

数学试卷

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

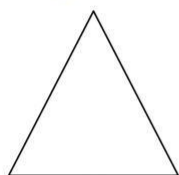
1. 下列方程中，是一元二次方程的是（ ）

- A.  $x + \frac{1}{x} = 2$       B.  $x^2 + y^2 = 7$       C.  $3x^2 = 1$       D.  $xy = 4$

2. 下列各组线段中，能构成直角三角形的是（ ）

- A. 2, 3, 4      B. 3, 4, 6      C. 6, 8, 10      D. 4, 6, 7

3. 下列图形中，不一定是轴对称图形的是（ ）



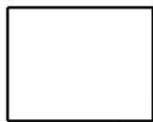
等腰三角形

A.



平行四边形

B.



矩形

C.



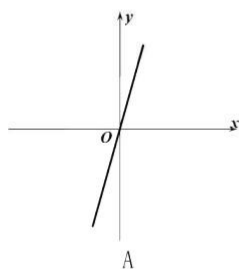
菱形

D.

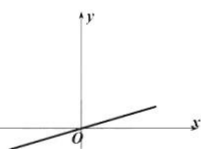
4. 一元二次方程  $x^2 - x + 2 = 0$  的根的情况是（ ）

- A. 有两个相等实数根      B. 有两个不相等实数根      C. 无实数根      D. 只有一个实数根

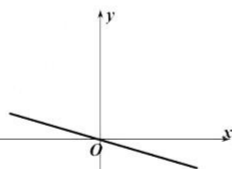
5. 正比例函数  $y = \frac{1}{2}x$  的图象大致是（ ）



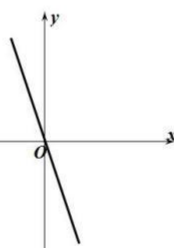
A



B



C



D

6. 已知  $\square ABCD$  的周长为 40cm,  $\triangle ABC$  的周长为 25cm, 则对角线 AC 的长为（ ）

- A. 6cm      B. 15cm      C. 5cm      D. 16cm

7. 将方程  $x^2 + 6x - 1 = 0$  配方后，所得到的结果正确的是（ ）

- A.  $(x+3)^2 = 10$       B.  $(x+3)^2 = 9$       C.  $(x-3)^2 = 9$       D.  $(x-3)^2 = 10$

8. 下列关于正比例函数  $y = -5x$  的说法中，正确的是（ ）

- A. 当  $x=1$  时,  $y=5$       B. 它的图象是一条经过原点的直线  
C.  $y$  随  $x$  的增大而增大      D. 它的图象经过第一、三象限

9. 菱形的周长为 20cm, 一条对角线长为 8cm, 则菱形的面积为（ ） $\text{cm}^2$ .

- A. 48      B. 24      C. 12      D. 20

10. 下列四边形中，两条对角线不一定相等的有（ ）个.

①正方形              ②矩形              ③菱形              ④平行四边形

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

## 二、填空题（每题 3 分，共 30 分）

11. 函数  $y = \frac{1}{x+1}$  中，自变量取值范围是\_\_\_\_\_.

12. 若函数  $y = (m-2)x^{m^2-3}$  是正比例函数，则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.

13. 若  $-1$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+x-a=0$  的一个根，则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 正比例函数  $y = (k-3)x$  的图象经过二、四象限，那么  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 已知  $|a-4| + \sqrt{b-5} + c^2 - 6c + 9 = 0$ ，以  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为三边长构成三角形，则此三角形的形状为\_\_\_\_\_.

16. 点  $A(x_1, y_1)$  和  $B(x_2, y_2)$  是直线  $y = -x$  上的两点，且  $x_1 > x_2$ ，则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系是\_\_\_\_\_.

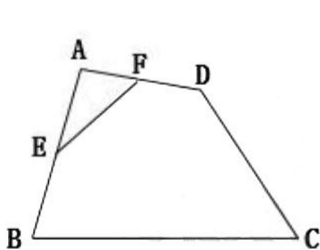
17. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $AD$  的中点，若  $EF=2$ ， $BC=5$ ， $CD=3$ ，则

$\triangle BCD$  面积是\_\_\_\_\_.

