

2021 年河南省名校中招模拟试题(四)

数 学

(时间: 100 分钟 总分: 120 分)

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

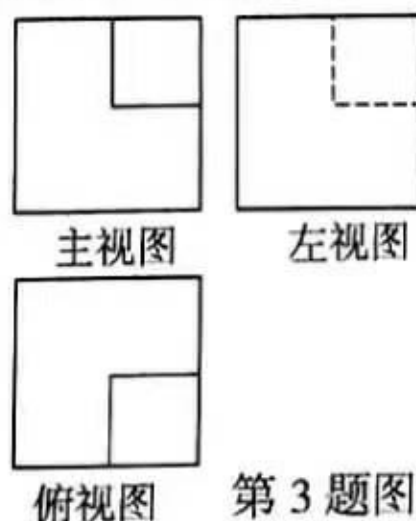
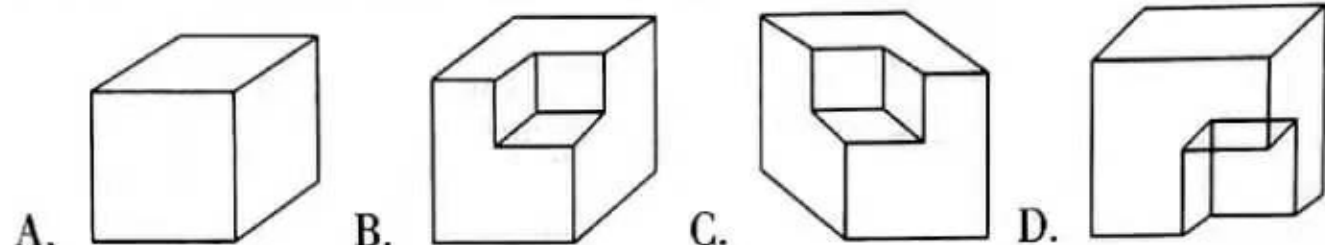
1. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B. $2a^2 + a^2 = 3a^4$ C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $(a+6)(a-6) = a^2 - 36$

2. 2021 年 2 月 10 日 19 时 52 分, 中国首次火星探测任务天问一号成功“刹车”被火星“捕获”. 面对制动捕获过程中, 探测器距离地球 192000000 公里, 无法实时监控的困难, 环绕器团队设计了多通道切换策略、发动机双关机策略、两重保险等多项技术, 极大地提升了系统的可靠性, 成功为制动捕获过程探测器安全保驾护航. 其中数据 192000000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.92×10^7 B. 19.2×10^8
C. 1.92×10^8 D. 1.92×10^9

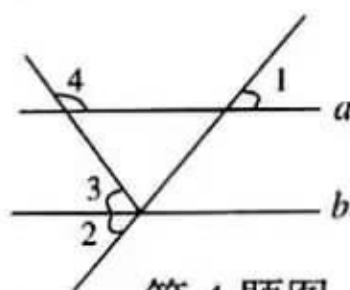
3. 如图是一个几何体的三视图, 则这个几何体是 ()



第 3 题图

4. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 50^\circ$, 则 $\angle 4$ 的度数为 ()

A. 50° B. 100°
C. 130° D. 150°



第 4 题图

5. 下列调查中, 适合用抽样调查的是 ()

A. 调查一批防疫口罩的质量情况 B. 对乘坐高铁的乘客进行安检
C. 对新研发导弹的零部件进行检查 D. 防疫期间对进入校园的人员进行体温检测

6. 定义新运算“ $a*b$ ”: 对于任意实数 a, b , 都有 $a*b = (a+b)(a-b)-1$, 其中等式右边是通常的加法、减法、乘法运算, 例如 $4*3 = (4+3)(4-3)-1 = 7-1 = 6$, 若 $x*k = x$ (k 为实数) 是关于 x 的方程, 则它的根的情况为 ()

A. 没有实数根 B. 有一个实数根
C. 有两个相等的实数根 D. 有两个不相等的实数根

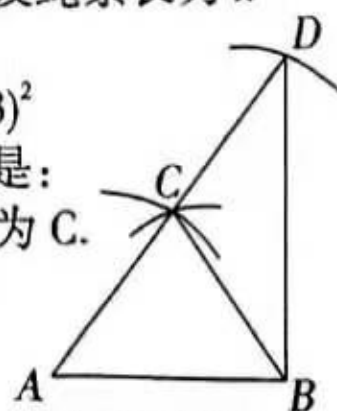
7. 函数 $y = \frac{-a^2-1}{x}$ (a 为常数) 的图象上有三点 $(x_1, -4)$, $(x_2, 1)$, $(x_3, 3)$, 则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是 ()

