

2021 年中考数学模拟试卷(一)

一、选择题(共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

下列各题中均有四个备选答案,其中有且只有一个是正确的,请在答题卡上将正确答案的代号涂黑.

1. -3 的相反数是()

A. -3

B. 3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列事件是必然事件的是()

A. 路口遇到红灯

B. 掷一枚硬币正面朝上

C. 三角形的两边之和大于第三边

D. 异号两数之和小于零

3. 下列交通标识,既是中心对称图形,又是轴对称图形的是()



A.



B.



C.



D.

4. 计算 $(-a^3)^2$ 的结果是()

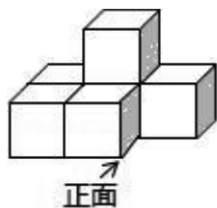
A. $-a^5$

B. a^5

C. $-a^6$

D. a^6

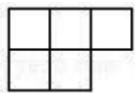
5. 如图是由 6 个小正方体搭成的物体,该所示物体的主视图是()



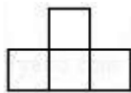
A.



B.



C.



D.



6. 有两把不同的锁和四把钥匙,其中两把钥匙分别能打开这两把锁,其余两把钥匙不能打开这两把锁,随机取出一把钥匙开任意一把锁,一次打开锁的概率是()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{3}$

7. 若点 $A(x_1, -2)$, $B(x_2, -1)$, $C(x_3, 3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{k^2+1}{x}$ (k 是常数) 的图象上,则 x_1 , x_2 , x_3 的大小关系是()

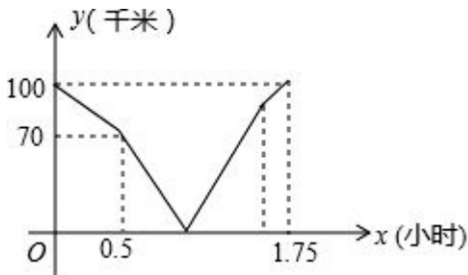
A. $x_1 > x_2 > x_3$

B. $x_2 > x_1 > x_3$

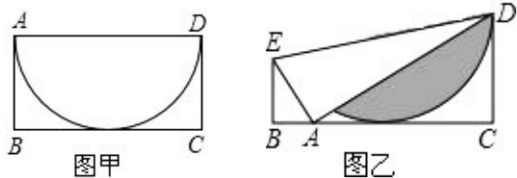
C. $x_1 > x_3 > x_2$

D. $x_3 > x_2 > x_1$

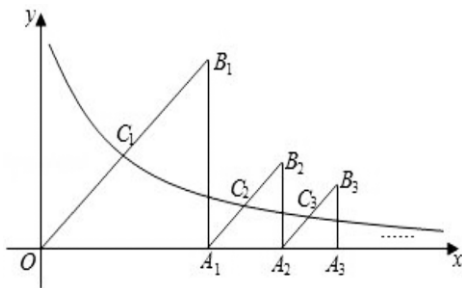
8. 在同一条道路上, 甲车从 A 地到 B 地, 乙车从 B 地到 A 地, 乙先出发, 图中的折线段表示甲、乙两车之间的距离 y (千米) 与乙行驶时间 x (小时) 的函数关系的图象, 下列说法错误的 ()



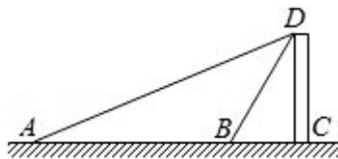
- A. 乙先出发的时间为 0.5 小时
 B. 甲的速度是 80 千米/小时
 C. 甲出发 0.5 小时后两车相遇
 D. 甲到 B 地比乙到 A 地早 $\frac{1}{12}$ 小时
9. 有一张矩形纸片 $ABCD$, 已知 $AB=2, AD=4$, 上面有一个以 AD 为直径的半圆, 如图甲, 将它沿 DE 折叠, 使 A 点落在 BC 上, 如图乙, 这时, 半圆还露在外面的部分 (阴影部分) 的面积是 ()



