

## 二〇二一年初中学业水平考试（中考）模拟四

### 数学参考答案

一、选择题：（每小题 3 分，共 24 分） ACCD          DDCD

二、填空题：（每小题 3 分，共 18 分）

9.  $2x(x-6)^2$

10.  $a=1$

11.  $\frac{13}{14}$

12.  $\frac{1}{6}$

13.  $\sqrt{3}+1$

14.  $\angle OBA + \angle ODA = 120^\circ$  或  $\angle OBA + \angle ODA = 60^\circ$  或  $\angle OBA - \angle ODA = 60^\circ$  或  $\angle ODA - \angle OBA = 60^\circ$

三、解答题（本大题共 78 分）

15. 解：原式  $= 1 - \frac{1}{7+4\sqrt{3}} - (2-\sqrt{3}) + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$       (2 分)

$$= 1 - (7-4\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) + 1$$
      (4 分)

$$= -7 + 5\sqrt{3}. \quad (6 \text{ 分})$$

16. 解：原式  $= \frac{x}{x-2} \div \left[ \frac{(2+x) \cdot (2-x)}{2-x} - \frac{4}{2-x} \right] = \frac{x}{x-2} \cdot \frac{2-x}{-x^2} = \frac{1}{x}$ , (2 分)

原不等式的解集为  $2 \leq x < 4$ ,  $\therefore x$  为不等式组的整数解,  $\therefore x$  可取 2, 3; (4 分)

又  $\because x \neq 0$  且  $x \neq 2$ ,  $\therefore x = 3$ ,  $\therefore$  原式  $= \frac{1}{3}$ . (6 分)

17. 证明:  $\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ ,

又  $\because EF \perp AD$ ,  $\therefore \angle AOE = \angle AOF = 90^\circ$

在  $\triangle AEO$  和  $\triangle AFO$  中

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FAO \\ AO = AO \\ \angle AOE = \angle AOF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle AFO$  (ASA), (3 分)

$\therefore EO = FO$  即  $EF$ 、 $AD$  相互平分,

∴ 四边形 AEDF 是平行四边形又  $EF \perp AD$ , ∴ 平行四边形 AEDF 为菱形.(6 分)

18. 解: 作  $DG \perp AB$  于  $G$ . ∵  $\triangle DEF$  是等边三角形, ∴  $DE = DF = EF = 6$ ,  $EG = FG = 3$ ,  $DG = EG \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$ , (3 分) 在  $Rt\triangle DGB$  中, ∵  $\angle B = \angle GDB = 45^\circ$ , ∴  $DG = BG = 3\sqrt{3}$ , ∴  $BE = 3 + 3\sqrt{3}$ , ∴  $AE = AB - EB = 20 - (3 + 3\sqrt{3}) = 17 - 3\sqrt{3}$ ,  $BF = BG - FG = 3\sqrt{3} - 3$  (6 分)

19. 解: (1) 陈老师一共调查学生  $(2+1) \div 15\% = 20$  (名). (2 分)

(2) C 类学生人数  $20 \times 25\% = 5$  (名),

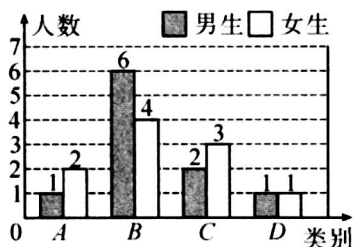
C 类女生人数:  $5 - 2 = 3$  (名),

D 类学生占的百分比  $1 - 15\% - 50\% - 25\% = 10\%$ ,

D 类学生人数  $20 \times 10\% = 2$  (名),  $\frac{2}{20} \times 360^\circ = 36^\circ$ ,

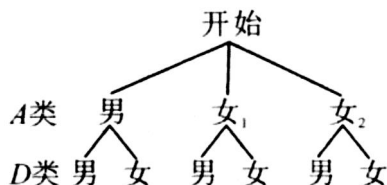
D 类男生人数  $2 - 1 = 1$  (名),

补充条形统计图如图.