A. $x_1 < x_2 < x_3$ B. $x_2 < x_3 < x_1$ C. $x_3 < x_2 < x_1$ D. $x_3 < x_1 < x_2$

8. 《九章算术》卷九“勾股”中记载: 今有立木, 系索其末, 委地三尺, 引索却行, 去本八尺而索尽, 问索长几何? 译文: 今有一竖立着的木头柱子, 在柱子的上端系有绳索, 绳索从柱子上端顺木柱下垂后, 堆在地面的部分尚有 3 尺. 牵着绳索(绳索头与地面接触)退行, 在距柱子根部 8 尺处时绳索用尽. 问绳索长是多少? 设绳索长为 x 尺, 可列方程为 ()

A. $x^2 - 8^2 = (x-3)^2$ B. $x^2 - 8 = (x-3)^2$ C. $x^2 + 8^2 = (x-3)^2$ D. $x^2 + 8 = (x-3)^2$

9. 如图, 木工师傅在板材边角处作直角时, 往往使用“三弧法”, 其作法是: (1)作线段 AB , 分别以 A, B 为圆心, 以 AB 长为半径作弧, 两弧的交点为 C . (2)以 C 为圆心, 仍以 AB 长为半径作弧交 AC 的延长线于点 D ; (3)连接 BD, BC . 下列说法不正确的是 ()



第 9 题图

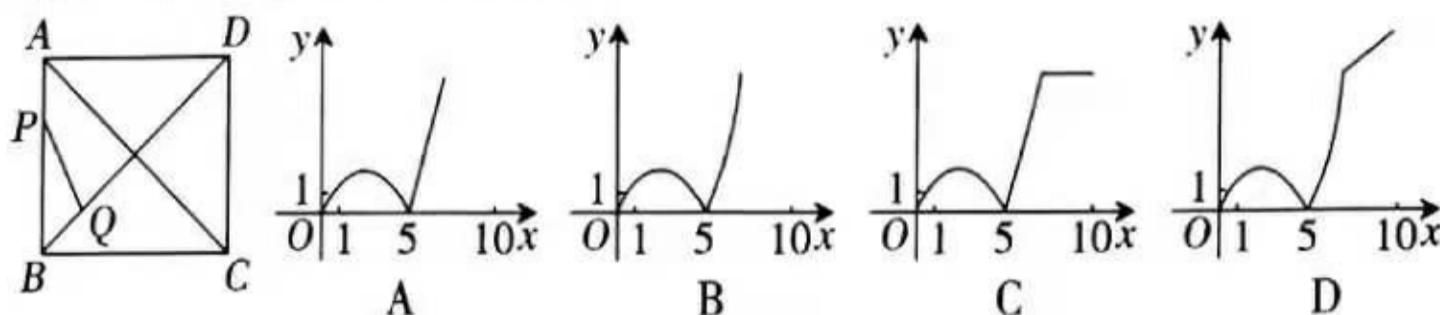
A. $\angle CBD=30^\circ$

B. $S_{\triangle BDC}=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2$

C. 点 C 是 $\triangle ABD$ 的外心

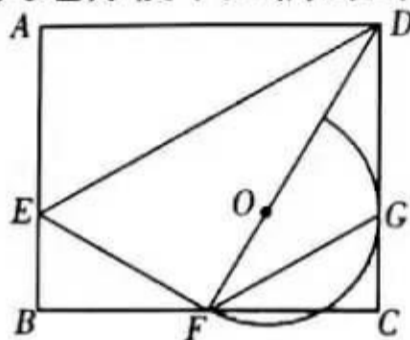
D. $\sin^2 A+\cos^2 D=1$

10. 如图, 正方形 ABCD 的边长为 5, 动点 P 的运动路线为 $AB \rightarrow BC$, 动点 Q 的运动路线为 BD. 点 P 与 Q 以相同的速度分别从 A, B 两点同时出发, 当一个点到达终点停止运动时另一个点也随之停止. 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle BPQ$ 的面积为 y , 则下列图象中能大致表示 y 与 x 的函数关系的是 ()

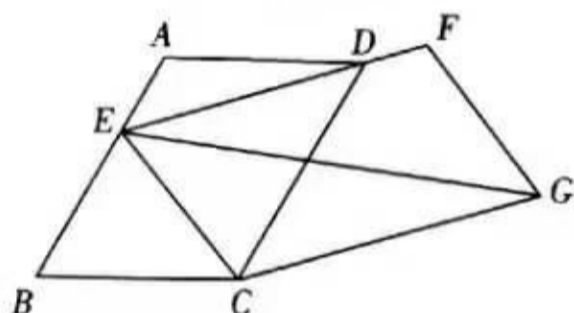


二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 请写出一个绝对值大于 1 小于 3 的无理数_____.
12. 在平面直角坐标系中, 若点 $P(2x+6, 5x)$ 在第四象限, 则 x 的取值范围是_____.
13. 截至 2021 年 4 月, 郑州地铁运营线路共 6 条, 多条地铁的开通极大地方便了人们的出行. 在某地铁站的进站口, 共有 4 个闸机检票通道口, 若甲、乙两人各随机选择一个闸机检票口进站乘地铁, 则甲、乙两人从同一个闸机检票通道口进站的概率是_____.
14. 如图, 在矩形 ABCD 中, E 是 AB 上的一点, 连接 DE, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 进行翻折, 恰好使点 A 落在 BC 的中点 F 处, 在 DF 上取一点 O, 以点 O 为圆心, OF 的长为半径作半圆与 CD 相切于点 G. 若 $AD=4$, 则图中阴影部分的面积为_____.
15. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, $\angle B=60^\circ$, $BC=4$, 点 E 为边 AB 上的一个动点, 连接 ED 并延长至点 F, 使得 $DF=\frac{1}{3}DE$, 以 EC、EF 为邻边构造平行四边形 EFGC, 连接 EG, 则 EG 的最小值为_____.