- A. $\pi - 2\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}\pi + \sqrt{3}$ C. $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ D. $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$
10. 如图, $\triangle OA_1B_1, \triangle A_1A_2B_2, \triangle A_2A_3B_3, \dots$ 是分别以 A_1, A_2, A_3, \dots 为直角顶点, 一条直角边在 x 轴正半轴上的等腰直角三角形, 其斜边的中点 $C_1(x_1, y_1), C_2(x_2, y_2), C_3(x_3, y_3), \dots$ 均在反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象上. 则 $y_1 + y_2 + \dots + y_{10}$ 的值为 ()



- A. $2\sqrt{10}$ B. 6 C. $4\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{7}$
- 二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)
11. 计算 $\sqrt{(-5)^2}$ 的结果是 _____.
12. 一组数据 4、3、 x 、1、5 的众数是 5, 则 x 的值为 _____.
13. 方程 $\frac{2x}{2-x} = \frac{3}{x-2} + 1$ 的解是 _____.
14. 如图, 为测量建筑物 CD 的高度, 在 A 点测得建筑物顶部 D 点的仰角为 22° , 再向建筑物 CD 前进 30 米到达 B 点, 测得建筑物顶部 D 点的仰角为 58° (A, B, C 三点在一条直线上), 则建筑物 CD 的高度为 _____ 米. (结果



保留整数.参考数据: $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\tan 58^\circ \approx 1.60$

15. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a > 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 图象与 x 轴交于点 $(-1, 0)$. 下列四个结论:

① 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解为 $x_1 = -1, x_2 = 3$;

② $3a + c = 0$;

③ 对于任意实数 t , 总有 $at^2 + bt \geq a + b$;

④ 不等式 $ax^2 + (b - k)x + c - k \geq 0$ (k 为常数) 的解集为 $x < -1$ 或 $x > 3 + \frac{k}{a}$.

其中正确的结论是 _____ (填写序号).

16. 实践操作:

第一步: 如图 1, 将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 D 的直线折叠, 使点 A 落在 CD 上的点 A' 处, 得到折痕 DE , 然后把纸片展平.

第二步: 如图 2, 将图 1 中的矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 E 的直线折叠, 点 C 恰好落在 AD 上的点 C' 处, 点 B 落在点 B' 处, 得到折痕 EF , $B'C'$ 交 AB 于点 M , $C'F$ 交 DE 于点 N , 再把纸片展平.

问题解决: 若 $AC' = 2, DC' = 4$, 则 $\frac{DN}{EN}$ 的值为 _____.

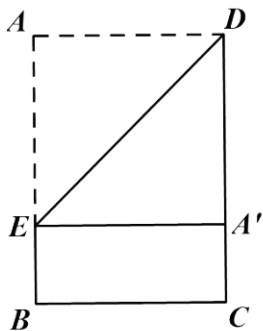


图 1

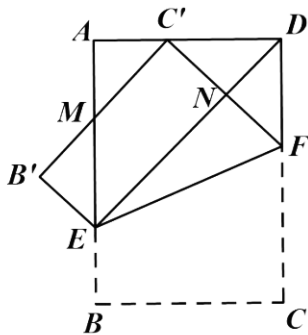


图 2

三、解答题 (共 8 小题, 共 72 分)

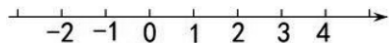
17. (本小题满分 8 分) 解不等式组 $\begin{cases} 3x - 4 > x - 2, & ① \\ x - 2 \leq 5x + 6. & ② \end{cases}$ 请按以下步骤完成解答:

(1) 解不等式①, 得 _____;

(2) 解不等式②, 得 _____;

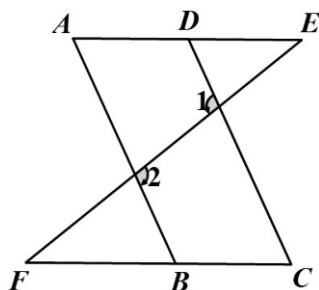
(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;

(4) 原不等式组的解集为 _____.



