

金华市2020-2021 学年第二学期九年级数学教学质量检测

参考答案及评分建议

一、选择题（本题有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	D	D	B	A	D	A	B	C

二、填空题（本题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11. $\frac{2}{15}$

12. (0, 1)

13. $0 \leq d < 2.5$

14. 60

15. $\frac{1}{3}$

16. (1) > (2) $-\frac{3}{4} \leq a \leq -\frac{2}{25}$

三、解答题（本题有 8 小题，共 66 分）

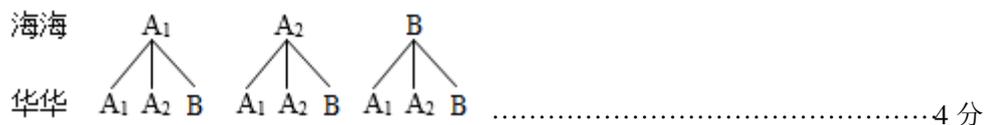
17.（本题 6 分）

解：原式 = $\frac{1}{2} + 2 - 1 - (\frac{\sqrt{3}}{3})^2$ 4 分
 $= \frac{7}{6}$ 6 分

18.（本题 6 分）

解：(1) $\frac{2}{3}$ 2 分

(2) 所画树状图如图所示.

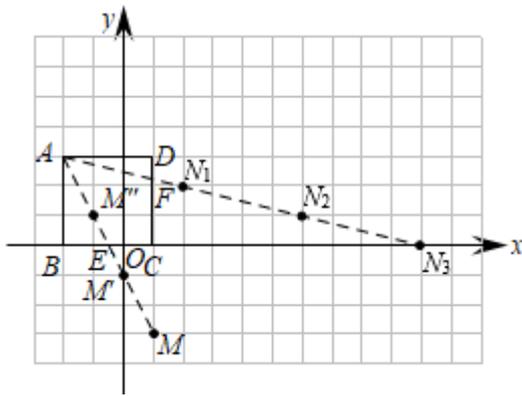


根据树状图可知，共有 9 种等可能的结果，其中他们恰好都选择同一个岗位的有 3 种结果，

$\therefore P$ （两人恰好都选择同一个岗位） = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 6 分

19.（本题 6 分）

解：(1) 如图，格点 M , M' , M'' 即为所求.

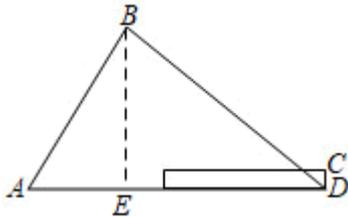


..... 3 分

(2) 3 6 分

20. (本题 8 分)

解: (1) 如图, 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ,



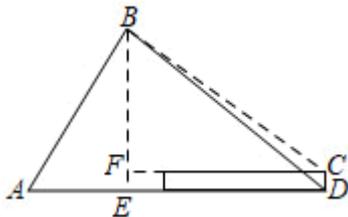
$$\therefore \angle AEB = 90^\circ.$$

又 $\because \angle A = 60^\circ, AB = 8 \text{ cm},$

$$\therefore BE = AB \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3}(\text{cm}),$$

\therefore 点 B 到桌面 AD 的距离是 $4\sqrt{3} \text{ cm}.$ 4 分

(2) 如图, 过点 C 作 $CF \perp BE$, 交 BE 于点 F , 连结 BC ,



$$\therefore \angle BFC = 90^\circ.$$

$\because \angle A = 60^\circ, \angle AEB = 90^\circ,$

$$\therefore \angle ABE = 30^\circ.$$

又 $\because \angle ABC = 80^\circ,$

$$\therefore \angle CBF = \angle ABC - \angle ABE = 50^\circ.$$

由作图可知: $CD = EF = 1 \text{ cm},$

$$\therefore BF = BE - EF = 4\sqrt{3} - 1(\text{cm}).$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle BCF \text{ 中, } \cos 50^\circ = \frac{BF}{BC},$$

$$\therefore BC \approx \frac{4\sqrt{3}-1}{0.64} \approx 9.3(\text{cm}),$$

$\therefore BC$ 的长为 9.3 cm. 8 分

21. (本题 8 分)

解: (1) 由题意可得每天的销售量为 $y = -x + 60$,

$$\therefore w \text{ 与 } x \text{ 之间的函数表达式为: } w = (-x + 60)(x - 30),$$

$$\text{即 } w = -x^2 + 90x - 1800 (30 \leq x \leq 60). \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } w = -x^2 + 90x - 1800 = -(x - 45)^2 + 225.$$

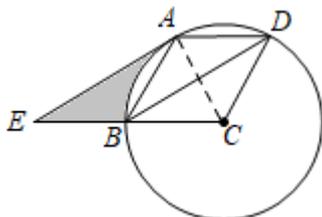
$$\because -1 < 0, 30 \leq x \leq 60,$$

\therefore 当 $x = 45$ 时, w 有最大值, 最大值为 225.

答: 当这种双肩包的销售单价定为 45 元时, 每天的销售利润最大, 最大利润是 225 元. 8 分

22. (本题 10 分)

(1) 证明: 如图, 连结 AC .