第 14 题图



第 15 题图

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分)

16. (8 分) 先化简, 再求值: $\frac{(a-b)}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a})$, 其中 a, b 满足式子 $|a-2|+(b+1)^2=0$.
17. (9 分) 第二十四届冬季奥林匹克运动会将于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日在北京举行, 北京将成为历史上第一座既举办过夏奥运会又举办过冬奥会的城市. 为了考查学生对冬奥知识的了解程度, 某区举办了一次冬奥知识网上答题竞赛, 甲、乙两校各有 400 名学生参加活动, 为了解这两所学校的竞赛情况, 进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整:

【收集数据】从甲、乙两校各随机抽取 20 名学生, 在这次竞赛中他们的成绩如下:

甲: 40 60 60 70 60 80 40 90 100 60 60 100 80 60 70 60 60 90 60 60

乙: 70 90 40 60 80 75 90 100 75 50 80 70 70 70 70 60 80 50 70 80

【整理、描述数据】按如表分数段整理、描述这两组样本数据:

人数 学校	分数(分)		
	$40 \leq x < 60$	$60 \leq x < 80$	$80 \leq x \leq 100$
甲	2	12	6
乙	3	10	7

(说明: 成绩中优秀为 $80 \leq x \leq 100$, 良好为 $60 \leq x < 80$, 合格为 $40 \leq x < 60$.)

【分析数据】两组样本数据的平均分、中位数、众数如右表所示：其中 $a=$ _____.

学校	平均分	中位数	众数
甲	68	60	60
乙	71.5	70	a

【得出结论】

- (1)小明同学说：“这次竞赛我得了 70 分，在我们学校排名属中游略偏上！”由表中数据可知小明是_____校的学生；(填“甲”或“乙”)
- (2)估计乙校学生在这次竞赛中的成绩是优秀的人数有_____人；
- (3)根据以上数据推断一所你认为竞赛成绩较好的学校，并说明理由。(至少从两个不同的角度说明推断的合理性)

18. (9 分) 如图 1 是一种平板支架，由底座、支撑板和托板构成，平板放置在托板上，如图 2 是其侧面示意图，量得底座长 $AB=22\text{cm}$ ，支撑板长 $BC=16\text{cm}$ ，托板长 $CD=12\text{cm}$ ，托板 CD 固定在支撑板顶端点 C 处，托板 CD 可绕点 C 旋转，支撑板 BC 可绕点 B 转动.



图 1

- (1)如果 $\angle ABC=60^\circ$ ， $\angle BCD=70^\circ$ ，求点 D 到直线 AB 的距离(精确到 0.1cm)；

- (2)在第(1)小题的条件下，如果把线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 20° 后，再将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转，使点 D 落在直线 AB 上，求线段 BC 旋转的角度.

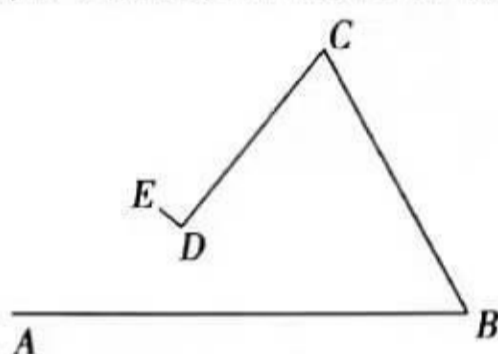
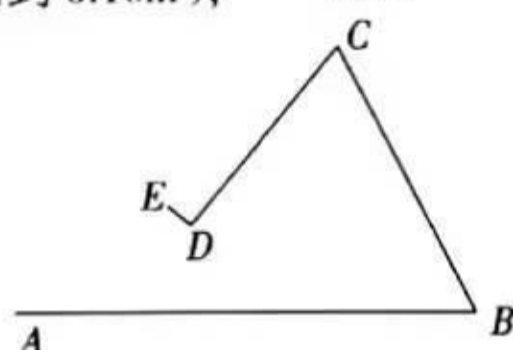


图 2



备用图

(参考数据： $\sin 40^\circ \approx 0.64$,

$\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

19. (9 分) 进入四月份，樱桃开始上市，某水果商从批发市场用 12000 元购进了大樱桃和小樱桃各 300 千克，大樱桃的进价比小樱桃的进价每千克多 20 元. 大樱桃售价为每千克 40 元，小樱桃售价为每千克 15 元.

