

2020~2021 学年第二学期九年级阶段性测试

数学试卷

(时长: 100 分钟, 满分 120 分)

一、填空题(本大题共有 12 小题, 每小题 2 分, 共计 24 分.)

1. $\tan 60^\circ = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

2. 分解因式: $x^3 - xy^2 = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

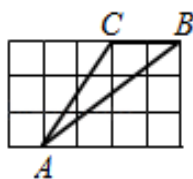
3. 新冠病毒在电子显微镜下呈圆形或者椭圆形, 测得其直径大约为 0.00000008m, 请将数据 0.00000008 用科学记数法表示: $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

4. 若 $2^x = 3$, $2^y = 5$, 则 $2^{x+y} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

5. 二次函数 $y = (x-4)^2 - 5$ 的顶点坐标是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

6. 从一艘船上测得海岸上高为 42 米的灯塔顶部的仰角是 30 度, 船离灯塔的水平距离为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

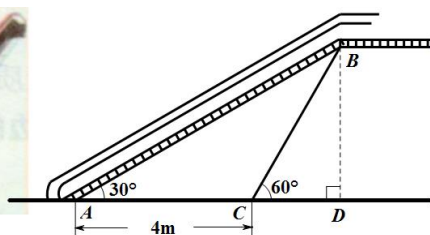
7. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点都在方格纸的格点上, 则 $\sin \angle ABC = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.



(第 7 题)



(第 8 题)

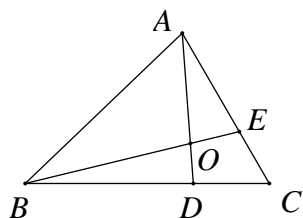


8. 如图是某商场营业大厅自动扶梯示意图. 自动扶梯 AB 的倾斜角为 30° , 在自动扶梯下方地面 C 处测得扶梯顶端 B 的仰角为 60° , A, C 之间的距离为 4m, 则自动扶梯的垂直高度 $BD = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$ m. (结果保留根号)

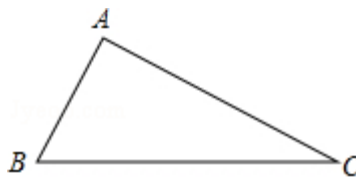
9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{3x}{x-2} = \frac{m+3}{x-2} + 1$ 有增根, 则 $m = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

10. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \leq a \\ x > 3 \end{cases}$ 至少有 4 个整数解, 则 a 的取值范围是 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 BC, AC 的三等分点, AD 与 BE 交于点 O , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 15. 则 $\triangle ABO$ 的面积为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.



(第 11 题)



(第 12 题)

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, $AB=2$, 若 D 是 BC 边上的动点, 则 $2AD+DC$ 的最小值为 **▲**.

二、选择题(本大题共有 6 小题, 每小题 3 分, 共计 18 分.)

13. $2\sin 45^\circ$ 的值等于 (**▲**)

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

14. 去年某果园随机从甲、乙、丙、丁四个品种的葡萄树中各采摘了 10 棵, 每棵产量的平均数 \bar{x} (单位: 千克) 及方差 S^2 (单位: 千克²) 如表所示:

	甲	乙	丙	丁
\bar{x}	24	24	23	20
S^2	2.1	1.9	2	1.9

今年准备从四个品种中选出一产量既高又稳定的葡萄树进行种植, 应选的品种是 (**▲**)

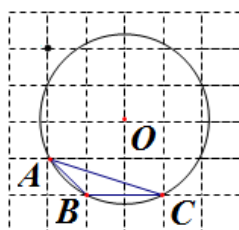
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 设 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 所对的边分别为 a , b , c , 则 (**▲**)

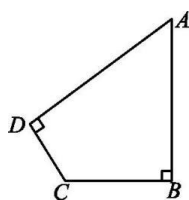
- A. $c=b\sin B$ B. $a=b\tan B$ C. $b=c\sin B$ D. $b=c\tan B$

16. 如图, 在 6×6 的正方形网格中, 每个小正方形的边长都是 1, 点 A 、 B 、 C 均在网格交点上, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 则 $\cos \angle BAC$ 的值为 (**▲**)

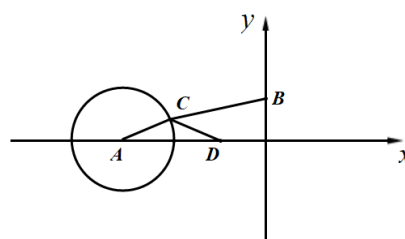
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B=\angle D=90^\circ$, $AB=3$, $BC=2$, $\tan A=\frac{4}{3}$, 则 CD 的值为 (**▲**)

- A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

18. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(-12, 0)$, 点 $B(0, 4)$, 点 $D(-4, 0)$, 以点 A 为圆心, 4

个单位长度为半径作圆，点 C 是 $\odot A$ 上的一个动点，则 $BC + \frac{1}{2}CD$ 的最小值为(▲)

- A. $2\sqrt{29}$ B. $4\sqrt{29}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{5}$

三、解答题（本大题共有 9 小题，共计 78 分.）

19.（本题满分 8 分，每小题 4 分）

(1) 计算： $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - 8\sin 30^\circ - (2021 - \pi)^0$ ； (2) 化简： $\left(1 - \frac{1}{1-a^2}\right) \div \frac{a^2}{a-1}$.