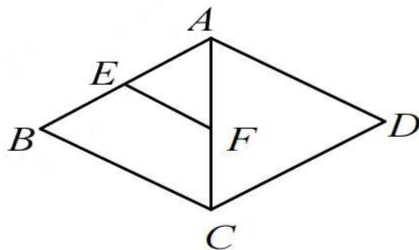
18. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点，如果  $EF=2$ ，那么菱形  $ABCD$  周长是\_\_\_\_\_.

19. 在  $\square ABCD$  中， $\angle A$  的平分线交直线  $BC$  于点  $E$ ， $AB=10$ ， $CE=4$ ，那么  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.

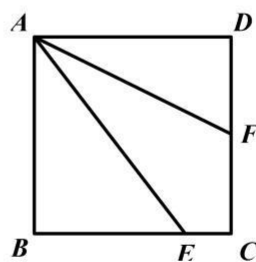
20. 如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $E$  在边  $BC$  上， $AF$  平分  $\angle DAE$  交  $CD$  于  $F$ ， $AD=4$ ，若  $DF+BE=5$ ，则线段  $BE$  的长\_\_\_\_\_.



第 17 题图



第 18 题图



第 20 题图

## 三、解答题：（21、22 每题 7 分，23、24 题每题 8 分，25、26、27 每题 10 分，共计 60 分）

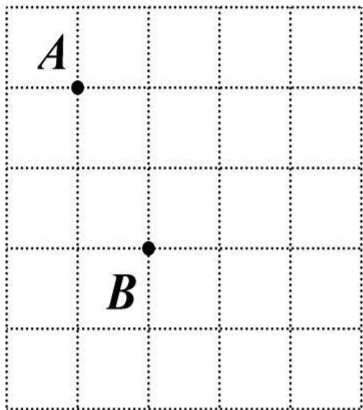
21. 解下列方程

(1)  $x^2 - 3x - 2 = 0$

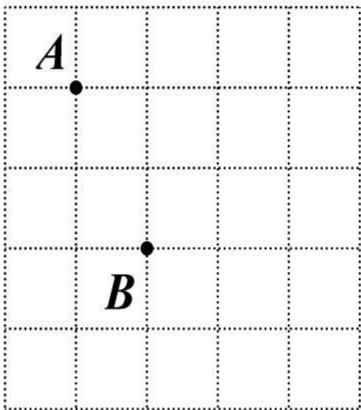
(2)  $3x(x-1) = 2(x-1)$

22. 图①、图②是两张大小、形状完全相同的方格纸，方格纸中的每个小正方形的边长均为 1，点 A 和点 B 在小正方形的顶点上，请在图①、图②中各画一个四边形，满足以下要求：

- (1) 在图①中以 AB 为边画菱形 ABCD，点 C、D 在小正方形顶点上，且菱形 ABCD 的面积为 3；
- (2) 在图②中以 AB 为边画  $\square$ ABEF，点 E、F 在小正方形的顶点上，且此平行四边形一条对角线的长等于 AB 的长；
- (3) 在图②中  $\square$ ABEF 的面积为\_\_\_\_\_.



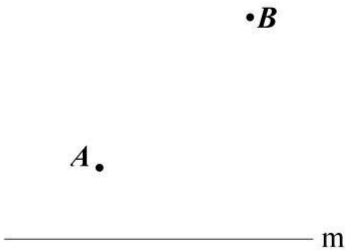
图①



图②

23. 如图，点 A、B 分别在直线 m 的上方.

- (1) 在直线 m 上找到点 P，使得 AP+BP 最短.（要求：保留作图痕迹，不要求写作法）
- (2) 在（1）的条件下， 若点 A、B 到直线 m 的距离分别为 3.5cm、8.5cm，且点 B 在点 A 的东北方向，则 AP+BP 的最短距离为\_\_\_\_\_cm.