- (1)大樱桃和小樱桃的进价分别是每千克多少元？销售完后，该水果商共赚了多少钱？
- (2)该水果商第二次仍用 12000 元从批发市场购进了大樱桃和小樱桃各 300 千克，进价不变，但在运输过程中大樱桃损耗了 15%. 若大樱桃的售价不变，要想让第二次赚的钱不少于第一次所赚钱的 80%，小樱桃的售价最少应为多少？

20. (9 分) 请阅读材料，并完成相应的任务：

在数学探究课上，同学们在探索与圆有关的角的过程中发现这些角的两边都与圆相交，不断改变顶点的位置，可形成无数个角，而根据点和圆的位置关系可将这些角分为三类，分别是顶点在圆上、圆外和圆内的角. 结合数学课上学习的圆周角的概念，对顶点在圆外和圆内的角进行定义：顶点在圆外，两边与圆相交的角叫做圆外角；顶点在圆内，两边都与圆相交的角叫做圆内角. 如图 1， $\angle AP_1B$ 和 $\angle AP_2B$ 分别是弧 AB 所对的圆外角和圆内角. 如图 2，点 A, B 在 $\odot O$ 上， $\angle APB$ 为弧 AB 所对的一个圆外角， AP, BP 分别交 $\odot O$ 于点 C, D . 若 $\angle AOB=120^\circ$ ，弧 CD 所对的圆心角为 50° ，求 $\angle APB$ ，其中，乘风破浪组的解题过程(部分)如下：

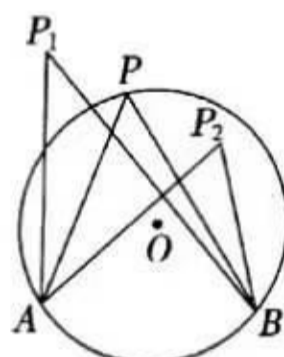


图 1

解：如图 2，连接 AD, OC, OD .

$\because \angle ADB$ 是弧 AB 所对的圆周角，且 $\angle AOB=120^\circ$,

$$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$$

...

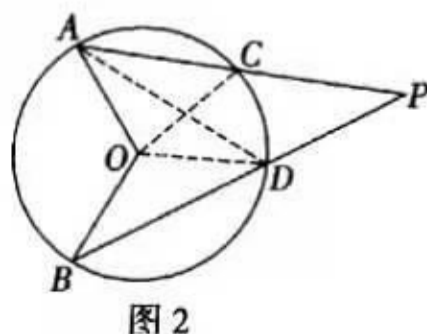


图 2

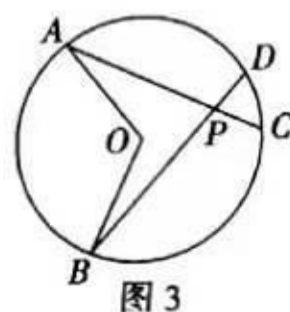


图 3

任务:

(1)如图 1, 在探究与圆有关的角时, 运用的数学思想方法是: _____;

A. 公理化思想

B. 分类讨论

C. 数形结合

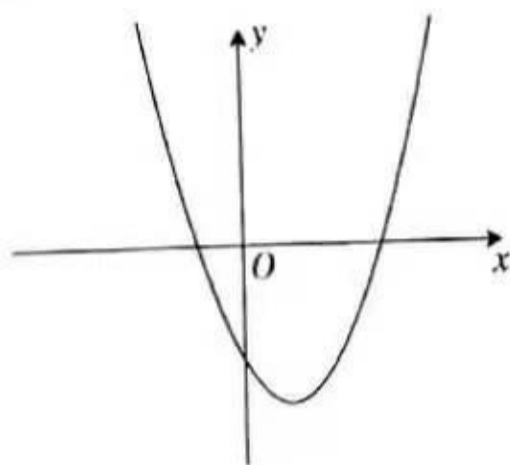
(2)将乘风破浪组的解题过程补充完整;

(3)如图 3, 当点 P 在 $\odot O$ 内时, $\angle APB$ 是弧 AB 所对的一个圆内角, 延长 AP 交 $\odot O$ 于点 C , 延长 BP 交 $\odot O$ 于点 D , 若设 $\angle AOB = m^\circ$, 弧 CD 所对的圆心角为 n° , 则 $\angle APB =$ _____.

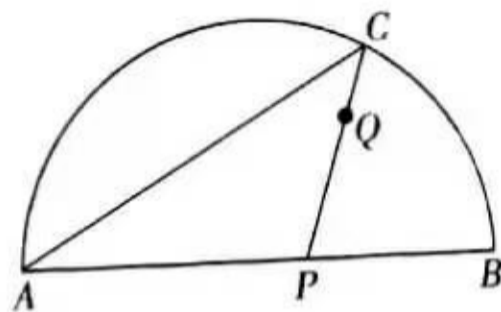
21. (10 分) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = 1$, 图象与 x 轴交于点 $(-1, 0)$.