(4 分)

(3) 画树状图如下:



共有 6 种等可能的结果, 其中恰好选中一名男生和一名女生情况有 3 种,

所以  $P(\text{恰好选中一名男生和一名女生}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ . (7 分)

20. 解: (1) 在矩形  $OABC$  中, ∵  $B(2, 4)$ , ∴  $BC$  边中点  $D$  的坐标为  $(1, 4)$ ,

∵ 又曲线  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $(1, 4)$ , ∴  $k = 4$ ,

∵  $E$  点在  $AB$  上, ∴  $E$  点的横坐标为 2,

∵  $y = \frac{4}{x}$  经过点  $E$ , ∴  $E$  点纵坐标为 2, ∴  $E$  点坐标为  $(2, 2)$ ; (3 分)

(2) 由 (1) 得,  $BD = 1$ ,  $BE = 2$ ,  $BC = 2$ ,

$$\because \triangle FBC \sim \triangle DEB, \therefore \frac{BD}{CF} = \frac{BE}{BC}, \text{ 即 } \frac{1}{CF} = \frac{2}{2},$$

$\therefore CF=1, \therefore OF=3$ , 即点  $F$  的坐标为  $(0, 3)$ ,

设直线  $FB$  的解析式为  $y=kx+b$ , 而直线  $FB$  经过  $B(2, 4), F(0, 3)$ ,

$$\therefore \begin{cases} b=3 \\ 4=2k+b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=3 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $BF$  的解析式为  $y=\frac{1}{2}x+3$ . (7 分)

21.解: (1) 由题意, 得销售量  $y=250-10(x-25)=-10x+500$ ,

$$\text{则 } \omega=(x-20)(-10x+500)=-10x^2+700x-10000,$$

即每天所得的销售利润  $\omega$  与销售单价  $x$  之间的函数关系式为  $\omega=-10x^2+700x-10000$ .

(3 分)

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } \omega=-10x^2+700x-10000=-10(x-35)^2+2250.$$

$\because -10 < 0$ ,  $\therefore$  函数图象开口向下,  $\omega$  有最大值,

当  $x=35$  时,  $\omega_{\text{最大}}=2250$ .

答: 当单价为 35 元时, 该文具每天的利润最大. (6 分)

(3) A 方案利润高, 理由如下:

A 方案:  $20 \leq x \leq 30$ , 故当  $x=30$  时,  $\omega$  有最大值, 此时  $\omega_A=2000$ ;

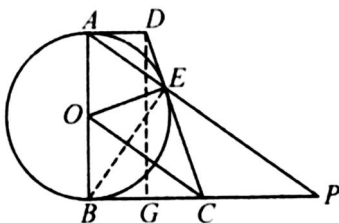
B 方案: 由题意可得  $45 \leq x \leq 49$ ,

$\because$  函数  $\omega=-10(x-35)^2+2250$ , 对称轴为直线  $x=35$ ,

$\therefore$  当  $x=45$  时,  $\omega$  有最大值, 此时  $\omega_B=1250$ ,

$\because \omega_A > \omega_B$ ,  $\therefore$  A 方案利润更高. (10 分)

22.解: (1) 如图, 连接  $BE$ .



$\because CB, CE$  是  $\odot O$  的两条切线,  $\therefore CB=CE, \therefore \angle CBE=\angle CEB$ ,

$\because AB$  是  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle AEB=90^\circ, \therefore \angle BEP=90^\circ$ .

$\therefore \angle CEP+\angle CEB=90^\circ, \angle P+\angle CBE=90^\circ, \therefore \angle CEP=\angle P$ ,

$$\therefore CP = CE, \therefore BC = CP; \quad (5 \text{ 分})$$

(2)  $\because BC, AD$  是  $\odot O$  的两条切线,  $\therefore \angle DAB = \angle CBA = 90^\circ, \therefore AD \parallel BP$ ,  
 $\because OA = OB, BC = CP, \therefore OC \parallel AP, \therefore \angle BAE = \angle BOC$ ,

$$\text{又} \because \angle BEA = \angle OBC = 90^\circ, \therefore \triangle BAE \sim \triangle COB, \therefore \frac{OB}{AE} = \frac{OC}{AB},$$

$$\text{即 } AB \cdot OB = AE \cdot OC, \therefore AB = 2OB, AE \cdot OC = 40, \therefore 2OB^2 = 40, \therefore OB = 2\sqrt{5},$$

如图, 过点  $D$  作  $DG \perp BC$  于点  $G$ , 则四边形  $ABGD$  为矩形,

$$\therefore GC = BC - AD, \because AD, DC, BC \text{ 是 } \odot O \text{ 的三条切线}, \therefore DA = DE, BC = CE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle GCD \text{ 中}, CD^2 = GC^2 + GD^2, \text{ 即 } (BC - AD)^2 + (4\sqrt{5})^2 = (BC + AD)^2,$$

$$\therefore 4AD \cdot BC = 80, \therefore AD \cdot BC = 20;$$

$$(3) \because AD \parallel BP, \therefore \triangle ADE \sim \triangle PCE,$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} : S_{\triangle PCE} = 16 : 25, \therefore AD : CP = 4 : 5, \text{ 即 } AD : BC = 4 : 5,$$

$$\therefore \text{设 } AD = 4x, BC = 5x, \text{ 又} \because AD \cdot BC = 20, \therefore 4x \cdot 5x = 20,$$

$$\text{又} \because x > 0, \therefore x = 1, \therefore AD = 4, BC = 5,$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AB = \frac{1}{2}(4 + 5) \times 4\sqrt{5} = 18\sqrt{5}. \quad (10 \text{ 分})$$

