

2021 年额尔古纳市中考数学模拟试题答案

一、选择题

| | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | C | A | C | D | B | B | D | C | D | D | A | B |

二、填空题

13. $4a(a+2)(a-2)$; 14. 7.5×10^8 ; 15. $\underline{1}$; 16. $\underline{180\pi}$; 17. $-\frac{1}{4n}$;

18. 解：原式 $= -2 + |2\sqrt{2} - 3| - 1 + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ -----4分
 $= -2 + 3 - 2\sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2}$ -----5分
 $= 0$ -----6分

19. 解：原式 $= [\frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} + \frac{1}{a-1}] \div \frac{2}{a(a-1)}$ -----2分
 $= (\frac{a+1}{a-1} + \frac{1}{a-1}) \cdot \frac{a(a-1)}{2}$
 $= \frac{a+2}{a-1} \cdot \frac{a(a-1)}{2}$
 $= \frac{a(a+2)}{2}$
 $= \frac{a^2+2a}{2}$, -----3分
 $\because a^2+2a - 15=0$, (若是解方程对了，给 5 分)
 $\therefore a^2+2a=15$,

则原式 $= \frac{15}{2}$. -----6分

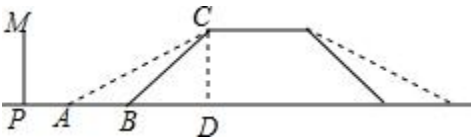
20. 解：文化墙 PM 不需要拆除。 -----1 分

理由：过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，则 $CD=6$ ， -----2 分

\because 坡面 BC 的坡度为 1：1，新坡面 AC 的坡度为 1： $\sqrt{3}$ ，

$\therefore \angle CBD=45^\circ$ ， $\angle CAD=30^\circ$. -----3 分

$\therefore BD=CD=6$ ，



在 $Rt\triangle CDA$ 中， $\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore AD = CD \cdot \frac{3}{\sqrt{3}} = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ ， -----5 分

$\therefore AB=AD-BD=6\sqrt{3}-6$ ， $\therefore PA=PB-AB=8-(6\sqrt{3}-6)=14-6\sqrt{3} \approx 14-6 \times 1.732 \approx 3.6$ (米)

$\because 3.6 > 3$

\therefore 文化墙 PM 不需要拆除。 -----6 分

21. 解：(1) 从四张纸牌中随机摸出一张，摸出的牌面图形是中心对称图形的概率是 $\frac{3}{4}$ ； -----1 分

(2) 游戏不公平。 -----2 分

列表如下：

| 第一次 第二次 | A | B | C | D |
|------------|--------|--------|--------|--------|
| A | - - - | (B, A) | (C, A) | (D, A) |
| B | (A, B) | - - - | (C, B) | (D, B) |
| C | (A, C) | (B, C) | - - - | (D, C) |
| D | (A, D) | (B, D) | (C, D) | - - - |

-----4 分

由表可知，共有 12 种等可能结果，摸出两张牌面图形既是中心对称图形又是轴对称图形的情况有 2 种，即 (A, C)，(C, A)

所以 $P_{\text{(既是轴对称图形又是中心对称图形)}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

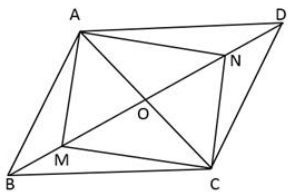
所以游戏不公平。 -----5 分

修改规则：若抽到的两张牌图形都是中心对称图形（或都是轴对称图形），则小亮获胜，否则小明获胜。 -----6 分

22. (1) 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA=OC$ ， $OB=OD$ ， -----1 分

