河南省2021年中考数学模拟试卷（一）

注意：

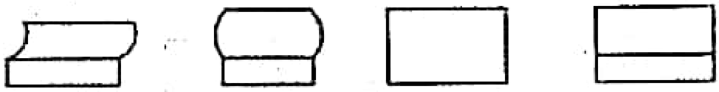
本试卷分试题卷和答题卡两部分。考试时间 100 分钟，满分 120 分。考生应首先阅读答题卡上的文字信息，然后在答题卡上作答，在试题卷上作答无效，交卷时只交答题卡。

一、选择题(下面各题均有四个答案，其中只有一个是正确的，请将正确答案的序号填涂在答题卡相应位置。每小题 3 分，共 30 分)

1. -1 的绝对值是

A. 1　　B. -1　　C. ± 1　　D. 2

2. 如图 1 所示的几何体，从左面看到的图形为



A　　B　　C　　D

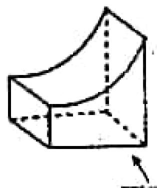


图1

3. 下列调查方式中，合适的是

A. 要了解一批灯泡的使用寿命，采用全面调查的方式

B. 要对某地区新冠肺炎疑似病例进行检测，采用全面调查的方式

C. 为了解中央电视台“诗词大会”栏目的收视人数，采用全面调查的方式

D. 为保证发射成功，发射之前对飞船零部件进行检测，进行抽样调查的方式

4. 1 长度单位“埃”，等于一亿分之一厘米，那么一本杂志长为 35 厘米，等于(　　)埃.

A. 3.5×10^{7}　　B. 3.5×10^{8}　　C. 3.5×10^{9}　　D. 3.5×10^{-8}

5. 下列运算正确的是

A. $x^3\cdot x^4=x^7$　　B. $2x^3-x^3=1$

C. $(-x^2)^3=-x^5$　　D. $x^2+x^3=x^5$

6. 已知二次函数 $y=ax^2-3ax+c(a<0)$ 的图象上有三个点 $(-1,y_1)$，$(2,y_2)$，$(3,y_3)$，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是

A. $y_2<y_3<y_1$　　B. $y_3<y_2<y_1$　　C. $y_1<y_2<y_3$　　D. $y_1<y_3<y_2$

7. 定义：一次函数 $y=ax+b$ 的特征数为 $[a,b]$. 一次函数 $y=2x+m$ 的图象向上平移 3 个单位长度后与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象交于点 A、B. 若点 A、B 关于原点对称，则一次函数 $y=2x+m$ 的特征数是

A. $[2,0]$　　B. $[2,3]$　　C. $[2,-3]$　　D. $[2,-6]$

8. 如图 2，已知 $AB\parallel CD$，$\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 的平分线相交于点 F，$\angle BFD=130^\circ$，则 $\angle BED$ 的度数为

A. 100°　　B. 130°

C. 140°　　D. 160°

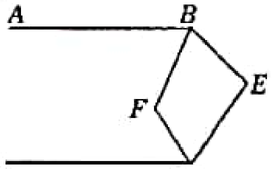


图 2

9. 已知当 $x>0$ 时，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的函数值随自变量的增大而减小，此时关于 x 的方程 $x^2-2(k+1)x+k^2-1=0$ 的根的情况为

A. 有两个相等的实数根　　B. 没有实数根

C. 有两个不相等的实数根　　D. 无法确定

10. 如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 E，过点 E 作 $EF\perp BC$ 于点 F，$AC=5$，$\angle CAB=90°$，按以下步骤作图：分别以点 A、F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AF$ 的长为半径作弧，两弧交于点 P、Q，作直线 PQ，若点 B、E 在直线 PQ 上，且 $AE:EC=2:3$，则 BC 的长为

A. $2\sqrt{6}$　　　　B. $3\sqrt{5}$

C. 8　　　　D. 13

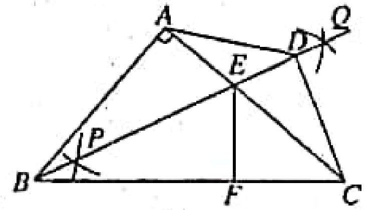


图 3

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

11. 请写出一个大于 -3 且小于 -2 的无理数：________.