(1)求抛物线的函数表达式.

(2)若把抛物线的图象沿 x 轴平移 m 个单位, 在自变量 x 的值满足 $2 \leq x \leq 3$ 的情况下, 与其对应的函数值 y 的最小值为 -2 , 求 m 的值.



22. (10 分) 如图, Q 是 \widehat{AB} 与弦 AB 所围成的图形的内部的一定点, 点 P 是弦 AB 上一动点, 连接 PQ 并延长交 \widehat{AB} 于点 C , 连接 AC . 已知 $AB = 6\text{cm}$, 设 A, P 两点间的距离为 $x\text{cm}$, P, C 两点间的距离为 $y_1\text{cm}$, A, C 两点间的距离为 $y_2\text{cm}$,



小东根据学习函数的经验, 分别对函数 y_1, y_2 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究. 下面是小东的探究过程, 请补充完整:

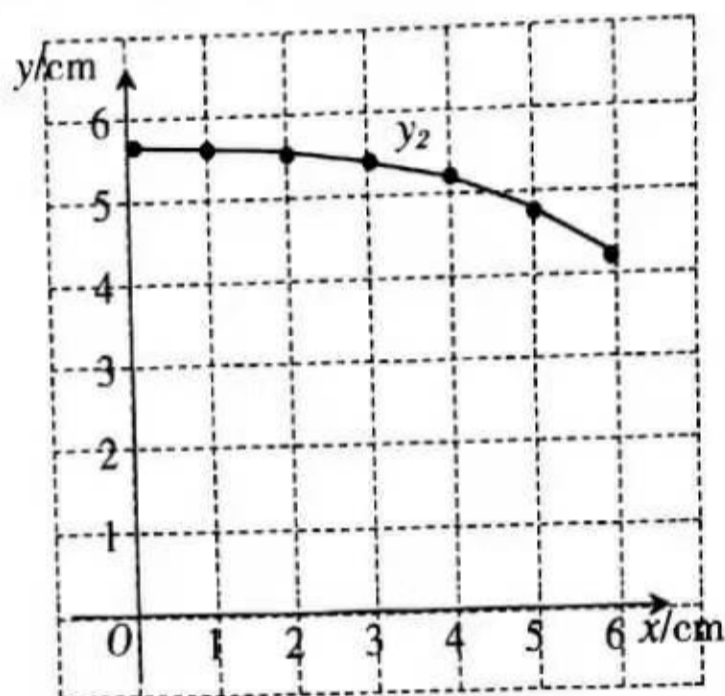
(1)按照右表中自变量 x 的值进行取点、画图、测量, 分别得到了 y_1, y_2 与 x 的几组对应值;

x_1/cm	0	1	2	3	4	5	6
y_1/cm	5.6	4.7	3.8	a	2.7	3.2	4.4
y_2/cm	5.6	5.5	5.4	5.3	5.2	4.7	4.1

其中 $a =$ _____.

(2)如图, 函数 y_2 的图象已经画出, 请在同一平面直角坐标系 xOy 中, 描出补全后的表中各组数值所对应的点 (x, y_1) , 并画出函数 y_1 的图象;

(3)结合函数图象, 解决问题: 当 $\triangle APC$ 为等腰三角形时, AP 的长度约为 _____.



23. (11 分) 如图 1, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等腰直角三角形, 点 D, E 分别在线段 AB, AC 上, $\angle C = \angle AED = 90^\circ$.

(1)观察猜想: 如图 2, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转, 连接 BD, CE , BD 的延长线交 CE 于点 F . 当 BD 的延长线恰好经过点 E 时, 点 E 与点 F 重合, 此时,

① $\frac{BD}{CE}$ 的值为 _____; ② $\angle BFC$ 的度数为 _____ 度;

(2)类比探究: 如图 3, 继续旋转 $\triangle ADE$, 点 F 与点 E 不重合时, 上述结论是否仍然成立, 请说明理由;

(3)拓展延伸: 若 $AE = DE = \sqrt{2}$, $AC = BC = \sqrt{10}$, 当 CE 所在的直线垂直于 AD 时, 请直接写出线段 BD 的长.

