

数学试题

注意事项：

1.本试题共 24 个题，满分 120 分，考试时间 120 分钟.

2.请把答案写在答题卡上，选择题用 2B 铅笔填涂，非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔书写在答题卡的指定区域内，写在其他区域不得分.

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确选项的序号涂在答题卡的相应位置.）

1.实数 $\sqrt{(-2021)^2}$ 的相反数是（ ）

- A. -2021 B. $-\frac{1}{2021}$ C. 2021 D. $-\frac{1}{2021}$

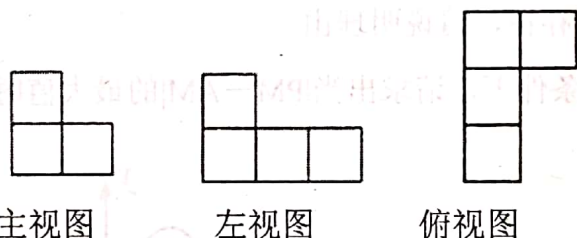
2.已知 $m = \sqrt{5} - 1$ ，则 $m^2 + 2m$ 的值是（ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

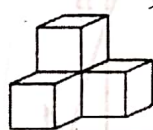
3.已知 a 是整数，点 $A(2a-1, a-2)$ 在第四象限，则 a 的值是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

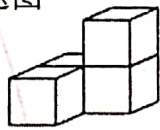
4.已知某几何体的三视图如图所示，则这个几何体是（ ）



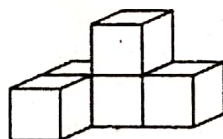
第 4 题图



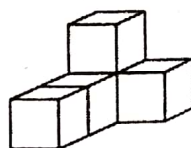
A



B



C



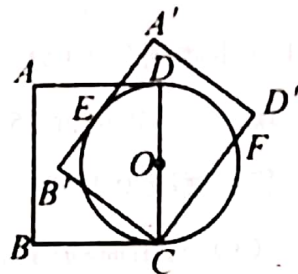
D

5.下列判断错误的是（ ）

- A. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形
B. 四个内角都相等的四边形是矩形
C. 四条边都相等的四边形是菱形
D. 两条对角线垂直且平分的四边形是正方形



- 6.如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $BC=4$, 以 CD 为直径作 $\odot O$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 旋转, 使所得矩形 $A'B'C'D'$ 的边 $A'B'$ 与 $\odot O$ 相切, 切点为 E , 边 CD' 与 $\odot O$ 相交于点 F , 则 CF 的长为 ()



第 6 题图

- 7.已知关于 x 的方程 $\frac{a}{x} - x^2 + 2x - 3 = 0$ 只有一个实数根, 则实数 a 的取值范围是 ()
- 8.函数 $y = -ax + a$ 与 $y = \frac{-a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一个平面直角坐标系中的图象可能是 ()

A. 2.5 B. 1.5 C. 3 D. 4

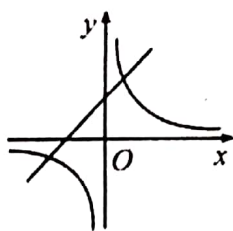
A. $a > 0$

B. $a < 0$

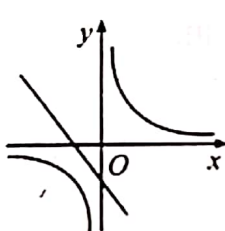
C. $a \neq 0$

D. a 为一切实数

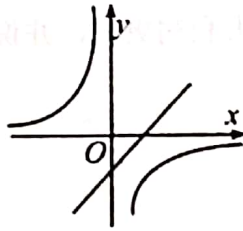
- 8.函数 $y = -ax + a$ 与 $y = \frac{-a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一个平面直角坐标系中的图象可能是 ()



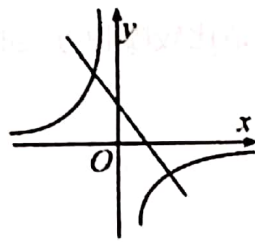
A



B



C



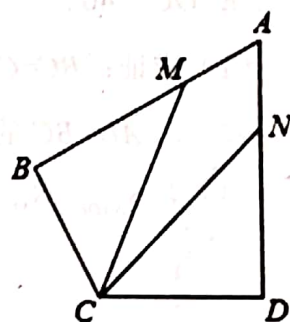
D

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内.)

- 9.分解因式: $2x^3 - 24x^2 + 72x =$ _____.

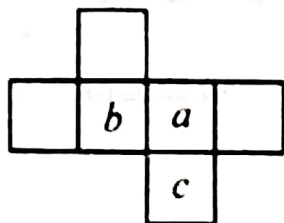
- 10.若关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x+3} - 1 = \frac{a}{x+3}$ 在实数范围内无解, 则实数 a 的值为 _____.