12. 已知两个不等式的解集在数轴上的表示如图 4 所示，则这两个不等式组成的不等式组的解集是______.

13. 有不同的两把和三把钥匙，其中两把钥匙能分别打开这两把锁，第三把钥匙不能打开这两把锁. 任意取出一把钥匙去开任意的一把锁，一次打开锁的概率是________.

14. 如图 5，四边形 $ABCD$ 为菱形，$AB=3$，$\angle ABC=60°$，点 M 为 BC 边上一点且 $BM=2CM$，过 M 作 $MN\,//\,AB$ 交 AC、AD 于点 O、N，连接 BN. 若点 P、Q 分别为 OC、BN 的中点，则 PQ 的长度为________.

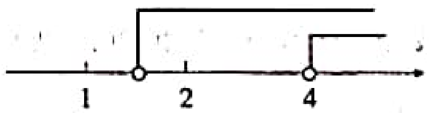


图 4

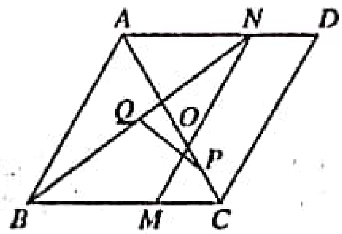


图 5

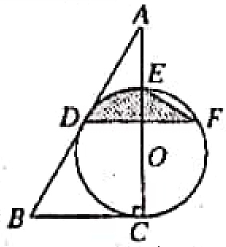


图 6

15. 如图 6，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle A=30°$，$BC=2\sqrt{3}$，点 O 为 AC 上一点，以 O 为圆心，OC 长为半径的圆与 AB 相切于点 D，交 AC 于另一点 E，点 F 为优弧 DCE 上一动点，则图中阴影部分面积的最大值为________.

三、解答题(本大题共 8 个小题，共 75 分)

16. (8 分)先化简，再求值：$(1-\frac{3}{x+2})\div\frac{x-1}{x^2+4x+4}$，其中 $x=\sqrt{2}-2$.

17. (9 分)今年是建党 100 周年，为了让全校学生牢固树立爱国爱党的崇高信念，某校开展了形式多样的党史学习教育活动，八、九年级(各有 500 名学生)举行了一次党史知识竞答(满分为 100 分)，然后随机各抽取 20 名同学的成绩进行了收集、统计与分析，过程如下：

【收集数据】两个年级抽取的 20 名同学的成绩如下表：

八年级：

79	68	87	89	85	59	89	97	89	89
98	93	85	86	89	90	77	89	83	79

九年级：

86	88	97	91	94	62	51	94	87	71
94	78	92	55	97	92	94	94	85	98

【整理数据】将两个年级的抽样成绩进行分组整理：

成绩 x(分)	$50\leqslant x<60$	$60\leqslant x<70$	$70\leqslant x<80$	$80\leqslant x<90$	$90\leqslant x<100$
八年级	1	1	3	11	4
九年级	2	a	b	4	11

【分析数据】抽样的平均数、众数、中位数、方差和优秀率(90 分及以上为优秀)如下表：

年级	统计量				
	平均数	众数	中位数	方差	优秀率
八年级	85	89	c	80.4	20%
九年级	85	94	91.5	192	d

请根据以下信息，回答下列问题：

(1)填空：$a=$ ________，$b=$ ________，$c=$ ________，$d=$ ________；

(2)请估计此次知识竞答中，八年级成绩优秀的学生人数；

(3)小李同学认为九年级的整体成绩更好，请从至少两个方面分析其合理性.