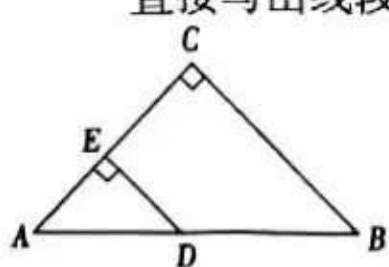


图1

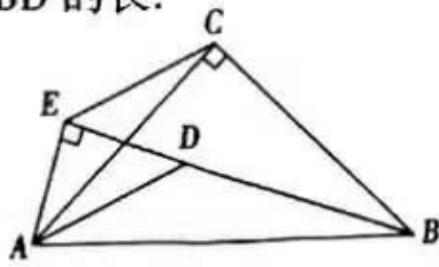


图2

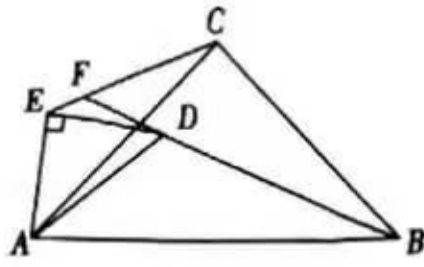
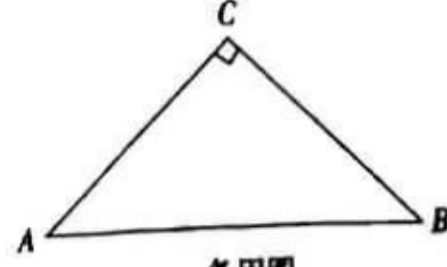


图3



备用图

九年级数学模拟试卷答案

一、选择题 (每小题 3 分, 共 10 个小题, 共 30 分)

1—5、 D C B C A 6—10、 D B A D B

二、填空题 (每小题 3 分, 共 5 个小题, 共 15 分)

11、答案不唯一, 如 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{5}$ 等 12、 $-3 < x < 0$ 13、 $\frac{1}{4}$ 14、 $\frac{2}{9}\sqrt{3}$ 15、 $\frac{14}{3}\sqrt{3}$

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16、(8 分) 解: $\frac{a-b}{a} + \frac{a^2-2ab+b^2}{a}$
 $= \frac{a-b}{a} + \frac{a}{a-b}$
 $= \frac{1}{a-b}$ 5 分

由已知得 $a=2, b=-1$, \therefore 原式 $= \frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$ 8 分

17、(9 分) 解: 【分析数据】 $a=70$;2 分

【得出结论】(1) \because 甲校的中位数为 60 分, 小明同学的成绩高于此学校的中位数,

\therefore 由表中数据可知小明是甲校的学生, 故答案为: 甲;4 分

(2) 乙校在随机抽取 20 名学生中优秀成绩在 $80 \leq x \leq 100$ 范围内的人数是 7,

竞赛成绩为优秀的概率为 $\frac{7}{20}$,

估计乙校学生在这次竞赛中的成绩是优秀的人数有: $400 \times \frac{7}{20} = 140$ 人; 故答案为 140;6 分

(3) 乙校: 理由如下: \because 乙校的平均分高于甲校的平均分, 且乙校的中位数 70 高于甲校的中位数,

说明乙校分数不低于 70 分的人数比甲校多, \therefore 乙校的成绩较好.9 分

18、(9 分) 解: (1) 如图, 过 D 作 $DM \perp AB$, 交 AB 于点 M , 过点 C 作 $CN \perp AB$ 于点 N , 垂足为 N , 过点 D 作 $DQ \perp CN$ 交 CB 于点 Q , 垂足为 F ,

在 $Rt\triangle CNB$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, $BC=16cm$,

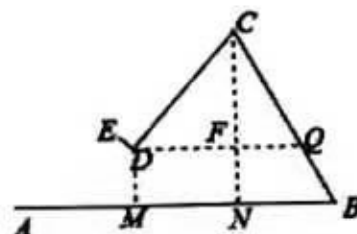
$$\therefore CN = CB \cdot \sin \angle ABC = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 13.84 (cm),$$

$\because \angle BCN = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, 又 $\because \angle DCB = 70^\circ$,

$$\therefore \angle DCF = 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ,$$

在 $Rt\triangle DCF$ 中, $\angle DCF = 40^\circ$, $CD = 12cm$, $\therefore CF = CD \cdot \cos 40^\circ \approx 12 \times 0.77 = 9.24 (cm)$,

$\because \angle DMN = \angle MNF = \angle NFD = 90^\circ$, \therefore 四边形 $MNFD$ 是矩形,



$\therefore DM = FN = CN - CF = 13.84 - 9.24 = 4.6 (cm)$, 即点 D 到直线 AB 的距离为 $4.6cm$;5 分

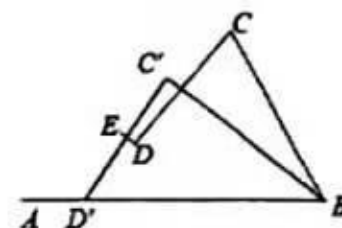
(2) 把线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 20° 后, $\angle C' = 70^\circ + 20^\circ = 90^\circ$, 如图, $\because BC = 16cm, CD = 12cm$,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{C'B'}{BC'} = \frac{12}{16} = 0.75,$$

$$\because \tan 37^\circ \approx 0.75, \therefore \angle C'BD' = 37^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ, \therefore \angle CBC' = 60^\circ - 37^\circ = 23^\circ,$$

答: 线段 BC 旋转的角度为 23°9 分



19、(9 分) 解: (1) 设小樱桃的进价为每千克 x 元, 大樱桃的进价为每千克 y 元,

$$\text{根据题意可得: } \begin{cases} 300x + 300y = 12000 \\ x - y = 20 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases},$$