20.（本题满分 8 分，每小题 4 分）

(1) 解方程： $\frac{1}{x-1} - 1 = \frac{2}{1-x}$ ； (2) 解不等式组： $\begin{cases} 1+x > -2 \\ \frac{2x-1}{3} \leq 1 \end{cases}$

21.（本小题满分 6 分）

我市因“新冠肺炎”提早放寒假，教育局为增强初中学生体质，要求初中学生居家必须选择一个且只选一个体育项目进行锻炼： A . 坐位体前屈、 B . 跑步、 C . 跳绳、 D . 立定跳远. 为了解学生所参加的项目，教育局要求某校随机抽取了部分学生进行调查，并将调查结果绘制成了两幅不完整的统计图(如图 1，图 2)，请回答下列问题：

- (1) 这次被调查的学生有 ▲ 人，扇形统计图中 B 类所对应的圆心角的大小为 ▲ $^\circ$ ；
 (2) 请将条形统计图补充完整；
 (3) 若我市约有 18000 名学生，估计该市选择“跳绳”锻炼的学生大约有多少人？

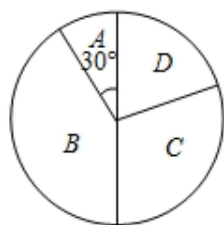


图 1

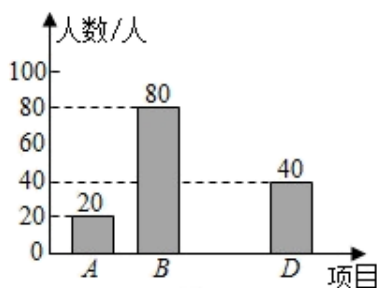


图 2

22. (本小题满分 6 分)

“吾悦广场”开展“有奖大酬宾”活动，凡在“吾悦广场”消费的顾客，均可凭消费小票参与转转盘抽奖活动. 如图，是一个材质均匀可自由转动的转盘，转盘被等分成 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五个扇形区域，依次写有：绿茶、欢迎惠顾、红茶、可乐和谢谢参与，如果转到区域为“可乐”、“绿茶”、“红茶”，则可领到对应的奖品. 若转盘停止后，指针指向两区域的边界，顾客可以再转动转盘一次，直到指针不指向边界时停止.

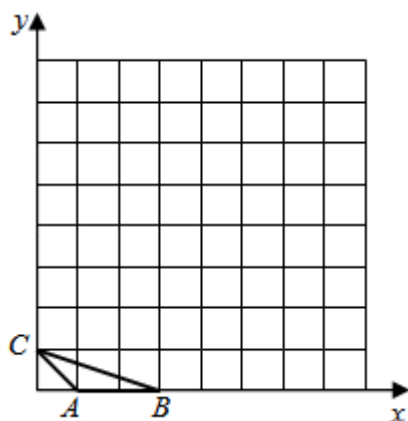


根据以上规则，回答下列问题：

- (1) 小王同学转动转盘一次获得奖品的概率是_____▲_____.
- (2) 小李同学有两次转转盘抽奖的机会，请你用列表或画树状图的方法，求小李同学获得“至少领到一瓶可乐”的概率.

23. (本小题满分 8 分)

如图， $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为： $A(1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ， $C(0, 1)$.



- (1) $\triangle ABC$ 的外接圆圆心 M 的坐标为_____▲_____；
- (2) ①以点 M 为位似中心，作 $\triangle DEF$ ，使它与 $\triangle ABC$ 位似(点 D 与点 A 对应，点 E 与点 B 对应)，且 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 的位似比为 2: 1；
- ② $\triangle DEF$ 的面积为_____▲_____个平方单位.

