

## 数学试题

温馨提示:

1. 本试卷共分试题卷和答题卡两部分,考试时量 120 分钟,满分 120 分。
2. 请你将姓名、准考证号填写在答题卡上。
3. 请在答题卡上作答,答在本试题卷上无效。

一、选择题(本大题有 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分,在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的)

1.  $(-1)^{2021}$  的相反数是( )

A. -2021                      B. 2021                      C. -1                      D. 1

2. 下列图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是( )

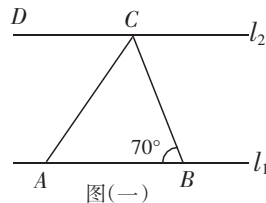


3. 自新冠病毒发现以来,中国抗疫取得了巨大成就,堪称奇迹,为世界各国防控疫情提供了重要借鉴和支持,让中国人民倍感自豪,2020 年 1 月 12 日,世界卫生组织正式将 2019 新型冠状病毒命名为 2019-nCoV. 该病毒的直径在 0.00000008 米~0.00000012 米,将 0.00000012 用科学记数法表示为( )

A.  $12 \times 10^{-7}$                       B.  $1.2 \times 10^{-8}$                       C.  $12 \times 10^7$                       D.  $1.2 \times 10^8$

4. 如图(一),直线  $l_1 \parallel l_2$ ,点  $B, C$  分别在直线  $l_1, l_2$  上,连接  $BC$ ,作  $\angle BCD$  的角平分线,交直线  $l_2$  于点  $A$ ,若  $\angle ABC = 70^\circ$ ,则  $\angle DCA$  的度数为( )

A.  $40^\circ$   
B.  $50^\circ$   
C.  $55^\circ$   
D.  $70^\circ$

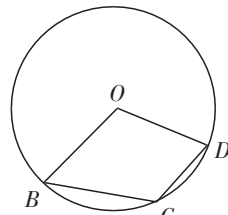


5. 下列计算正确的是( )

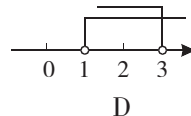
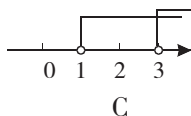
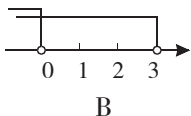
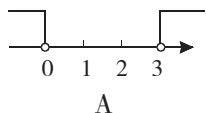
A.  $3a - 2a = 1$                       B.  $(-3a)^2 = 6a^2$   
C.  $(\sqrt{5} - 2)^{2020}(\sqrt{5} + 2)^{2021} = 1$                       D.  $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

6. 如图(二),点  $B, C, D$  在  $\odot O$  上,若  $\angle BCD = 130^\circ$ ,则  $\angle BOD$  的度数是( )

A.  $100^\circ$   
B.  $80^\circ$   
C.  $60^\circ$   
D.  $50^\circ$



7. 若点  $P(x-3, x-1)$  是第二象限内的一点, 则  $x$  的取值范围在数轴上表示正确的是( )

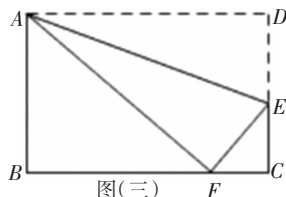


8. 对一组样本数据进行分析时, 小华列出了方差的计算公式  $s^2 = \frac{(2-\bar{x})^2 + (3-\bar{x})^2 + (3-\bar{x})^2 + (4-\bar{x})^2}{n}$ ,

由公式提供的信息, 则下列说法错误的是( )

- A. 样本的容量是 4  
B. 样本的平均数是 3.5  
C. 样本的众数是 3  
D. 样本的中位数是 3
9. 如图(三), 在矩形  $ABCD$  中, 点  $E$  在  $DC$  上, 将矩形沿  $AE$  折叠, 使点  $D$  落在  $BC$  边上的点  $F$  处. 若  $AB=3, BC=5$ , 则  $\tan \angle DAE$  的值为( )