\therefore 大樱桃的进价为每千克 30 元, 小樱桃的进价为每千克 10 元,4 分

$$300(40 - 30) + 300(15 - 10) = 3000 + 1500 = 4500,$$

\therefore 销售完后, 该水果商共赚了 4500 元;6 分

(2) 设小樱桃的售价为 a 元/千克,

$$(1 - 15\%) \times 300 \times 40 + 300a - 12000 \geq 4500 \times 80\%, \text{ 解得: } a \geq 18,$$

答: 小樱桃的售价最少应为 18 元/千克.9 分

20、(9 分) 解: (1) 在探究与圆有关的角时, 是按照点 P 在圆的位置探究的, 故运用的数学思想方法是分类讨论, 故答案为 B ;2 分

(2) 连接 AD, OC, OD . $\because \angle ADB$ 是 \widehat{AB} 所对的圆周角, 且 $\angle AOB = 120^\circ$,

$$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ. \because \angle COD = 50^\circ, \therefore \angle PAD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ,$$

$$\because \angle ADB \text{ 为 } \triangle ADP \text{ 的外角}, \therefore \angle APB = \angle ADB - \angle PAD = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ;$$

.....7 分

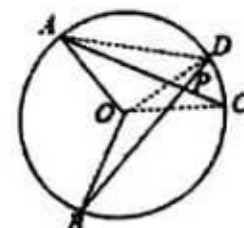
(3) 如图, 连接 AD, OC, OD .

$$\because \angle ADB \text{ 是 } \widehat{AB} \text{ 所对的圆周角, 且 } \angle AOB = m^\circ, \therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} m^\circ.$$

$$\because \angle COD = n^\circ, \therefore \angle PAD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times n^\circ = \frac{1}{2} n^\circ,$$

$$\because \angle APB \text{ 为 } \triangle ADP \text{ 的外角}, \therefore \angle APB = \angle ADB + \angle PAD = \frac{1}{2} (m^\circ + n^\circ).$$

故答案为 $\frac{1}{2} (m^\circ + n^\circ)$9 分



21. (10分) 解: (1) 由题意得, $\begin{cases} 1-b+c=0 \\ -\frac{b}{2}=1 \end{cases}$ 解之得 $\begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$,

\therefore 二次函数的解析式为 $y=x^2-2x-3$;3分

(2) $y=x^2-2x-3$ 配方为 $y=(x-1)^2-4$, 当 $x=1$ 时, $y_{\min}=-4 \neq -2$,

\therefore 另一个与 x 轴的交点为 $(3, 0)$, 设抛物线的图象沿 x 轴平移 m 个单位, 函数开口向上, $2 \leq x \leq 3$

\therefore ①若函数向左平移 m 个单位, 只能在 $x=2$ 时, $y_{\min}=-2$,

设平移后的函数关系式为 $y=(x-1+m)^2-4$,

$\therefore (2-1+m)^2-4=-2 \quad \therefore m=\sqrt{2}-1$ 或 $m=-\sqrt{2}-1$ (舍)

②若函数向右平移 m 个单位, 设平移后的函数关系式为 $y=(x-1-m)^2-4$, 对称轴为 $x=1+m$

当 $1 < 1+m < 2$, 即 $0 < m < 1$ 时, 当 $x=2$ 时, $y_{\min}=-2$,

$\therefore (2-1-m)^2-4=-2 \quad \therefore m=1+\sqrt{2}$ 或 $m=1-\sqrt{2}$, 均不合题意, 舍去

当 $2 \leq 1+m \leq 3$, 即 $1 \leq m \leq 2$ 时, 此时 $y=-4 \neq -2 \quad \therefore$ 不合题意, 舍去

当 $1+m > 3$, 即 $m > 2$ 时, 当 $x=3$ 时, $y_{\min}=-2$,

$\therefore (3-1-m)^2-4=-2 \quad \therefore m=2+\sqrt{2}$ 或 $m=2-\sqrt{2}$ (舍)9分

综上所述, $m=\sqrt{2}-1$ 或 $m=2+\sqrt{2}$10分

22. (10分) 解: (1) $\because PA=6$ 时, $AB=6$, $BC=4.4$, $AC=4.1$,

$\therefore AB^2 \approx AC^2 + BC^2$, $\therefore \angle ACB=90^\circ$, $\therefore AB$ 是直径.

当 $x=3$ 时, $PA=PB=PC=3$, $\therefore y_1=3$, 故答案为 $a=3$.