18.(9分)某数学实践小组利用假期时间，带着测角仪和皮尺，对某景区一座大金塔进行了现场测量，绘制了如下示意图. 已知 $AB // CD$，$\angle A=\angle B$，他们测得圆形塔基上部半径 $DF=FC=2$ 米，坡 AD 长为2米，在 A 点处测得坡 AD 的坡角为 $50°$，沿直线 BA 从点 A 前进6米到达点 G 处，测得点 E 的仰角为 $35°$，若 A、B、C、D、E、F、G 在同一平面内且 G、A、B 在同一直线上.

(1)求塔顶 E 距离地面的高度.(结果精确到0.1米，测角仪的高度忽略不计，参考数据：$\sin 35°\approx 0.574$，$\cos 35°\approx 0.819$，$\tan 35°\approx 0.700$，$\sin 50°\approx 0.766$，$\cos 50°\approx 0.643$，$\tan 50°\approx 1.190$)

(2)为使测量结果更加准确，你认为他们在测量过程中都有什么注意事项？(写出一条即可)

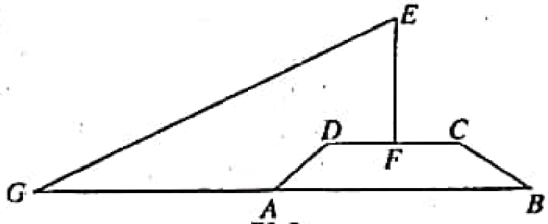


图7

19.(9分)甲、乙两车从 A 城出发沿一条笔直公路匀速行驶至 B 城. 在整个行驶过程中，甲、乙两车离开 A 城的距离 y(千米)与甲车行驶的时间 t(小时)之间的函数关系如图8所示.

(1)A、B 两城相距________千米，乙车比甲车早到________小时；

(2)求出点 C 坐标，并解释其实际意义；

(3)若两车相距不超过30千米时可以通过无线电相互通话，则两车都在行驶的过程中可以通过无线电通话的时间有多长？

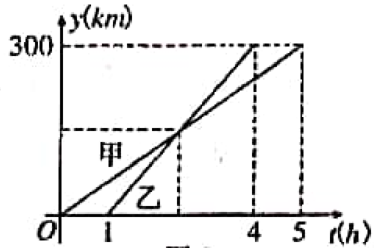


图8

20.(9分)

圆幂定理是平面几何中最重要的定理之一，它包含了相交弦定理、切割线定理、割线定理以及它们推论，其中切割线定理的内容是，从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项.

喜欢思考的天天在了解这个定理之后尝试给出证明，下面是他的部分证明过程：

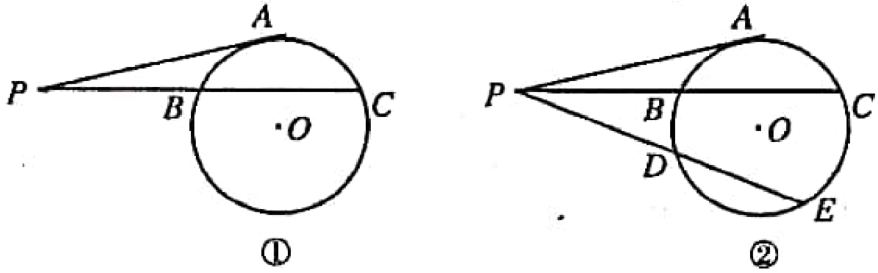


图9

已知：如图9①，点 P 为⊙O 外一点，切线 PA 与圆相切于点 A，割线 PBC 与圆相交于点 B、C.

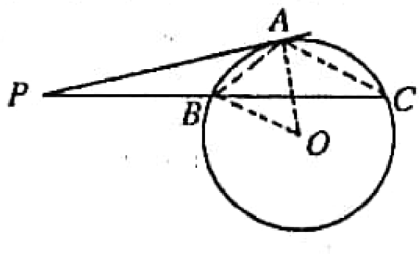
求证：$PA^2=PB\cdot PC$

证明：如图，连接 AB、AC、BO、AO，

∵ PA 切⊙O 于点 A，

∴ $PA\perp AO$，即 $\angle PAB+\angle BAO=90°$，

……



阅读以上材料，完成下列问题：

(1)请帮助天天补充完成以上证明过程；

(2)如图9②，割线 PDE 与圆交于点 D、E，且 $PB=BC=4$，$PE=7$，求 DE 的长.