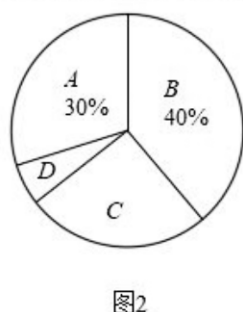
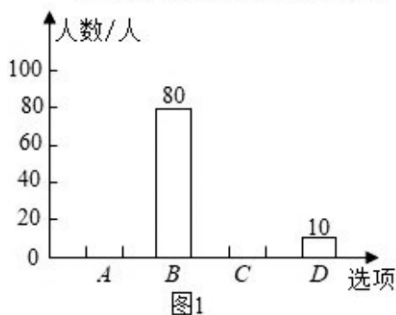
18.(本小题满分 8 分)如图, D 、 B 分别为 AE 、 FC 上的点, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle A = \angle C$.

求证: $\angle E = \angle F$.



19.(本小题满分 8 分)“生活垃圾分类”逐渐成为社会生活新风尚,我校为了了解学生对“生活垃圾分类”的看法,随机调查了一部分学生(每名学生必须选择且只能选择一类看法),调查结果分为“A.很有必要”“B.有必要”“C.无所谓”“D.没有必要”四类.并根据调查结果绘制了图 1 和图 2 两幅统计图(均不完整),请根据图中提供的信息,解答下列问题:

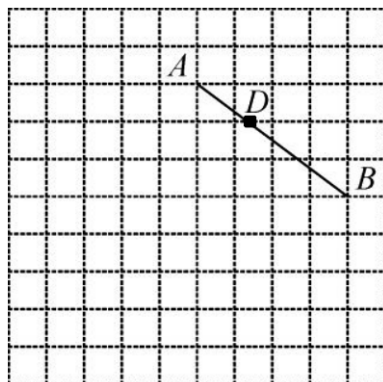
200 名学生看法的条形统计图 200 名学生看法的扇形统计图



- (1)这次共抽取了_____名学生进行调查统计,扇形统计图中“D.没有必要”所在扇形的圆心角大小为_____°;
- (2)将条形统计图补充完整;
- (3)我校共有 2500 名学生,根据调查结果估计该校对“生活垃圾分类”认为“A.很有必要”的学生约有多少人?

20.(本小题满分 8 分)如图,点 A 、 B 均为格点,线段 AB 与网络线交于点 D .仅用无刻度尺的直尺在网格中画图,画图过程用虚线表示,画图结果用实线表示.

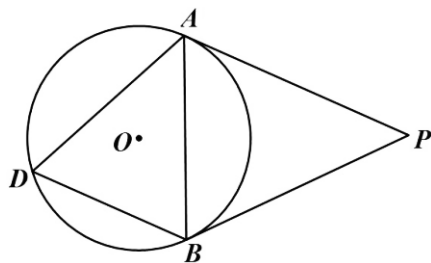
- (1)将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° 得线段 AC ;
- (2)在 AC 上找一点 E ,使 $\angle ABE = \angle ACD$;
- (3)在 BC 上取一点 P ,使 $\tan \angle BAP = \frac{1}{5}$.



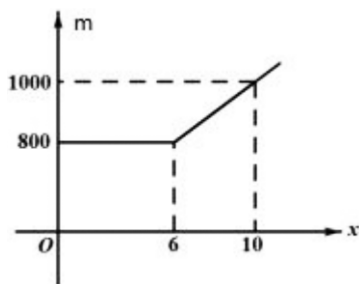
21.(本小题满分 8)如图, PA 、 PB 与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B , 过点 B 作 $BD \parallel AP$ 交 $\odot O$ 于点 D .

(1) 求证: $AD = AB$;

(2) 若 $BD \cdot BP = 80$, $\sin \angle DAB = \frac{4}{5}$, 求 $\triangle ABP$ 的面积.



22.(本小题满分 10 分) 某企业接到生产一批设备的订单, 要求不超过 12 天完成. 这种设备的出厂价为 1200 元/台, 该企业第一天生产 22 台设备, 第二天开始, 每天比前一天多生产 2 台. 若干天后, 每台设备的生产成本将会增加, 设第 x 天 (x 为整数) 的生产成本为 m (元/台), m 与 x 的关系如图所示.