\because 对角线 BD 上的两点 M 、 N 满足 $BM=DN$ ，



$\therefore OB=BM=OD=DN$, 即 $OM=ON$,

\therefore 四边形 $AMCN$ 是平行四边形, -----2 分

$\therefore MN=2OM$, $\because AC=2OM$, $\therefore MN=AC$, -----3 分

\therefore 四边形 $AMCN$ 是矩形; -----4 分

(2) 当 $AB=BC$ 时, 四边形 $AMCN$ 是正方形; -----5 分

$\because AB=BC$, $AO=CO$

$\therefore BO \perp AC$, 即 $AC \perp MN$, -----6 分

由 (1) 知四边形 $AMCN$ 是矩形,

\therefore 四边形 $AMCN$ 是菱形,

\therefore 四边形 $AMCN$ 是正方形; -----7 分

23、解: (1) $m=14 \div 28\%=50$ (人), -----1 分

A 占百分比为: $1-24\%-28\%-46\%=2\%$, $\therefore 50 \times (2\%+24\%)=13$ (人),

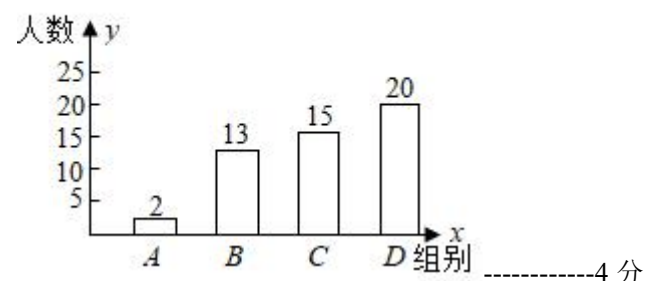
\therefore A、B 两组的人数为 13 人, 中位数是第 25、26 位数的平均数, 落在 C 组内。

\therefore 男生中位数 $n=\frac{25+25}{2}=25$, -----2 分

女生 C 组人数 $=50-2-13-20=15$ (人), -----3 分

条形图如图所示:

女生得分情况条形统计图



(2) 男生的成绩比较好, 因为男生的中位数比女生的中位数大 (也可以根据众数的大小判断). -----6 分

(3) $2000 \times \frac{14+15}{100}=580$ (人),

答: 估计成绩处于 C 组的人数约为 580 人. -----7 分

24. 证明: (1) 连接 OM , -----1 分

$\because OM=OB$, $\therefore \angle OMB=\angle OBM$,

$\because BM$ 平分 $\angle ABD$, $\therefore \angle OBM=\angle MBF$,

$\therefore \angle OMB=\angle MBF$, $\therefore OM \parallel BF$,

$\because MF \perp BD$, $\therefore OM \perp MF$, 即 $\angle OMF=90^\circ$,

$\because OM$ 是半径 $\therefore MF$ 是 $\odot O$ 的切线; -----4 分

(2) 如图, 连接 ON -----5 分

$\because \widehat{AN}=\widehat{BN}$, $\therefore AN=BN=4$

$\because AB$ 是直径, $\widehat{AN}=\widehat{BN}$,

$\therefore \angle ANB=90^\circ$, $ON \perp AB$ -----6 分

$$\therefore AB=\sqrt{AN^2+BN^2}=4\sqrt{2}$$

$$\therefore AO=BO=ON=2\sqrt{2}$$

在 $Rt\triangle NOC$ 中, $\therefore OC=\sqrt{CN^2-ON^2}=\sqrt{9-8}=1$

$$\therefore AC=2\sqrt{2}+1, BC=2\sqrt{2}-1$$
 -----7 分

$\because \angle A=\angle NMB$, $\angle ANC=\angle MBC \therefore \triangle ACN \sim \triangle MCB$

$$\therefore \frac{AC}{CM}=\frac{CN}{BC}$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{2}+1}{CM}=\frac{3}{2\sqrt{2}-1}$$

$$\therefore CM=\frac{7}{3}$$
 -----8 分

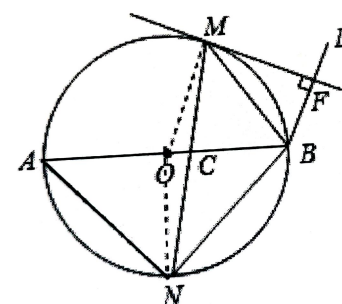
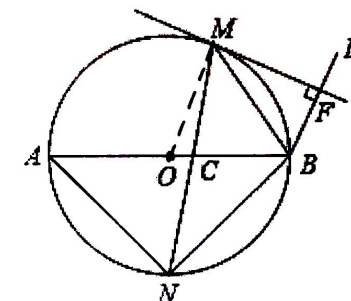
25. 解: (1) 设制作一件 A 获利 x 元, 则制作一件 B 获利 $(105+x)$ 元, 由题意得:

$$\frac{30}{x}=\frac{240}{x+105}, \text{ 解得: } x=15, \text{ -----4 分}$$

经检验, $x=15$ 是原方程的根,

当 $x=15$ 时, $x+105=120$,

答: 制作一件 A 获利 15 元, 制作一件 B 获利 120 元. -----5 分



(2) 设每天安排 a 人制作 B , $(65-a)$ 人制作 A , 由题意得:

$$W = 2(65-a) \times 15 + [120 - 2(a-5)]a,$$

$$\therefore W = -2a^2 + 100a + 1950, \text{-----8 分}$$

$$\text{即 } W = -2(a-25) + 3200$$

$\because -2 < 0, \therefore$ 当 $a=25$ 时, W 取最大值, 最大值为 3200 元-----9 分

\therefore 此时制作 A 产品的 40 人, B 产品的 25 人, 获利最大, 最大利润为 3200 元. -----10 分

26. 解: (1) 将 $A(-4, 0)$ 、 $B(-1, 3)$ 代入 $y = ax^2 + bx$ 中, 得 $\begin{cases} 16a - 4b = 0 \\ a - b = 3 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \end{cases}$

\therefore 抛物线 C 解析式为: $y = -x^2 - 4x$, -----2 分

配方, 得: $y = -x^2 - 4x = -(x+2)^2 + 4$, \therefore 顶点为: $G(-2, 4)$; -----3 分

(2) \because 抛物线 C 绕点 O 旋转 180° , 得到新的抛物线 C' .

\therefore 新抛物线 C' 的顶点为: $G' (2, -4)$, 二次项系数为: $a' = 1$

\therefore 新抛物线 C' 的解析式为: $y = (x-2)^2 - 4 = x^2 - 4x$ -----4 分

将 $A(-4, 0)$ 代入 $y = kx - \frac{12}{5}$ 中, 解得 $k = -\frac{3}{5}$, \therefore 直线 $y = -\frac{3}{5}x - \frac{12}{5}$, -----5 分

设 $D(m, -m^2 - 4m)$, $\because D、E$ 关于原点 O 对称, $\therefore OD = OE$

$\because DE = 2EM \quad \therefore OD = OE = EM$,

过点 E 作 $FF \perp x$ 轴于 F , 过 M 作 $MH \perp x$ 轴于 H , $\therefore EF \parallel MH$

$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OMH$

$$\therefore \frac{EF}{MH} = \frac{OF}{OH} = \frac{OE}{OM} = \frac{1}{2}$$

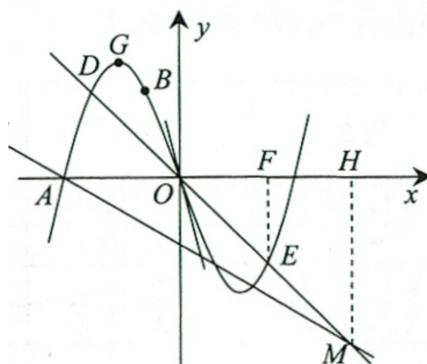
$\therefore OH = 2OF, MH = 2EF$

$\therefore M(-2m, 2m^2 + 8m)$ -----7 分

把 $M(-2m, 2m^2 + 8m)$ 代入 $y = kx - \frac{12}{5}$ 得:

$$2m^2 + 8m = -\frac{3}{5} \times (-2m) - \frac{12}{5}, \text{ 解得: } m_1 = -3, m_2 = -\frac{2}{5},$$

$\because m < -2 \quad \therefore m = -3$; -----8 分



(3) 存在点 P .