21.(10分)已知抛物线 $y=ax^2-2ax-3a(a\neq0)$ 与 x 轴交于 A、B 两点，点 A 在点 B 的左侧.

(1)请求出抛物线对称轴和点 A、B 的坐标；

(2)已知点 $M(-1,1)$、$N(4,6a-2)$，且抛物线与线段 MN 只有一个公共点，请求出 a 的取值范围.

22.(10分)如图10，在△ABC 中，$\angle C=90°$，$BC=6cm$，$AC=8cm$，点 D 是 AB 的中点，以 D 为顶点作 $\angle MDN=\angle A$，$\angle MDN$ 的两边分别与线段 AC 交于点 M、N(点 M 在点 N 左边). 设 A、M 两点间的距离为 xcm，C、N 两点间的距离为 ycm.

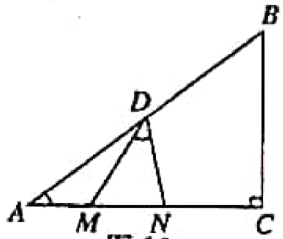


图 10

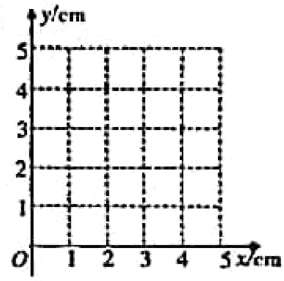
小明根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小明的探究过程，请补充完整.

(1)列表：下表的已知数据是根据 A、M 两点间的距离 x 进行取点、画图、测量，分别得到了 x 与 y 的几组对应值：

x/cm	0	0.6	1.2	1.8	2.3	2.9	3.4	3.5	4.0	4.3	4.5	4.7	4.8
y/cm	a	4.6	4.3	3.9	3.6	3.1	2.6	2.4	b	1.2	0.9	0.4	0.2

请你通过计算补全表格：$a=$________，$b=$________；(保留一位小数)

(2)描点、连线：在平面直角坐标系 xOy 中，描出表中各组数值所对应的点 (x,y)，并画出函数 y 关于 x 的图象；



(3)探究性质：随着自变量 x 的不断增大，函数 y 的变化趋势：____________；

(4)解决问题：当 $AM=CN$ 时，A、M 两点间的距离大约是________cm.(保留一位小数)

23.(11分)已知△ACB 和△EDB 均为直角三角形，$\angle ACB=\angle EDB=90°$，直线 AE 与直线 CD 交于点 M.

(1)观察猜想

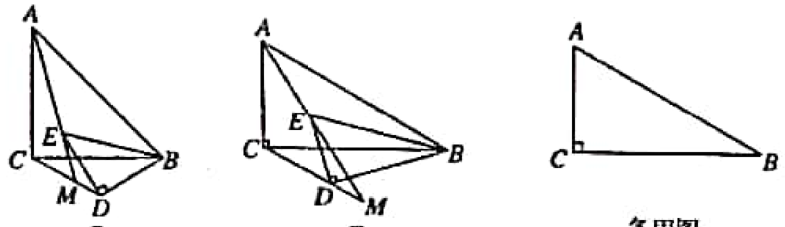
如图11—①，当 $\angle ABC=\angle EBD=45°$ 时，线段 AE 和 CD 的数量关系是________；$\angle AMC=$________°.

(2)探究证明

如图11—②，当 $\angle ABC=\angle EBD=30°$ 时，线段 AE 和 CD 的数量关系是什么？$\angle AMC$ 的度数又是多少？请说明理由.

(3)拓展延伸

在(2)的条件下，若 $BC=9$，$BD=6$，将△EDB 绕点 B 旋转，在整个旋转过程中，当 A、E、D 三点共线时，请直接写出点 C 到直线 AE 的距离.