(1) 若第 x 天可以生产这种设备 y 台, 则 y 与 x 的函数关系式为 _____, x 的取值范围为 _____;

(2) 第几天时, 该企业当天的销售利润最大? 最大利润为多少?

(3) 在销售过程中, 共有多少天日销售利润低于 10800 元? 请直接写出结果.

23.(本小题满分 10 分)正方形 $ABCD$ 中, M 为 CD 中点, N 为 BC 上一点.

(1)如图 1,若 $BN=3NC$,求证: $AM \perp MN$;

(2)如图 2,在(1)条件下,连结 BD 交 AN , AM 于点 E , F ,若 $DF=7$,求 BE 的长;

(3)如图 3,过点 N 作 $NH \perp AN$ 交 AM 延长线于点 H ,连接 AC 交 NH 于点 G ,若 $\tan \angle BAN = \frac{1}{4}$,则 $\frac{NG}{GH}$ 的值为_____.(直接写出答案)

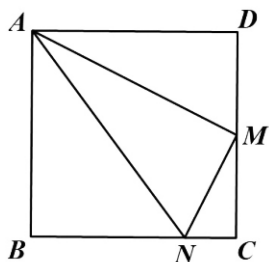


图 1

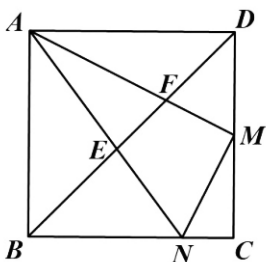


图 2

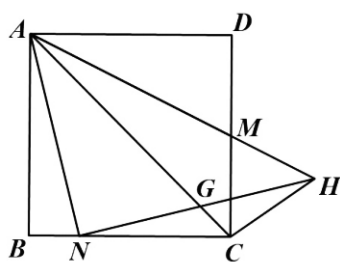


图 3

24.(本小题满分 12 分)如图 1,抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A , B , $OB=3OA=3$.

(1)求抛物线解析式;

(2)如图 2,直线 $y=kx+n$ 与抛物线交于点 C , D ,若 $\triangle ACD$ 的内心落在 x 轴上,求 k 的值;

(3)如图 3,直线 l 与抛物线有且只有一个公共点 E , l 与抛物线对称轴交于点 F ,若 $\triangle AEF$ 的面积为 $\frac{9}{2}$,求点 E 的坐标.

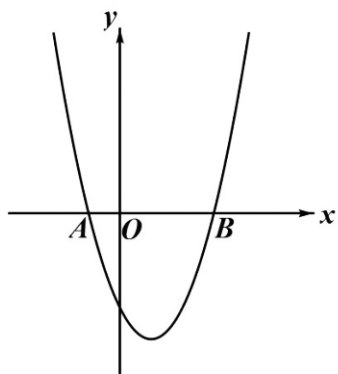


图 1

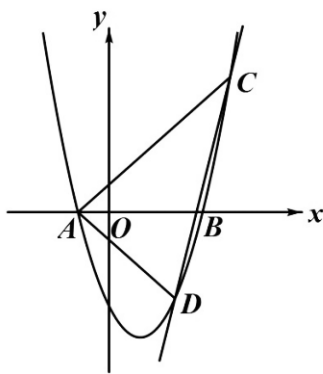


图 2

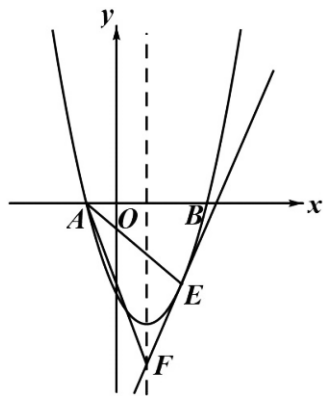


图 3

∴ $OA \perp BD$ 于 E

∴ $DE=BE$, 即 AE 是 BD 的垂直平分线

∴ $AD=AB$

(2) 连 OB 、 OP 交 AB 于 F

∵ $\angle DAB=2\angle OAB=\angle EOB$ 且 $\sin \angle DAB=\frac{4}{5}$

∴ $\sin \angle EOB=\frac{4}{5}$ ∴ 在 $Rt\triangle EOB$ 中, $\frac{EB}{OB}=\frac{4}{5}$