\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$.

又 $\because BD \parallel AE$,

$\therefore AC \perp AE$,

$\therefore AE$ 是 $\odot C$ 的切线. 3 分

(2) 解: \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB = BC.$$

又 $\because AC = BC$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

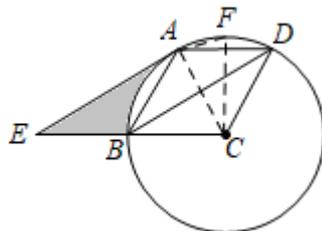
$$\therefore \angle ACB = 60^\circ.$$

\because 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $AC = 2$,

$$\therefore AE = AC \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle AEC} - S_{\text{扇形}ACB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{60 \times \pi \times 2^2}{360} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

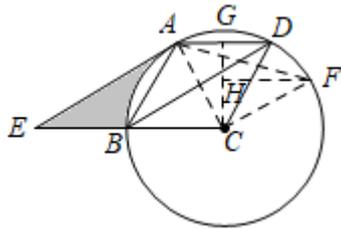
(3) 解: ①如图, 当点 F 在 \widehat{AD} 上时, 连结 CF .



$\therefore \angle DAF = 15^\circ$,

$\therefore \angle DCF=30^\circ$;
 \because 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore \angle ACD=\angle ACB=60^\circ$;
 $\therefore \angle ACF=30^\circ$;
 $\therefore \angle ACF=\angle FCD$,
 $\therefore F$ 是 \widehat{AD} 的中点,
 $\therefore CF \perp AD$.
 又 $\because CF=AC=2$,
 \therefore 点 F 到直线 AD 的距离 $= CF - CA \cdot \cos 30^\circ = 2 - \sqrt{3}$.

②如图, 当点 F 在 \widehat{ABD} 上时, 过点 C 作 $CG \perp AD$ 于点 G , 过点 F 作 $FH \perp CG$ 于点 H , 连结 CF ,



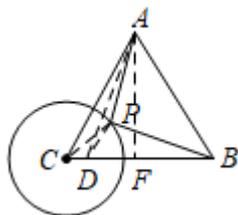
$\therefore AD \parallel FH$.
 又 $\because \angle DAF=15^\circ$,
 $\therefore \angle DCF=30^\circ, \angle AFH=15^\circ$,
 $\therefore \angle ACF=\angle ACD+\angle DCF=90^\circ$.
 又 $\because AC=CF=2$,
 $\therefore \angle AFC=45^\circ$,
 $\therefore \angle HFC=\angle AFC-\angle AFH=30^\circ$,
 $\therefore CH=\frac{1}{2}CF=1$,
 \therefore 点 F 到直线 AD 的距离 $= CG - CH = AC \cdot \cos 30^\circ - CH = \sqrt{3} - 1$.

综上所述, 满足条件的点 F 到直线 AD 的距离为 $2 - \sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3} - 1$10分

23. (本题 10 分)

解: (1) PCB PCD BCP $\sqrt{73}$ 4分

【解法提示】如图, 连结 AD , 过点 A 作 $AF \perp CB$ 于点 F .



$\therefore AP + \frac{1}{3}BP = AP + PD$, 要使 $AP + \frac{1}{3}BP$ 的值最小,
 $\therefore AP + AD$ 的值最小, 当点 A, P, D 在同一条直线上时, $AP + AD$ 的值最小,

即 $AP + \frac{1}{3}BP$ 的最小值为 AD .

由题意知 $AC = BC = AB = 9$, $AF \perp BC$, $\angle ACB = 60^\circ$,

$$\therefore AF = AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{2}, \quad CF = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2},$$

$$\therefore DF = CF - CD = \frac{7}{2},$$

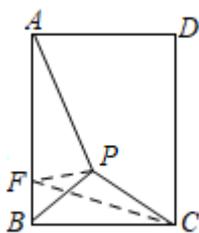
$$\therefore AD = \sqrt{AF^2 + DF^2} = \sqrt{73},$$

$$\therefore AP + \frac{1}{3}BP \text{ 的最小值为 } \sqrt{73}.$$

(2) $2\sqrt{10}$ 6分

【解法提示】

如图, 在 AB 上截取 $BF=2$, 连结 PF, FC .



$$\therefore AB=8, \quad PB=4, \quad BF=2,$$

$$\therefore \frac{BP}{AB} = \frac{BF}{BP} = \frac{1}{2}, \quad \text{且 } \angle ABP = \angle PBF,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle PBF,$$

$$\therefore \frac{FP}{AP} = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2}, \quad \therefore PF = \frac{1}{2}AP,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AP + PC = PF + PC,$$

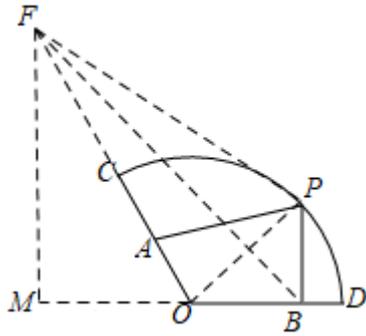
\therefore 当 F, P, C 三点共线时, $\frac{1}{2}AP + PC$ 的值最小,

即 $\frac{1}{2}AP + PC$ 的最小值为 CF ,

$$\therefore CF = \sqrt{BF^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore \frac{1}{2}AP + PC \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{10}.$$

(3) 如图, 延长 OC , 使 $CF=4$, 连结 BF, OP, PF , 过点 F 作 $FM \perp OD$ 交 DO 的延长线于点 M .