24. 如图, 在  $\square ABCD$  中,  $E$ 、 $F$  分别为边  $AB$ 、 $CD$  的中点,  $BD$  是对角线, 且  $\angle ADB=90^\circ$

(1) 如图 1, 求证: 四边形  $BEDF$  是菱形;

(2) 如图 2, 过点  $A$  作  $AG \parallel DB$  交  $CB$  的延长线于  $G$ . 连接  $EF$ 、 $EG$ , 请直接写出图中所有以  $EF$  为一边的平行四边形.

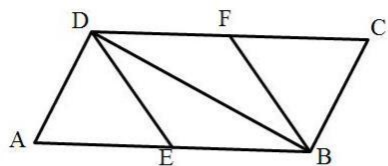


图 1

25. 随着人民生活水平的不断提高, 我市家庭轿车的拥有量逐年增加. 据统计, 某小区 2018 年底拥有家庭轿车 64 辆, 2020 年底家庭轿车的拥有量达到 100 辆.

(1) 若该小区 2018 年底到 2021 年底家庭轿车拥有量的年平均增长率都相同, 求该小区到 2021 年底家庭轿车将达到多少辆?

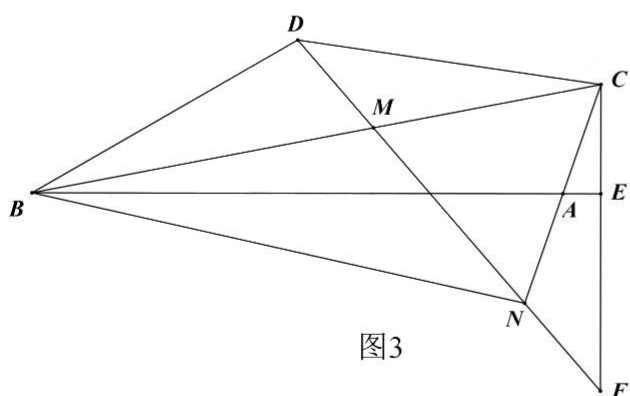
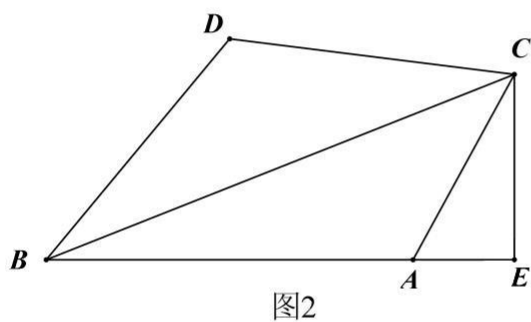
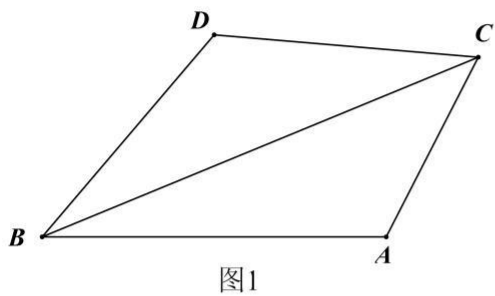
(2) 为了缓解停车压力, 该小区决定投资 15 万元, 全部用于建造若干个停车位. 据测算, 建造费用分别为室内车位 0.5 万元/个, 露天车位 0.1 万元/个, 考虑到实际因素, 计划露天车位的数量不少于室内车位的 2 倍, 求该小区最多可建室内车位多少个?

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点D在 $\triangle ABC$ 的边AB、AC垂直平分线上，连接BD、CD.

(1) 如图1，求证：BD=CD；

(2) 如图2，过C作AB的垂线交BA的延长线于E，求证： $\angle ACE = \angle DCB$ ；

(3) 如图3，在(2)的条件下， $\angle BCA = 60^\circ$ ，在线段CE的延长线上取点F，使CF=CD，连接DF分别交BC、CA的延长线于点M、N，连接BN，若 $BD = \sqrt{7}$ ， $BM = 3AN$ ，求BN的长。