- A.  $\frac{1}{2}$   
B.  $\frac{9}{20}$   
C.  $\frac{1}{3}$   
D.  $\frac{2}{5}$

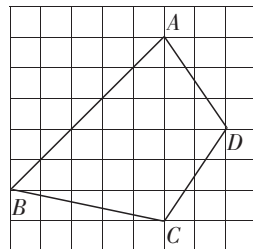


10. 某工程需要在规定日期内完成, 如果甲工程队单独做, 恰好如期完成, 如果乙工程队单独做, 则超过规定日期 3 天, 现在甲、乙两队合做 2 天, 剩下的由乙队独做, 恰好在规定日期完成, 求规定日期. 如果设规定日期为  $x$  天, 下面所列方程中错误的是

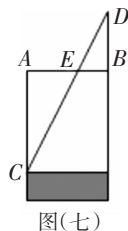
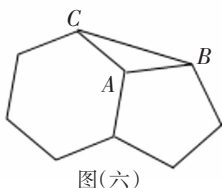
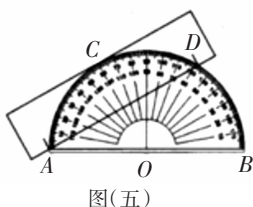
- A.  $\frac{2}{x} + \frac{x}{x+3} = 1$   
B.  $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+3}$   
C.  $(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}) \times 2 + \frac{x-2}{x+3} = 1$   
D.  $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+3} = 1$

## 二、填空题(本大题有 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 因式分解:  $-4a^2 + 4a - 1 =$  \_\_\_\_\_.
12. 我们在计算不规则图形的面积时, 有时采用“方格法”来计算, 计算方法如下: 假定每个小方格的边长为 1 个单位长,  $S$  为图形的面积,  $L$  是边界上的格点数,  $N$  是内部格点数, 则有  $S = \frac{L}{2} + N - 1$ , 请根据此方法计算图(四)中四边形  $ABCD$  的面积  $S =$  \_\_\_\_\_.

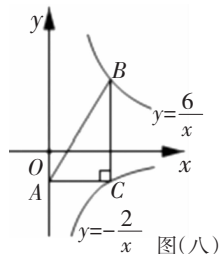


13. 如图(五), 量角器的零刻度线为  $AB$ , 将一矩形直尺与量角器部分重叠, 使直尺一边与量角器相切于点  $C$ , 直尺另一边交量角器于点  $A, D$ , 量得  $AD=12\text{cm}$ , 点  $D$  在量角器上的读数为  $60^\circ$ , 则该直尺的宽度为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .
14. 若  $x_1, x_2$  是方程  $x^2 + x + 2020 = 0$  的两个实数根, 则代数式  $x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2$  的值等于 \_\_\_\_\_.
15. 边长相等的正五边形与正六边形按如图(六)所示拼接在一起, 则  $\angle ABC =$  \_\_\_\_\_ 度.



16. 某地教育部门为了解本地区 30000 名中小學生(高中生 9000 人,初中生 10000 人,小学生 11000 人)的体质健康情况,计划进行抽样调查 300 名學生,为了使调查具有代表性,那么初中生应随机抽取\_\_\_\_\_人。
17. 《九章算术》中记载了一种测量井深的方法. 如图(七)所示,在井口  $B$  处立一根垂直于井口的木杆  $BD$ ,从木杆的顶端  $D$  观察井水水岸  $C$ ,视线  $DC$  与井口的直径  $AB$  交于点  $E$ ,如果测得  $AB=1.4$  米, $BD=1$  米, $BE=0.2$  米,那么井深  $AC$  为\_\_\_\_\_米。

18. 如图(八),点  $B$  在反比例函数  $y=\frac{6}{x}(x>0)$  的图象上,点  $C$  在反比例函数  $y=-\frac{2}{x}(x>0)$  的图象上,且  $BC\parallel y$  轴, $AC\perp BC$ ,垂足为点  $C$ ,交  $y$  轴于点  $A$ .则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_。