①　　②　　备用图

图 11

数学参考答案

一、选择题(每小题3分,共30分)

1—5　ADBCA　　6—10　DCAC B

二、填空题(每小题3分,共15分)

11. $-\sqrt{6}$(答案不唯一)　12. $x>4$　13. $\frac{1}{3}$　14. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　15. $2+\frac{2}{3}\pi$

三、解答题(本大题共8个小题,共75分)

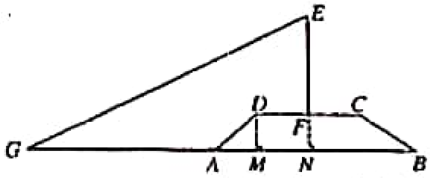
16. 解:原式$=x+2$,当$x=\sqrt{2}-2$时,原式$=\sqrt{2}-2+2=\sqrt{2}$。

17. (1)$a=1,b=2,c=88,d=55\%$;

(2)$500\times20\%=100$(人),所以,八年级成绩优秀的学生人数大约有100人;

(3)九年级抽样成绩的众数、中位数和优秀率均高于八年级,说明九年级平均成绩更高,高分更多,因此九年级整体成绩更好.

18. (1)如图,过点D和F作$DM\perp AB$,$FN\perp AB$于点M和N,则$\angle DMA=\angle FNA=90°$,$\because AB/\!/CD$,$\therefore$四边形$DMNF$为矩形,$\therefore MN=DF=2$,在$Rt\triangle MDA$中,$\angle DAM=50°$,$\cos\angle DAM=\frac{AM}{AD}=\cos50°$,$\therefore AM=AD\cdot\cos50°\approx2\times0.643=1.286$,$\therefore GN=GA+AM+MN\approx6+1.286+2=9.286$,在$Rt\triangle GNE$中,$\angle G=35°$,$\tan G=\frac{EN}{GN}=\tan35°$,$\therefore EN=GN\cdot\tan35°\approx9.286\times0.700=6.5002\approx6.5$,$\therefore$塔顶$E$距离地面的高度约为6.5米;



(2)测角仪测量时要与地面垂直,皮尺要拉直,多测量几次取平均值等.(答案不唯一,言之成理即可)

19. 解:(1)300,1

(2)设$y_{甲}=k_1t$,$y_{乙}=k_2t+b$,将$(5,300)$代入$y_{甲}=k_1t$得,$300=5\times k_1$,

$\therefore k_1=60$,$\therefore y_{甲}=60t(0\leqslant t\leqslant5)$,将$(1,0)$、$(4,300)$代入$y_{乙}=k_2t+b$得,$\begin{cases}k_2+b=0\\4k_2+b=300\end{cases}$,解得$\begin{cases}k_2=100\\b=-100\end{cases}$,$\therefore y_{乙}=100t-100(1\leqslant t\leqslant4)$,令$y_{甲}=y_{乙}$,则$60t=100t-100$,解得,$t=2.5$,$\therefore y_{甲}=y_{乙}=150$,$\therefore$点$C$坐标为$(2.5,150)$,其实际意义为:甲车行驶2.5小时与乙车相遇,此时两车距离A城150千米;

(3)令$|y_{甲}-y_{乙}|=30$,则$|60t-(100t-100)|=30$,解得$t=\frac{7}{4}$或$\frac{13}{4}$,由图象知,当$\frac{7}{4}\leqslant t\leqslant\frac{13}{4}$时,两车相距不超过30千米,$\therefore\frac{13}{4}-\frac{7}{4}=\frac{3}{2}$(小时),$\therefore$两车都在行驶过程中可以通过无线电通话的时间有$\frac{3}{2}$小时.