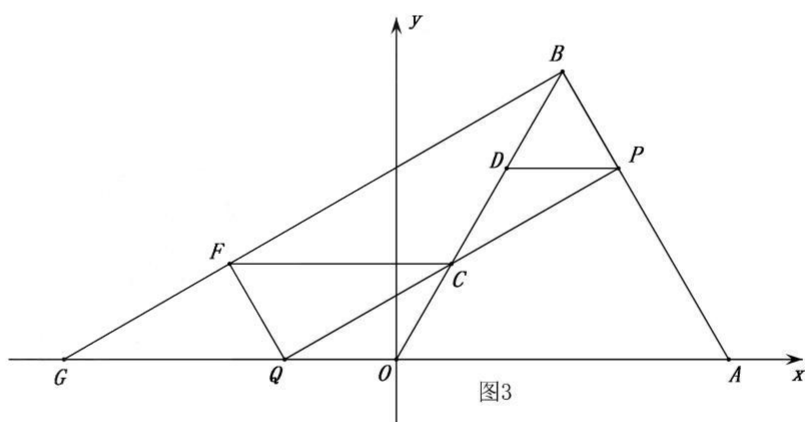
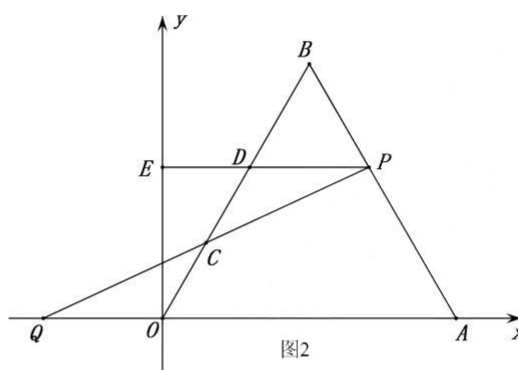
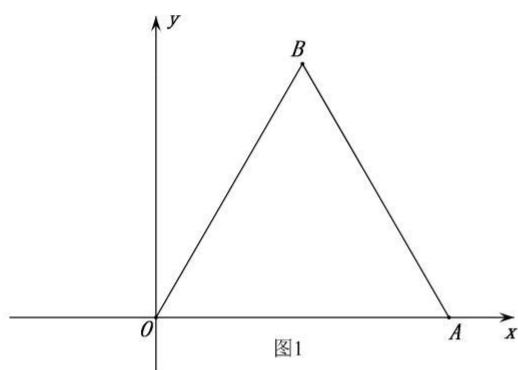


27. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $O$  为坐标原点, 点  $B$  在第一象限, 点  $A$  在  $x$  轴正半轴上, 连结  $OB$ 、 $AB$ ,  $OB=6$ ,  $\angle AOB=60^\circ$ .

(1) 求直线  $OB$  的解析式.

(2) 若  $OB=AB$ , 点  $P$  从  $B$  出发沿线段  $BA$  以每秒 2 个单位的速度向  $A$  运动, 同时点  $Q$  从  $O$  出发以每秒 2 个单位的速度沿  $x$  轴向  $x$  轴负方向运动, 当点  $P$  停止时, 点  $Q$  也随之停止, 在点  $P$ 、 $Q$  运动过程中, 连接  $PQ$  交边  $OB$  于点  $C$ , 设时间为  $t$ , 过点  $P$  作  $PE \perp y$  轴于点  $E$ , 交  $OB$  于点  $D$ , 求  $2DE+OQ$  的值.

(3) 在 (2) 的条件下, 过点  $B$  作  $AB$  的垂线交  $x$  轴于点  $G$ , 过点  $C$  作  $CF$  平行  $x$  轴交  $BG$  于点  $F$ , 当  $\sqrt{3}BF = 2DE \cdot OQ + OQ^2$  时, 求  $t$  值并判断四边形  $PBFQ$  的形状且说明理由.



# 德强学校初中部 2020—2021 学年度下学期八学年数学期中测试答案

## 一、选择题

CCBCBCABBB

## 二、填空题

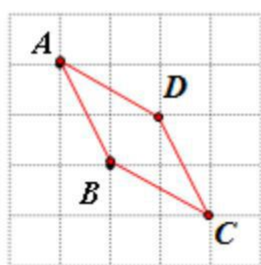
11.  $x \neq -1$       12. -2      13. 0      14.  $k < 3$       15. 直角三角形

16.  $y_1 < y_2$       17. 6      18. 16      19. 14 或 6      20. 3

## 三、解答题

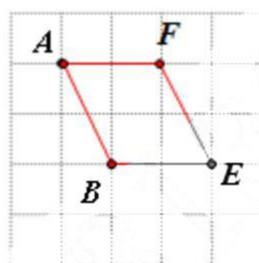
21. (1)  $x_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{2}, x_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{2}$  .....4 分      (2)  $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1$  .....3 分

22.