23.解: (1) 证明: 连接  $AF, AH$ , 由题意知四边形  $AGHD$  与四边形  $AEFB$  均为矩形,

$$\therefore AG = DH, AE = BF,$$

$$\therefore AG = AE,$$

$$\therefore DH = BF,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  为正方形,

$$\therefore AB = AD, \angle B = \angle D = 90^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle ADH$  与  $\text{Rt}\triangle ABF$  中,  $AB = AD, \angle B = \angle D = 90^\circ, BF = DH$ ,

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ADH,$$

$$\therefore AF = AH; \quad (5 \text{ 分})$$

(2)  $\angle HAF = 45^\circ$ , 证明如下:

设  $AG = a, BG = b, AE = x, ED = y$ , 则

$$\begin{cases} a + b = x + y & \text{①} \\ 2ax = by & \text{②} \end{cases} \quad \text{----}$$

由 ① 有  $a - x = y - b$ , 两边平方得  $a^2 - 2ax + x^2 = b^2 - 2by + y^2$

把 ② 代入得  $a^2 - 2ax + x^2 = b^2 - 4bx + y^2$ , 即  $(a + x)^2 = b^2 + y^2$ .

又  $\because b^2 + y^2 = CH^2 + CF^2 = FH^2$ , 所以  $a + x = FH$ , 即得

$$DH + BF = FH.$$

延长  $CB$  到  $M$ , 使  $BM = DH$ , 连接  $AM$  因为  $\text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle ADH$

$$\therefore AM = AH, \angle MAB = \angle HAD, \text{ 则 } \angle MAH = \angle MAB + \angle BAH = \angle BAH + \angle HAD = 90^\circ$$

$$\text{又可证 } \triangle AMF \cong \triangle AHF, \text{ 则 } \angle MAF = \angle HAF = \frac{1}{2} \angle MAH = 45^\circ. \quad (10 \text{ 分})$$

24.(1)设抛物线的表达式为  $y=ax^2+bx+c$ ,

$\because A(1, 0), B(0, 3), C(-4, 0)$ ,

$$\therefore \begin{cases} a+b+c=0, \\ c=3, \\ 16a-4b+c=0, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a=-\frac{3}{4}, \\ b=-\frac{9}{4}, \\ c=3, \end{cases}$$

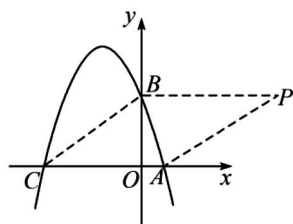
$\therefore$  经过 A, B, C 三点的抛物线的表达式为  $y=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3$  (3 分)

(2)存在.理由如下: 如图所示,  $\because OB=3, OC=4, OA=1$ ,

$\therefore BC=AC=5$ , 当 BP 平行且等于 AC 时, 四边形 ACBP 为菱形,

$\therefore BP=AC=5$ , 且点 P 到 x 轴的距离等于 OB,

$\therefore$  点 P 的坐标为(5, 3), 当点 P 在第二、三象限时, 以点 A, B, C, P 为顶点的四边形只能是平行四边形, 不是菱形, 则当点 P 的坐标为(5, 3)时, 以点 A, B, C, P 为顶点的四边形为菱形



(3)设直线 PA 的表达式为  $y=kx+b(k \neq 0)$ ,  $\because A(1, 0), P(5, 3)$ , (6 分)

$$\therefore \begin{cases} 5k+b=3, \\ k+b=0, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k=\frac{3}{4}, \\ b=-\frac{3}{4}, \end{cases}$$

$\therefore$  直线 PA 的表达式为  $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$ , 当点 M 与点 P, A 不在同一直线上时, 根据三角形的

三边关系  $|PM-AM| < PA$ , 当点 M 与点 P, A 在同一直线上时,  $|PM-AM|=PA$ ,

$\therefore$  当点 M 与点 P, A 在同一直线上时,  $|PM-AM|$  的值最大, 即点 M 为直线 PA 与抛物线

的交点, 解方程组  $\begin{cases} y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}, \\ y=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3, \end{cases}$  得  $\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x_2=-5, \\ y_2=-\frac{9}{2}, \end{cases}$

$\therefore$  点 M 的坐标为(1, 0)或 $(-5, -\frac{9}{2})$ 时,  $|PM-AM|$  的值最大, 此时  $|PM-AM|$  的最大值为 5.

(10 分)