- 11.如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD=6$, $AB \perp BC$, $AD \perp CD$, $\angle BAD=60^\circ$, 点 M 、 N 分别在 AB 、 AD 边上, 若 $AM:MB=AN:ND=1:2$. 则 $\cos \angle MCN =$ _____.

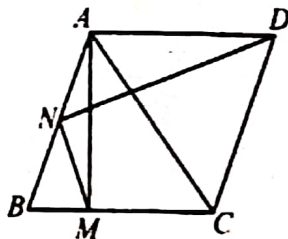


第 11 题图

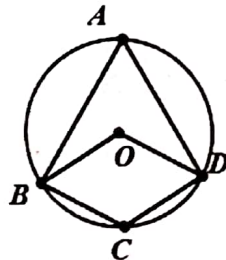
- 12.如图, 在正方体的表面展开图中, 要将 $-a$ 、 $-b$ 、 $-c$ 填入剩下的三个空白处 (彼此不同), 则正方体三组相对的两个面中数字和均为零的概率为 _____.



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图



13. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $\angle C$ 为钝角, $AM \perp BC$ 于点 M , N 为 AB 的中点, 连接 DN , MN . 若 $\angle DNM = 90^\circ$, 则过 M 、 N 、 D 三点的外接圆半径为_____.

14. 四边形 $OBCD$ 中的三个顶点在 $\odot O$ 上, 点 A 是 $\odot O$ 上的一个动点(不与点 B 、 C 、 D 重合). 若四边形 $OBCD$ 是平行四边形时, 那么 $\angle OBA$ 和 $\angle ODA$ 的数量关系是_____.

三、解答题 (本题共 78 分, 把解答或证明过程写在答题卡的相应区域内.)

15. (本题满分 6 分) 计算: $(\pi - 2021)^0 - (\sqrt{3} + 2)^{-2} - \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{3} \tan 30^\circ$.

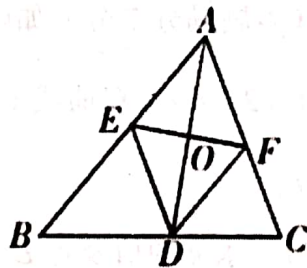
16. (本题满分 6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x}{x-2} \div \left(2 + x - \frac{4}{2-x}\right)$, 其中 x 为不等式组

$$\begin{cases} \frac{1}{2}(x-2) < 1 \\ \frac{x+1}{2} - \frac{5}{6} \geq \frac{x}{3} \end{cases}$$

的整数解.

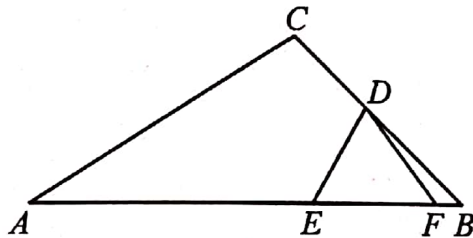
17. (本题满分 6 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, EF 垂直平分 AD 交 AB 于 E , 交 AC 于 F .

求证: 四边形 $AEDF$ 是菱形.



第 17 题图

18. (本题满分 6 分) $\triangle ABC$ 是一块钢板余料, 其中 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AB = 20$ dm, 现要从中剪裁出边长为 6 dm 的等边 $\triangle DEF$, 如图所示, 其中点 D 在 BC 上, 点 E 和点 F 在 AB 上, 求 AE , BF 的长. (结果保留根号)

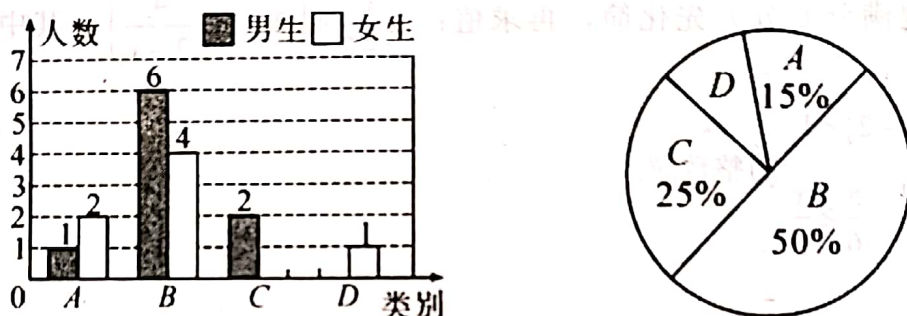


第 18 题图



19. (本题满分 7 分) 学校实施新课程改革以来, 学生的学习能力有了很大提高, 陈老师为进一步了解本班学生自主学习、合作交流的现状, 对该班部分学生进行调查, 把调查结果分成四类: A (特别好), B (好), C (一般), D (较差), 并将调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图, 请根据统计图解答下列问题:

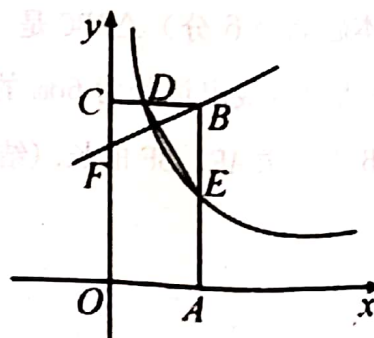
- (1) 本次调查中, 陈老师一共调查了_____名学生.
- (2) 将条形统计图补充完整; 扇形统计图中 D 类学生所对应的圆心角是_____度.
- (3) 为了共同进步, 陈老师从被调查的 A 类和 D 类学生中分别选取一名学生进行“兵教兵”互助学习, 请用列表或画树状图的方法求出恰好选中一名男生和一名女生的概率.