图①

.....3 分



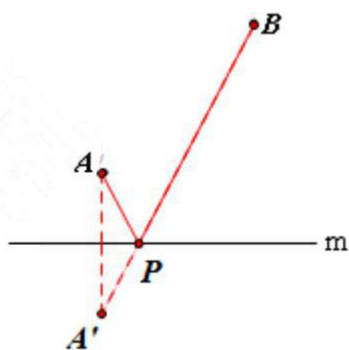
图②

.....3 分

(答案符合条件即可)

(3) 4 (答案符合条件即可) .....1 分

23. (1)      (2) 13



.....4 分

(2) 13      .....4 分

24、 $\because \square ABCD$

$\therefore DC \parallel AB$  -----1分

又 $\because E、F$ 分别为  $AB、CD$ 中点

$$\therefore DF = \frac{1}{2} DC, BE = \frac{1}{2} AB$$

$$\therefore DF = BE$$

又 $\because DF \parallel BE$

$\therefore$  四边形DEBF 为 平行 四边形 -----2分

$\because \angle ADB = 90^\circ, E$ 为 $AB$ 的中点

$\therefore$  在 $Rt\triangle ADB$ 中

$$DE = \frac{1}{2} AB$$

$$\therefore DE = BE$$

$\therefore$  平行四边形DEBF 为 菱形 -----2 分

(2)  $\square ADFE \quad \square EFCB \quad \square EFBG \quad \dots\dots 3$  分

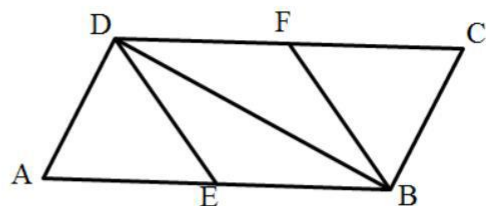


图 1

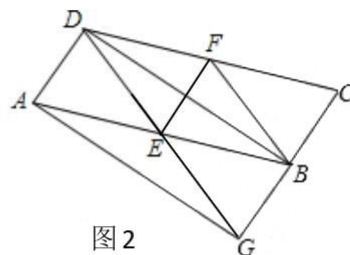


图 2

25. (1) 设该小区 2018 年底到 2020 年底家庭轿车拥有量的年平均增长率为  $x$

$$64(x+1)^2 = 100 \text{-----2分}$$

$$x_1 = 0.25, x_2 = -2.25(\text{舍}) \text{-----1分}$$

$$100 \times (1+0.25) = 125(\text{辆}) \text{-----1分}$$

答：该小区到2021年底家庭轿车将达到125辆-----1分

(2) 设：该小区可建室内车位  $a$  个

$$\frac{15-0.5a}{0.1} \geq 2a \text{-----2分}$$

$$a \leq 21\frac{3}{7} \text{-----1分}$$

$\because a$ 为正整数

$$\therefore a \leq 21 \text{-----1分}$$

答：该小区最多可建室内车建21个-----1分

26. (1) 连结  $AD$

$\because D$  是  $\triangle ABC$  边  $AB$ 、 $AC$  的垂直平分线上的点

$\therefore BD = AD$  --- 1分

$AD = CD$  --- 1分

$\therefore BD = CD$  --- 1分

(2) 设  $\angle DBC = \alpha$ ,  $\angle CBA = \beta$ ,  $\angle BCA = \gamma$

$\because BD = CD$

$\therefore \angle DBC = \angle DCB = \alpha$

$\because BD = DA$

$\therefore \angle DBA = \angle DAB = \alpha + \beta$

$\because AC = DA$

$\therefore \angle DCA = \angle DAC = \alpha + \gamma$

在  $\triangle BAC$  中,  $\beta + \alpha + \beta + \alpha + \gamma + \gamma = 180^\circ$