$\because OC=4, FC=4,$
 $\therefore FO=8.$
 又 $\because OP=4, OA=2,$
 $\therefore \frac{OA}{OP} = \frac{OP}{OF} = \frac{1}{2},$ 且 $\angle AOP = \angle POF,$
 $\therefore \triangle AOP \sim \triangle POF,$
 $\therefore \frac{AP}{PF} = \frac{OA}{OP} = \frac{1}{2},$
 $\therefore PF = 2AP,$
 $\therefore 2PA + PB = PF + PB,$
 \therefore 当 F, P, B 三点共线时, $2PA + PB$ 的值最小,
 即 $2PA + PB$ 的最小值为 $FB.$
 $\because \angle COD = 120^\circ,$
 $\therefore \angle FOM = 60^\circ.$
 又 $\because FO = 8, FM \perp OM,$
 $\therefore OM = OF \cdot \cos 60^\circ = 4, FM = OF \cdot \sin 60^\circ = 4\sqrt{3},$
 $\therefore MB = OM + OB = 4 + 3 = 7,$
 $\therefore FB = \sqrt{MB^2 + FM^2} = \sqrt{97},$
 $\therefore 2PA + PB$ 的最小值为 $\sqrt{97}.$ 10 分

24. (本题 12 分)

解: (1) 把 $(8, 0)$ 代入 $y = ax^2 - 6ax + 6$, 得 $64a - 48a + 6 = 0$, 解得 $a = -\frac{3}{8}$,

\therefore 抛物线的函数表达式为: $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x + 6.$ 4 分

(2) 在 $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x + 6$ 中, 令 $x = 0$, 得 $y = 6$,

$\therefore B(0, 6).$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

将 $(8, 0), (0, 6)$ 代入 $y = kx + b$, 得 $\begin{cases} 8k + b = 0 \\ b = 6 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 6 \end{cases}$,

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x + 6.$

$\because PM \perp AB, PE \perp OA,$
 $\therefore \angle PMN = \angle AEP = 90^\circ.$
 又 $\because \angle PNM = \angle ANE,$
 $\therefore \angle MPN = \angle BAO.$
 又 $\because \angle PMN = \angle AOB,$
 $\therefore \triangle PNM \sim \triangle ABO,$
 $\therefore PN : AB = C_{\triangle PMN} : C_{\triangle AOB} = 3 : 5.$
 由题意得 $OB=6, OA=8,$

$$\therefore AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = 10,$$

$$\therefore PN = 6.$$

$$\because E(m, 0) (0 < m < 8),$$

$$\therefore P(m, -\frac{3}{8}m^2 + \frac{9}{4}m + 6), N(m, -\frac{3}{4}m + 6),$$

$$\therefore EN = -\frac{3}{4}m + 6, OE = m, AE = 8 - m,$$

$$\therefore PN = PE - EN = -\frac{3}{8}m^2 + \frac{9}{4}m + 6 - (-\frac{3}{4}m + 6) = -\frac{3}{8}m^2 + 3m = 6,$$

解得 $m_1 = m_2 = 4.$ 8 分

(3) \because 线段 OE 绕点 O 逆时针旋转得到 OE' , 旋转角为 $30^\circ,$

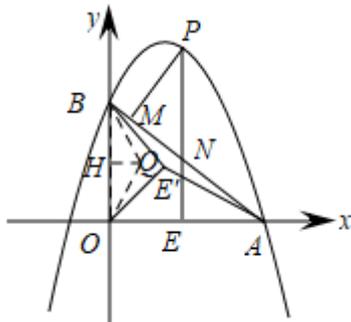
$$\therefore OE' = OE = 4, \angle AOE' = 30^\circ.$$

$$\because \triangle AOE' \sim \triangle BOQ,$$

$$\therefore \frac{OE'}{OA} = \frac{OQ}{OB}, \angle BOQ = \angle AOE' = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{4}{8} = \frac{OQ}{6}, \text{ 即 } OQ = 3.$$

如图, 过点 Q 作 $QH \perp y$ 轴于点 $H,$



$$\therefore QH = \frac{1}{2}OQ = \frac{3}{2}, OH = \sqrt{OQ^2 - QH^2} = \sqrt{3^2 - (\frac{3}{2})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{当点 } Q \text{ 在 } y \text{ 轴右侧时, } Q_1(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}),$$

$$\text{当点 } Q \text{ 在 } y \text{ 轴左侧时, } Q_2(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}).$$

综上所述, 点 Q 的坐标为: $Q_1(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}), Q_2(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}).$ 12 分