设 $EB=4a$, 则 $OB=OA=5a$, $OE=3a$,

∴ $AE=8a$ ∴ $\tan \angle EAB=\frac{EB}{AB}=\frac{4a}{8a}=\frac{1}{2}$

又 ∵ PA 、 PB 与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B ,

∴ $PA=PB$ 且 OP 平分 $\angle APB$

∴ $OP \perp AB$

∴ $\angle OPA+\angle PAB=90^\circ$

∵ $\angle OAB+\angle PAB=90^\circ$

∴ $\angle OAB=\angle OPA$ 即 $\tan \angle OAB=\tan \angle OPA=\frac{1}{2}$

∴ $\frac{OA}{AP}=\frac{1}{2}$ 即 $AP=BP=10a$,

又 ∵ $BD \cdot BP=80$, ∴ $2BE \cdot BP=80$

即 $BE \cdot BP=4a \cdot 10a=40a^2=40$, $a=1$

∴ $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}AB \cdot HP=\frac{4\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{5}}{2}=40$

22. 【答案】 $y=2x+20$ $1 \leq x \leq 12$ 且为整数。

解：(1) 根据题意, 得 y 与 x 的解析式为: $y=22+2(x-1)=2x+20$ ($1 \leq x \leq 12$),

故答案为: $y=2x+20$, $1 \leq x \leq 12$;

(2) 设当天的销售利润为 w 元,

则当 $1 \leq x \leq 6$ 时,

$w=(1200-800)(2x+20)=800x+8000$,

$\because 800 > 0$,

$\therefore w$ 随 x 的增大而增大,

\therefore 当 $x=6$ 时, $w_{\text{最大值}}=800 \times 6 + 8000 = 12800$.

当 $6 < x \leq 12$ 时,

设 $m=kx+b$, 将 $(6, 800)$ 和 $(10, 1000)$ 代入得:

$$\begin{cases} 800 = 6k + b \\ 1000 = 10k + b \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = 50 \\ b = 500 \end{cases},$

$\therefore m$ 与 x 的关系式为: $m=50x+500$,

$\therefore w=[1200-(50x+500)] \times (2x+20)$

$$=-100x^2+400x+14000$$

$$=-100(x-2)^2+14400.$$

\therefore 此时图象开口向下, 在对称轴右侧, w 随 x 的增大而减小, 天数 x 为整数,

\therefore 当 $x=7$ 时, w 有最大值, 为 11900 元,

$\because 12800 > 11900$,

\therefore 当 $x=6$ 时, w 最大, 且 $w_{\text{最大值}}=12800$ 元,

答: 该厂第 6 天获得的利润最大, 最大利润是 12800 元.

(3) 由 (2) 可得,

$$1 \leq x \leq 6 \text{ 时, } 800x+8000 < 10800,$$

解得: $x < 3.5$

则第 1-3 天当天利润低于 10800 元,

$$\text{当 } 6 < x \leq 12 \text{ 时, } -100(x-2)^2+14400 < 10800,$$

解得 $x < -4$ (舍去), 或 $x > 8$,

\therefore 第 9-12 天当天利润低于 10800 元,

故当天销售利润低于 10800 元的天数有 7 天.

23、(1) \because 在正方形 ABCD 中, $BN=3NC$, 设 NC =单位 1, 则 $BN=3$, $BC=4$, $DM=MC=2$, $AD=4$,

$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\therefore \tan \angle NMC=\tan \angle DAM=1:2$, $\therefore \angle NMC=\angle DAM$, 又 $\because \angle DAM+\angle DMA=90^\circ$,

$\therefore \angle NMC+\angle DMA=90^\circ$, $\therefore \angle AMN=180^\circ-90^\circ=90^\circ$, $\therefore AM \perp MN$

(2) 延长 AM、BC 交于点 G, 设 $AD=4a$, \because 在正方形 ABCD 中, $AD \parallel CG$, $\therefore \triangle ADM \sim \triangle GCM$,

