$$\therefore OC = DQ$$

在 $\triangle OCN$ 与 $\triangle QDP$ 中

$$\begin{cases} OC = QD \\ \angle OCN = \angle QDP = 90^\circ \\ NC = PD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCN \cong \triangle QDP \text{ (SAS)}$$

$$\therefore ON = QP.$$