$\therefore \beta + \gamma = 90^\circ - \alpha = \angle CAE$ , --- 1分

$\because CE \perp AE$

$\therefore \angle E = 90^\circ$  --- 1分

$\therefore \angle ACE = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$

$\therefore \angle ACE = \angle DCB$  --- 1分

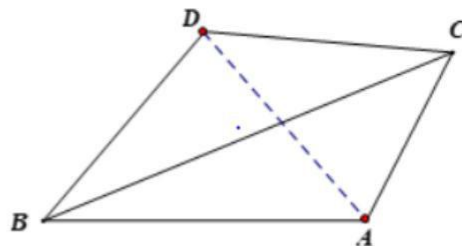


图1

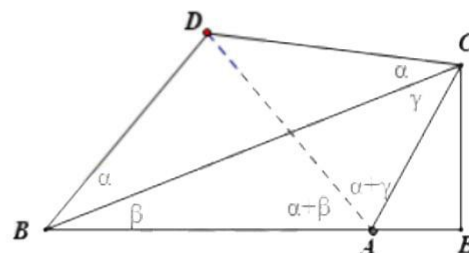


图2

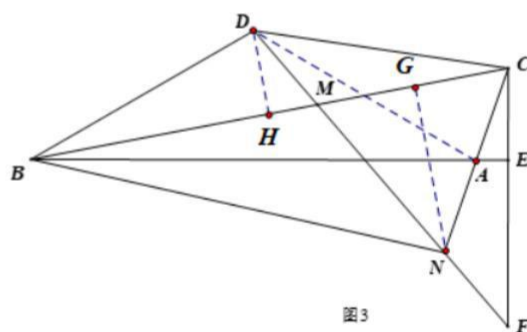


图3

(3)  $\because DC = CF \therefore \angle CDF = \angle F$

又  $\because \angle ACE = \angle DCB$

$\therefore \triangle DCM \cong \triangle FCN$  ..... 1分

$\therefore DM = NF, CM = CN$

又  $\because \angle BCA = 60^\circ$

$\therefore \triangle MCN$  为等边三角形

$\therefore \angle CMN = \angle CNM = 60^\circ$

$\therefore \angle DMB = \angle CMN = 60^\circ$

$\therefore \angle DMB = \angle DNA$

由 (2) 知  $\angle BDA = 180^\circ - 2(\alpha + \beta)$

$= 180^\circ - 2(90^\circ - \gamma) = 120^\circ$

$\therefore \angle BDM + \angle ADN = \angle DBM + \angle DMB = 120^\circ$

$\therefore \angle ADN = \angle DBM$

$\therefore \triangle DBM \cong \triangle ADN$  ..... 1分

$\therefore AN = DM = a$

则  $BM = 3a$

过  $D$  作  $DH \perp BM$  于  $H$

$\therefore \angle DHM = \angle DHB = 90^\circ$

$HM = \frac{a}{2}, BH = \frac{5a}{2}$  勾股定理得  $DH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ ,

$(\frac{\sqrt{3}a}{2})^2 + (\frac{5a}{2})^2 = (\sqrt{7})^2$  得  $a = 1$

$\therefore DM = AN = 1, MN = 2, BM = 3$  ..... 1分

过  $M$  作  $NG \perp CM$  于  $G$

$\therefore \angle NGM = 90^\circ, \angle MNG = 90^\circ - \angle NMG = 30^\circ$

$\therefore MG = 1, BG = 4, NG = \sqrt{MN^2 - MG^2} = \sqrt{3}$ ,

$BN = \sqrt{BG^2 + NG^2} = \sqrt{19}$  ..... 1分

27.