20. (1)证明:如图,连接AB、AC、BO、AO,

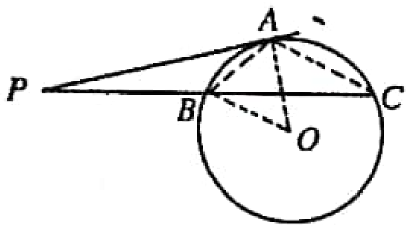
$\because PA$切$\odot O$于点A,$\therefore PA\perp AO$,即$\angle PAB+\angle BAO=90°$,

$\because OA=OB$,$\therefore\angle OAB=\angle OBA$,$\because\angle OAB+\angle OBA+\angle O=180°$,

$\therefore2\angle OAB+\angle O=180°$,即$\angle OAB+\frac{1}{2}\angle O=90°$,

$\therefore\angle PAB=\frac{1}{2}\angle O$,$\because\angle C=\frac{1}{2}\angle O$,$\therefore\angle PAB=\angle C$,又$\angle P=\angle P$,

$\therefore\triangle PAB\backsim\triangle PCA$,$\therefore\frac{PA}{PC}=\frac{PB}{PA}$,即$PA^2=PB\cdot PC$.



(2)$\because PA^2=PB\cdot PC$,同理有,$PA^2=PD\cdot PE$,$\therefore PB\cdot PC=PD\cdot PE$,$\therefore PD=\frac{PB\cdot PC}{PE}=\frac{4\times(4+4)}{7}=\frac{32}{7}$,

$\therefore DE=PE-PD=7-\frac{32}{7}=\frac{17}{7}$,即 DE 的长为$\frac{17}{7}$.

21.(1)抛物线对称轴为 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$,令 $y=ax^2-2ax-3a=0$,$\because a\neq0$,$\therefore x^2-2x-3=0$,

解得 $x_1=-1$,$x_2=3$,$\therefore A(-1,0)$、$B(3,0)$;

(2)当 $x=4$ 时,$y=ax^2-2ax-3a=5a$,$\therefore$抛物线与直线 $x=4$ 的交点坐标为$(4,5a)$,

当 $a>0$ 时,因为抛物线与线段 MN 只有一个公共点,

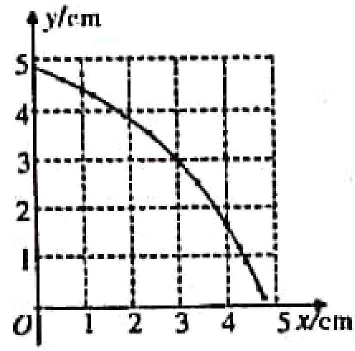
$\therefore 5a\geqslant6a-2$,$\therefore a\leqslant2$,又 $a>0$,$\therefore 0<a\leqslant2$;当 $a<0$ 时,$6a-2<5a$,点 $N(4,6a-2)$一定在点$(4,5a)$下方,

此时抛物线与线段 MN 只有一个公共点,满足题意;

综上所述,a 的取值范围为 $a<0$ 或 $0<a\leqslant2$;(或 $a\leqslant2$ 且 $a\neq0$).

22.(1)$a=4.9$,$b=1.8$

(2)如右图



(3)y 随 x 的增大而减小;

(4)3.0.

23.(1)$CD=\frac{\sqrt{2}}{2}AE$,$\angle AMC=45^\circ$;

(2)$CD=\frac{\sqrt{3}}{2}AE$,$\angle AMC=30^\circ$,理由如下:

在 $Rt\triangle EDB$ 和 $Rt\triangle ACB$ 中,$\angle EBD=\angle ABC=30^\circ$,

$\therefore \angle EBD-\angle EBC=\angle ABC-\angle EBC$,$\therefore \angle CBD=\angle ABE$,

$\because \frac{BD}{BE}=\frac{BC}{AB}=\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\therefore \triangle CBD\backsim\triangle ABE$,$\therefore \frac{CD}{AE}=\frac{BC}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\angle BCD=\angle BAE$,$\therefore CD=\frac{\sqrt{3}}{2}AE$,

设 AM 与 BC 交于点 E,则$\angle COM=\angle AOB$,

$\because \angle BCD=\angle BAE$,$\therefore \angle AMC=\angle ABC=30^\circ$,即$\angle AMC$ 的度数为 30°;

(3)$\frac{3\sqrt{6}+3}{2}$或$\frac{3\sqrt{6}-3}{2}$