$DM:MC=AD:CG=1$, 设 $AD=4a$, $CG=4a$, $\because BN=3NC$, $NC=a$, $BN=3a$, $\therefore AD \parallel BN$ 、 $AD \parallel BG$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle NBE, \triangle ADF \sim \triangle GBF, \therefore DE:BE=4:3, 7:BF=1:2, BE=\frac{3}{7}BD, BF=14, BD=21, \therefore BE=9$

(3) $\frac{18}{17}$

24. 解:

(1) $\because OB=3OA=3. \therefore A(-1, 0) B(3, 0)$ 代入 $y=x^2+bx+c$
得 $b=-2, c=-3 \therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$

(2) 过 C 作 $CE \perp x$ 轴于 E, 过 D 作 $DF \perp x$ 轴于 F,

$\because \triangle ACD$ 的内心落在 x 轴上,

$\therefore AB$ 平分 $\angle CAD$ 即 $\angle CAE = \angle DAF$

$\therefore \tan \angle CAE = \tan \angle DAF$

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{DF}{AF}$$

$$\therefore \frac{y_C}{x_C+1} = \frac{-y_D}{x_D+1} \quad \text{又} \because C、D \text{ 均在 } y=x^2-2x-3 \text{ 上,}$$

$$\therefore y_C = x_C^2 - 2x_C - 3 = (x_C+1)(x_C-3) \quad y_D = x_D^2 - 2x_D - 3 = (x_D+1)(x_D-3)$$

$$\therefore \frac{(x_C+1)(x_C-3)}{x_C+1} = \frac{-(x_D+1)(x_D-3)}{x_D+1} \quad \therefore x_C + x_D = 6$$

又 $x^2-2x-3=kx+n$ 得 $x^2-(2+k)x-3-n=0$, 即 $x_C + x_D = 2+k=6$

$$\therefore k=4$$

(3) 设 AE 交对称轴于 G, 设 $E(e, e^2-2e-3), \therefore A(-1, 0)$

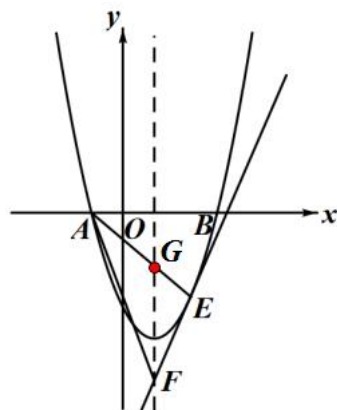
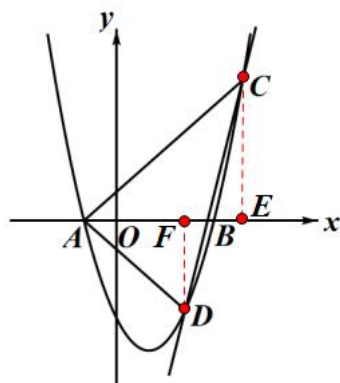
\therefore 直线 AE 解析式为: $y=(e-3)(x+1)=(e-3)x+e-3$

当 $x=1$ 时, $y=2e-6, \therefore G(1, 2e-6)$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} GF \cdot (e+1) = \frac{9}{2}$$

设直线 EF: $y=mx+n$

联立得 $x^2-2x-3=mx+n$, 即 $x^2-(2+m)x-3-n=0$



∵ 直线 l 与抛物线有且只有一个公共点 E ,

$$\therefore \Delta = (2+m)^2 + 4(3+n) = 0 \text{ 整理得 } m+n = -\frac{1}{4}m^2 - 4$$

$$\text{又 } x_E = e = \frac{2+m}{2} = 1 + \frac{1}{2}m$$

在 $y=mx+n$ 上 $F(1, m+n)$ 则

$$\begin{aligned} GF &= 2e - 6 - (m+n) = 2e - 6 + \frac{1}{4}m^2 + 4 = 2e - 6 + (e-1)^2 + 4 \\ &= e^2 - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} GF \cdot (e+1) = \frac{1}{2} (e+1)^2 (e-1) = \frac{9}{2}$$

$$\therefore (e-2)(e^2+3e+5) = 0$$

$$\because e^2+3e+5 > 0$$

$$\therefore e-2 = 0$$

得 $E(2, -3)$