(1) 过点B作  $BN \perp x$  轴于N

在  $Rt\triangle BON$  中

$$\angle OBN = 90^\circ - \angle BON = 30^\circ$$

$$\therefore ON = \frac{1}{2}OB = 3, BN = \sqrt{OB^2 - ON^2} = 3\sqrt{3}$$

过点B作  $BM \perp y$  轴于M

$$\because \angle BMO = \angle MON = \angle BNO = 90^\circ$$

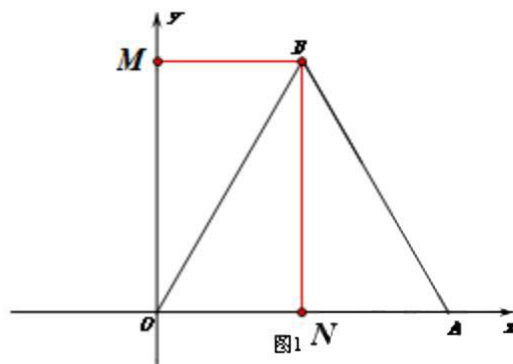
$\therefore$  四边形BMON为矩形

$$\therefore OM = BN = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore B: (3, 3\sqrt{3}) \text{-----1分}$$

设  $y_{OB} = kx$ , 将  $B: (3, 3\sqrt{3})$  代入得  $k = \sqrt{3}$

$$\therefore y_{OB} = \sqrt{3}x \text{-----1分}$$



(2)  $\because OB = AB, \angle AOB = 60^\circ$

$\therefore \triangle AOB$  为等边三角形 -----1分

$$\therefore \angle EOD = 90^\circ - \angle BOA = 30^\circ$$

$$\because PE \perp y \text{轴} \therefore \angle PEO = 90^\circ$$

$$\therefore OD = 2DE \text{-----1分}$$

$$\therefore \angle PEO + \angle EOA = 180^\circ$$

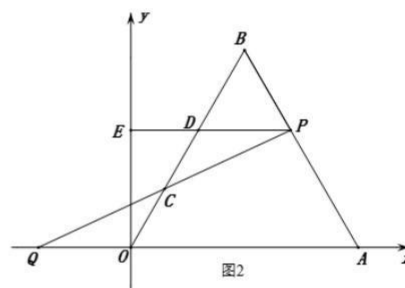
$$\therefore PE \parallel OQ$$

$$\therefore \angle BDP = \angle BOA = 60^\circ, \angle BPD = \angle A = 60^\circ$$

$\therefore \triangle BDP$  为等边三角形

$$\therefore BP = BD = 2t, OD = 6 - 2t = 2DE$$

$$\therefore 2DE + OQ = 6 - 2t + 2t = 6 \text{-----1分}$$



$$\therefore BF = 4\sqrt{3}t$$

延长  $FC$  交  $AB$  于  $K$ ,  $\because FK \parallel AG$

$$\therefore \angle BKF = \angle A = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BFK = 90^\circ - \angle BKF = 30^\circ$$

$\therefore$  在  $Rt\triangle FBK$  中

$$BK = \frac{1}{2} FK, \quad BF^2 + BK^2 = FK^2$$

$$\therefore BF = \sqrt{3}BK, \therefore BK = 4t$$

$$\because DP = OQ, \angle DCP = \angle QCO, \angle DPC = \angle CQO$$

$$\therefore \triangle DCP \cong \triangle OCQ$$

$$\therefore DC = CO = 3 - t, BC = BK = 2t + 3 - t = 3 + t$$

$\therefore 4t = 3 + t$  得  $t = 1$  ----- 2分

$$\therefore BP = OQ = 2, BF = 4\sqrt{3}, GF = 2\sqrt{3}, GH = 4$$

过点 $F$ 作 $FH \perp x$ 轴于 $H$

在  $Rt\triangle F HG$  中

$$\angle G = 30^\circ, FH = \sqrt{3}, GH = 3, HQ = 1$$

$$FQ = \sqrt{HF^2 + HG^2} = 2, GQ = 4$$

$$\therefore FQ^2 + GF^2 = GQ^2$$

$\therefore \triangle GFQ$  为直角三角形,  $\angle QFB = 90^\circ = \angle GBA$

$\therefore FQ \parallel BP \therefore$  四边形  $FQBP$  为平行四边形 ----- 2分

又  $\because \angle GBA = 90^\circ$

∴ 四边形  $FQBP$  为矩形 ----- 1分