.....3分

(2) 函数图象如图所示;

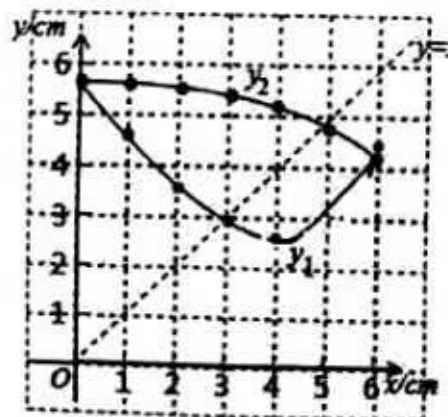
.....4分

(3) 观察图象可知: 当 $x=y$, 即当 $PA=PC$ 或 $PA=AC$ 时, $x=3$ 或 4.9 ,

当 $y_1=y_2$ 时, 即 $PC=AC$ 时, $x=5.8$, 综上所述, 满足条件的 x 的值

为 3 或 4.9 或 5.8 . (由于是结果是测量出来的, 允许有误差)

.....10分



23. (11分) 解: (1) 如图 (2) 中, 设 AC 交 BE 于点 O .

$\because \triangle AED, \triangle ABC$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore \angle EAD = \angle CAB = 45^\circ$, $AD = \sqrt{2}AE$, $AB = \sqrt{2}AC$,

$\therefore \angle EAC = \angle DAB$, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \sqrt{2}$,

$\therefore \triangle DAB \sim \triangle EAC$,

$\therefore \frac{BD}{EC} = \frac{AD}{AE} = \sqrt{2}$, $\angle ABD = \angle ACE$,

$\because \angle AOB = \angle EOC$, $\therefore \angle BAO = \angle CEO = 45^\circ$,

故答案为: $\sqrt{2}$, 45° ;2分

(2) 如图 (3) 中, 设 AC 交 BF 于点 O .

$\because \triangle AED, \triangle ABC$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore \angle EAD = \angle CAB = 45^\circ$, $AD = \sqrt{2}AE$, $AB = \sqrt{2}AC$,

$\therefore \angle EAC = \angle DAB$, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \sqrt{2}$,

$\therefore \triangle DAB \sim \triangle EAC$, $\therefore \frac{BD}{EC} = \frac{AD}{AE} = \sqrt{2}$, $\angle ABD = \angle ACE$,

$\because \angle AOB = \angle FOC$, $\therefore \angle BAO = \angle CFO = 45^\circ$,

$\therefore \frac{BD}{EC} = \sqrt{2}$, $\angle BFC = 45^\circ$;9分

(3) 如图 (4) - 1 中, 当 $CE \perp AD$ 于 O 时,

$\because AE = DE = \sqrt{2}$, $AC = BC = \sqrt{10}$, $\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore AD = \sqrt{2}AE = 2$,

$\because EO \perp AD$, $\therefore OD = OA = OE = 1$,

$\therefore OC = \sqrt{AC^2 - AO^2} = \sqrt{10 - 1} = 3$, $\therefore EC = OE + OC = 4$,

$\because BD = \sqrt{2}EC$, $\therefore BD = 4\sqrt{2}$.

如图 (4) - 2 中, 当 $EC \perp AD$ 时, 延长 CE 交 AD 于 O .

同法可得 $OD = OA = OE = 1$, $OC = 3$, $EC = 3 - 1 = 2$,

$\therefore BD = \sqrt{2}EC = 2\sqrt{2}$.

综上所述, BD 的长为 $4\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{2}$11分

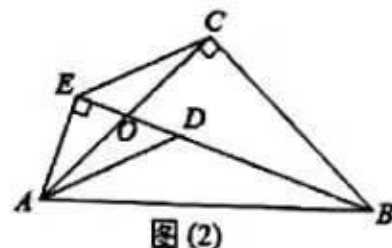


图 (2)

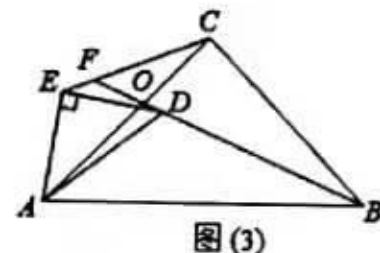


图 (3)

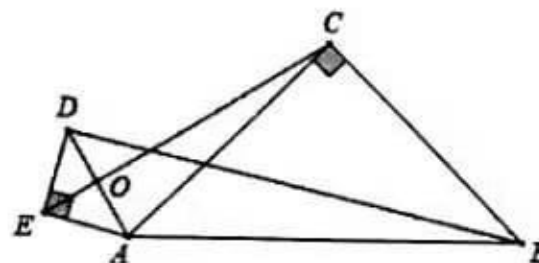


图 (4) - 1

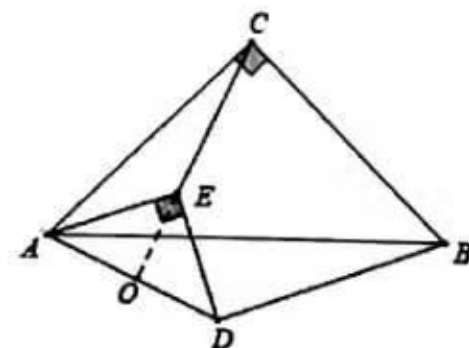


图 (4) - 2