三、解答题(本大题有 8 个小题,第 19~25 题每小题 8 分,第 26 题 10 分,共 66 分.解答应写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程)

19. 计算:  $|\sqrt{3}-2|+2021^0+(-\frac{1}{3})^{-1}+3\tan 30^\circ$

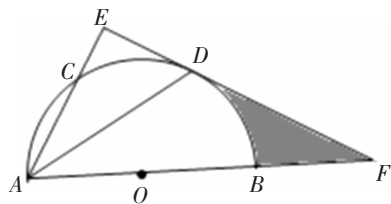
20. 先化简,再求值:

$$\frac{x+1}{x^2-4} \div (\frac{x}{x-2} - \frac{1}{2-x}), \text{ 其中 } x=\sqrt{2}-3.$$

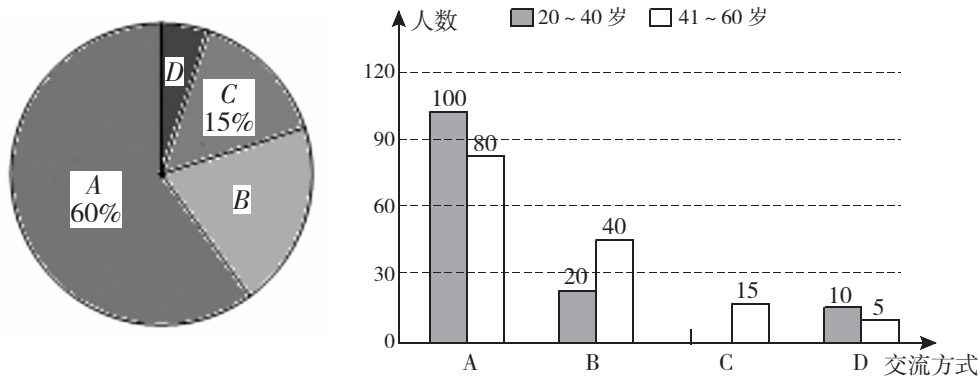
21. 如图, $AB$  为半圆  $O$  的直径, $AC$  是  $\odot O$  的一条弦, $D$  为  $\widehat{BC}$  的中点,作  $DE\perp AC$ ,交  $AB$  的延长线于点  $F$ ,连接  $DA$ .

(1)求证: $EF$  为半圆  $O$  的切线;

(2)若  $DA=DF=2\sqrt{3}$ ,求阴影区域的面积.(结果保留根号和  $\pi$ )

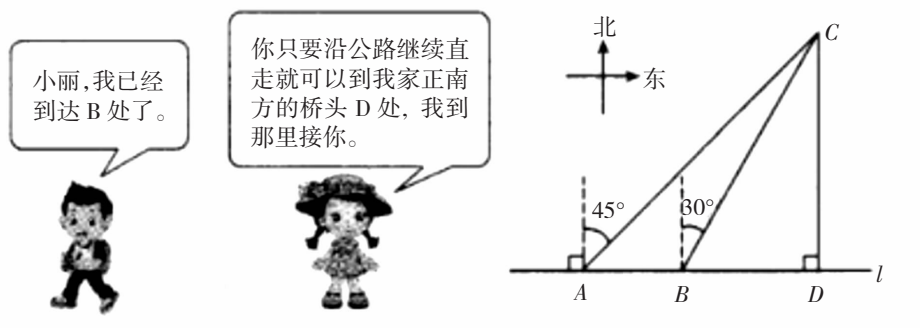


22. 随着科技的发展,手机 APP 技术使人们的沟通方式更便捷、多样,为了解某社区 20~60 岁居民最喜欢的沟通方式,某校数学兴趣小组针对给出的四种手机 APP(A 微信、BQQ、C 钉钉、D 其他)的使用情况,对该社区内 20~60 岁的部分居民展开了随机问卷调查(每人必选且只能选择其中一项最受欢迎的交流方式)。根据调查结果绘制了如下不完整的统计图,请你根据图中信息解答下列问题:



- (1)参与问卷调查的总人数是\_\_\_\_\_人;
- (2)补全条形统计图;
- (3)若小明和他爸爸要在各自的手机里安装 A,B,C 三种 APP 中的一种,用树状图或列表求他俩选择同一种 APP 的概率。

23. 星期天,小明到小丽家所在的美丽乡村游玩,在村头 A 处时小明接到小刚发来的微信位置,发现小丽家 C 在自己的北偏东 45°方向,于是沿河边笔直的公路  $l$  步行 300 米到达 B 处,这时微信位置显示小刚家 C 在自己的北偏东 30°方向,如图所示.



根据以上信息和对话,请你帮助小明算一算,他还需沿公路继续直行多少米才能到达桥头 D 处. (精确到 1m,参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$ , $\sqrt{3} \approx 1.732$ )

24. 某中学为了让学生广泛了解中华民族优秀传统文化,弘扬传统美德,养成“爱读书、会读书、读好书”的良好习惯,积极开展“书香校园·师生共读”活动,准备购买 A,B 两种型号的书架,用于放置图书. 在购买时发现, A 种型号书架的单价比 B 种型号书架的单价多 40 元,若购买 A 种型号的书架 4 个与 B 种型号的书架 5 个共需资金 1690 元.

(1)求 A,B 两种型号书架的单价各是多少元?

(2)学校准备购买 A,B 两种型号的书架共 50 个,且购买的总费用不超过 10000 元,求最多可以购买多少个 A 种书架?

25. 观察下列图 1 中尺规作图:以  $\angle MON$  的顶点  $O$  为圆心,任意长为半径画弧,分别交  $OM$ ,  $ON$  于点  $A,B$ ,过点  $A$  作  $AE \parallel OB$ ,过点  $B$  作  $BF \parallel OA$ ,交于点  $C$ .

(1)证明:四边形  $AOBC$  是菱形;

(2)点  $D$  是  $OB$  的中点,连接  $AD,OC$ ,相交于点  $P$ ,  $OA=8$ .

①如图 2,当  $\angle AOB=90^\circ$  时,求  $OP$  的长;

②如图 3,作  $OP$  的垂直平分线与边  $OB$  交于点  $Q$ ,当  $\angle AOB$  的角度发生改变时,点  $Q$  的位置是否会发生变化? 如果不变,请求出  $OQ$  的长;如果改变,请说明理由.

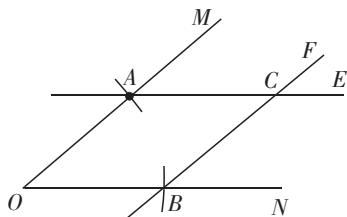


图 1

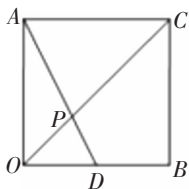


图 2

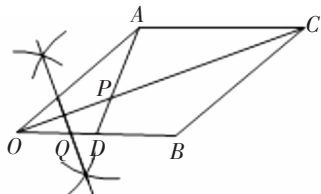


图 3

26. 如图,抛物线  $y=-x^2+bx+c$  与  $x$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点,与  $y$  轴相交于点  $C$ ,且点  $B$  与点  $C$  的坐标分别为  $B(6,0)$ ,  $C(0,12)$ ,点  $M$  是抛物线的顶点.

(1)求二次函数的关系式;

(2)点  $P$  为线段  $MB$  上一个动点,过点  $P$  作  $PD \perp x$  轴于点  $D$ .若  $OD=m$ ,  $\triangle PCD$  的面积为  $S$ ,

①求  $S$  与  $m$  的函数关系式,写出自变量  $m$  的取值范围.

②当  $S$  取得最值时,求点  $P$  的坐标;

(3)在  $MB$  上是否存在点  $P$ ,使  $\triangle PCD$  为直角三角形? 如果存在,请直接写出点  $P$  的坐标; 如果不存在,请说明理由.