第 19 题图

20. (本题满分 7 分) 如图, 矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 x 轴和 y 轴上, 点 B 的坐标为 $(2, 4)$, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 BC 的中点 D , 且与 AB 交于点 E , 连接 DE .

- (1) 求 k 的值及点 E 的坐标;
- (2) 若点 F 是边上一点, 且 $\triangle FBC \sim \triangle DEB$, 求直线 FB 的解析式.



第 20 题图



21. (本题满分 10 分) 某商场要经营一种新上市的文具, 进价为 20 元/件, 试营销阶段发现: 当销售单价 25 元/件时, 每天的销售量是 250 件, 销售单价每上涨 1 元, 每天的销售量就减少 10 件.

(1) 写出商场销售这种文具每天所得的销售利润 ω (单位: 元) 与销售单价 x (单位: 元) 之间的函数关系式.

(2) 销售单价为多少元时, 该文具每天的销售利润最大?

(3) 商场的营销部结合上述情况, 提出了 A、B 两种营销方案:

方案 A: 该文具的销售单价高于进价且不超过 30 元;

方案 B: 每件文具的利润不低于 25 元且不高于 29 元,

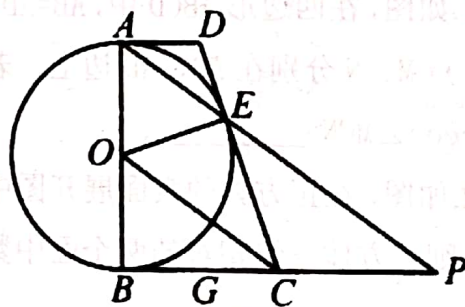
请比较哪种方案的最大利润更高, 并说明理由.

22. (本题满分 10 分) 如图, AD 、 DC 、 BC 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 、 E 、 B ($AD < BC$), 且 AB 为 $\odot O$ 的直径. 连接 AE 并延长 AE 与 BC 的延长线相交于点 P , 连接 OC , 已知 $AE \cdot OC = 40$.

(1) 求证: $BC = CP$;

(2) 求 $AD \cdot BC$ 的值;

(3) 若 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle PCE} = 16 : 25$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



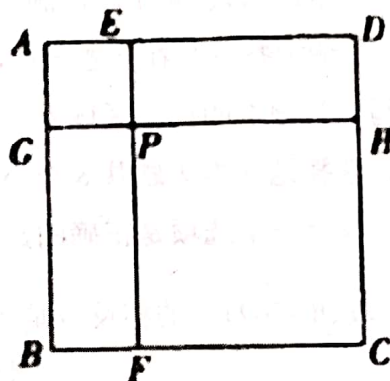
第 22 题图



23. (本题满分 10 分) 如图边长为 1 的正方形 $ABCD$ 被两条与边平行的线段 EF 、 GH 分割为四个小矩形, EF 与 GH 交于点 P .

(1) 若 $AG=AE$, 证明: $AF=AH$;

(2) 若矩形 $PFCH$ 的面积, 恰矩形 $AGPE$ 面积的两倍, 试确定 $\angle HAF$ 的大小;



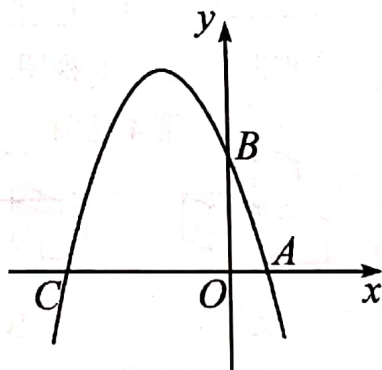
第 23 题图

24. (本题满分 10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A , B , C 分别为坐标轴上的三个点, 且 $OA=1$, $OB=3$, $OC=4$.

(1) 求经过 A , B , C 三点的抛物线的表达式.

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中是否存在一点 P , 使得以点 A , B , C , P 为顶点的四边形为菱形? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 若点 M 为该抛物线上一动点, 在(2)的条件下, 请求出当 $|PM-AM|$ 的最大值时点 M 的坐标, 并直接写出 $|PM-AM|$ 的最大值.



第 24 题图