由 (2) 知: $m = -3$,

$$\therefore D(-3, 3), E(3, -3), OE = 3\sqrt{2},$$

如图 3, 连接 BG , 在 $\triangle ABG$ 中,

$$\because AB^2 = (-1-4)^2 + (3-0)^2 = 18, BG^2 = 2, AG^2 = 20$$

$\therefore AB^2 + BG^2 = AG^2 \quad \therefore \triangle ABG$ 是直角三角形, $\angle ABG = 90^\circ$, -----9 分

$$\therefore \tan \angle GAB = \frac{BG}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{3},$$

$\because \angle DEP = \angle GAB$

$$\therefore \tan \angle DEP = \tan \angle GAB = \frac{1}{3},$$

在 x 轴下方过点 O 作 $OH \perp OE$, 交 EP 于点 H

$$\therefore \tan \angle DEP = \frac{OH}{OE} = \frac{1}{3}, \therefore OH = \frac{1}{3}OE = \sqrt{2}, \text{-----10 分}$$

\therefore 过点 E 作 $ET \perp y$ 轴于 T , $\because E(3, -3)$,

$\therefore \angle EOT = 45^\circ$

$\because \angle EOH = 90^\circ \quad \therefore \angle HOT = 45^\circ$

$\because OH = \sqrt{2} \therefore H(-1, -1)$, 设直线 EH 解析式为 $y = px + q$,

$$\text{则 } \begin{cases} 3p + q = -3 \\ -p + q = -1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} p = -\frac{1}{2} \\ q = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

\therefore 直线 EH 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$, -----12 分

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \\ y = x^2 - 4x \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x_1 = \frac{-7-\sqrt{73}}{4} \\ y_1 = \frac{\sqrt{73}-5}{8} \end{cases},$$

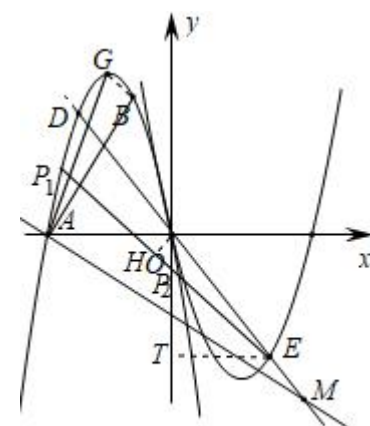


图3

$$\begin{cases} x_2 = \frac{-7+\sqrt{73}}{4} \\ y_2 = -\frac{\sqrt{73}+5}{8}, \end{cases}$$

∴点P的横坐标为: $-\frac{7+\sqrt{73}}{4}$ 或 $\frac{\sqrt{73}-7}{4}$. -----13 分

(3) 第二种方法:

(3) 存在点P, 使得 $\angle DEP = \angle GAB$. 如图2, 过点G作 $GK \perp x$ 轴于点K, 过点P作 $PN \perp EF$ 交EF的延长线于点N. ∵ $A(-4, 0)$, $B(-1, 3)$, ∴ $\angle BAO = 45^\circ$. ∵点D坐标为 $(-3, 3)$, 点E坐标为 $(3, -3)$, ∴ $\angle OEF = 45^\circ$.
 ∵ $\angle GAB = \angle PED$, ∴ $\angle GAB + \angle BAO = \angle PED + \angle OEF$, ∴ $\angle GAK = \angle PEN$.

∵ $\angle GKA = \angle PNE = 90^\circ$, ∴ $\triangle GAK \sim \triangle PEN$, ∴ $\frac{GK}{PN} = \frac{AK}{EN}$, ∴ $GK \cdot EN = AK \cdot PN$.

设P点的横坐标为t, 则 $P(t, -t^2-4t)$, ∴ $PN = 3-t$. $EN = -t^2-4t+3$, ∴ $4(-t^2-4t+3) = 2(3-t)$

解得 $t_1 = \frac{-7+\sqrt{73}}{4}$, $t_2 = \frac{-7-\sqrt{73}}{4}$, ∴P点的横坐标为 $\frac{-7+\sqrt{73}}{4}$ 或 $\frac{-7-\sqrt{73}}{4}$.