24. (本小题满分 8 分)

为了测量一条两岸平行的河流的宽度，三个数学研究小组设计了不同的方案，他们在河南岸的点A处测得河北岸的树H恰好在A的正北方向. 测量方案与数据如下表：

课题	测量河流宽度		
测量工具	测量角度的仪器，皮尺等		
测量小组	第一小组	第二小组	第三小组
测量方案示意图			
说明	点B, C在点A的正东方向.	点B, D在点A的正东方向.	点B在点A的正东方向, 点C在点A的正西方向.
测量数据	$BC=60\text{m}$, $\angle ABH=70^\circ$, $\angle ACH=35^\circ$.	$BD=20\text{m}$, $\angle ABH=70^\circ$, $\angle BCD=35^\circ$.	$BC=101\text{m}$, $\angle ABH=70^\circ$, $\angle ACH=35^\circ$.

- (1) 哪个小组的数据无法计算出河宽？
- (2) 请选择其中一个方案及其数据求出河宽（精确到0.1m）.
- (参考数据： $\sin 70^\circ \approx 0.94, \sin 35^\circ \approx 0.57, \tan 70^\circ \approx 2.75, \tan 35^\circ \approx 0.70$)

25. (本小题满分 10 分)

如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，以AB为直径的 $\odot O$ 交AC于点D，点E在BC上，连接BD，DE， $\angle CDE = \angle ABD$.

- (1) 求证：DE是 $\odot O$ 的切线.
- (2) 如图 2，当 $\angle ABC=90^\circ$ 时，线段DE与BC有什么数量关系？请说明理由.
- (3) 如图 3，若 $AB=AC=10$ ， $\sin \angle CDE = \frac{3}{5}$ ，求BC的长.

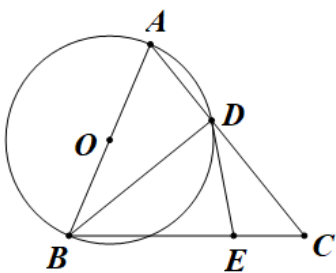


图 1

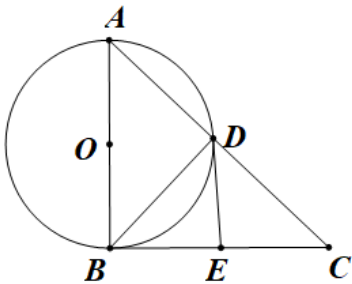


图 2

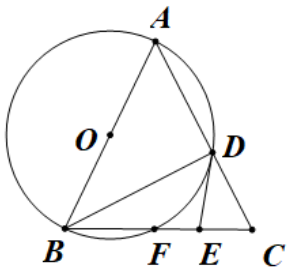


图 3

26. (本小题满分 12 分)

定义：有两个相邻内角互余的四边形称为邻余四边形，这两个角的夹边称为邻余线.

(1) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， E, F 分别是 BD, AD 上的点. 求证：四边形 $ABEF$ 是邻余四边形.

(2) 如图 2，在 5×4 的方格纸中， A, B 在格点上，请画出一个符合条件的邻余四边形 $ABEF$ ，使 AB 是邻余线， E, F 在格点上.

(3) 如图 3，在 (1) 的条件下，取 EF 中点 M ，连结 DM 并延长交 AB 于点 Q ，延长 EF 交 AC 于点 N . 若 N 为 AC 的中点， $DE=2BE$ ， $QB=6$ ，求邻余线 AB 的长.

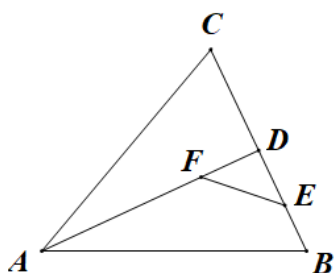


图 1

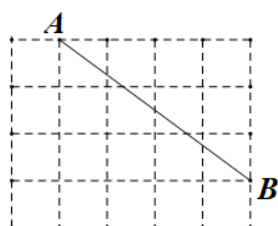


图 2

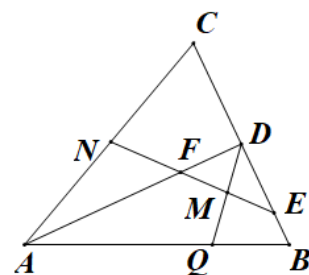


图 3

27. (本小题满分 12 分)

如图，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 过点 $A(3, 2)$ ，且与直线 $y = -x + \frac{7}{2}$ 交于 B, C 两点，点 B 的坐标为 $(4, m)$.

(1) 求抛物线解析式；

(2) 点 D 为抛物线上位于直线 BC 上方的一点，过点 D 作 $DE \perp x$ 轴交直线 BC 于点 E ，点 P 为对称轴上一动点，当线段 DE 的长度最大时，求 $PD+PB$ 的最小值；

(3) 设点 M 为抛物线的顶点，在坐标轴上是否存在点 Q ，使 $\angle AQM = 45^\circ$ ？若存在，求点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.

