

八年级数学试题

2021.5

(时间: 120 分钟; 满分: 120 分)

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 24 分. 每小题给出的四个选项中只有一项是正确的)

1. $\sqrt{(-5)^2}$ 的算术平方根是 ()

- A. 5 B. ± 5 C. $\sqrt{5}$ D. $\pm \sqrt{5}$

2. 函数 $y = \sqrt{4x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -\frac{1}{2}$ B. $x \geq \frac{1}{2}$ C. $x \leq -\frac{1}{2}$ D. $x \leq \frac{1}{2}$

3. 下列根式中与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{3^2}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{18}$

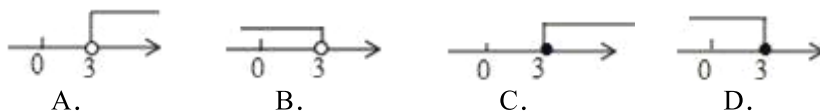
4. 一个正数的两个平方根分别是 $2a-6$ 与 $5-a$, 则这个正数是 ()

- A. 1 B. 4 C. 8 D. 16

5. 点 $A(\sqrt{3}-2, \sqrt{5}-2)$ 在第 () 象限.

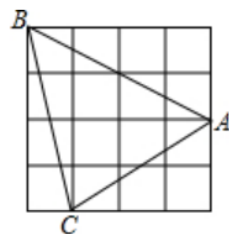
- A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

6. 在方程组 $\begin{cases} 2x+y=1-m \\ x+2y=2 \end{cases}$ 中, 若未知数 x, y 满足 $x+y < 0$, 则 m 的取值范围在数轴上表示应为 ()



7. 如图, 方格纸中小正方形边长为 1, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在小正方形的顶点处, 则 C 到 AB 的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\frac{14\sqrt{5}}{5}$



8. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3x-1 > 4(x-1) \\ x < a \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 3$ B. $a > 3$ C. $a < 3$ D. $a \geq 3$

二、多项选择题 (本题共 4 小题, 共 12 分. 在每题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 3 分, 部分选对得 2 分, 有一项错选即得 0 分)

9. 下列各数中是无理数有 ()

- A. 1.01001000100001 B. $\sqrt{12}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $-\frac{22}{7}$

10. 下列说法错误的是 ()

- A. 1 的平方根是 1 B. -1 的立方根是 -1
C. $\sqrt{3}$ 是 3 的平方根 D. -3 是 $\sqrt{(-3)^2}$ 的平方根

11. 已知 $3a > -6b$, 则下列结论一定成立的是 ()

- A. $3a+6b > 0$ B. $a+1 > -2b+1$
C. $-a < b$ D. $\frac{a}{b} > -2$

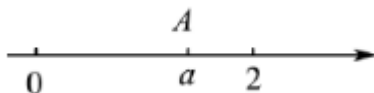
12. 已知边长为 m 的正方形面积为 18, 则下列关于 m 的说法中, 正确的是 ()

- A. m 是无理数 B. m 是方程 $m^2=18$ 的解
C. m 满足不等式组 $\begin{cases} m-4 > 0 \\ m-5 < 0 \end{cases}$ D. m 是 18 的算术平方根

三、填空题 (本大题共 8 小题, 共 24 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分.)

13. 定义一种新运算“@”的运算法则为: $a@b = \sqrt{ab+4}$, 则 $(2@6) =$ _____.

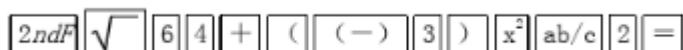
14. 如图, 数轴上点 A 表示的数为 a , 化简 $a + \sqrt{a^2 - 4a + 4} =$ _____.



15. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{15}$ 小的整数_____.

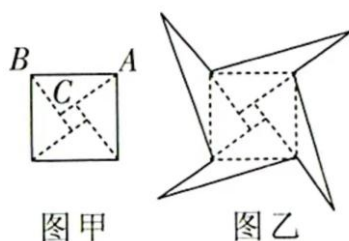
16. 若 $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + 4$, 则 xy 的算术平方根是_____.

17. 若用我们数学课本上采用的科学计算器进行计算，其按键顺序如下：



则输出结果为_____.

18. 如图甲是我国古代著名的“赵爽弦图”的示意图,它是由四个全等的直角三角形围成的,在 $Rt\triangle ABC$ 中,若直角边 $AC=6$, $BC=5$,将四个直角三角形中边长为 6 的直角边分别向外延长一倍,得到图乙所示的“数学风车”,则这个风车的外围周长(图乙中的实线)是_____.



19. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=13$, $AC=15$, BC 上的高 $AD=12$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

20. 观察下列分母有理化的计算:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}=\sqrt{2}-\sqrt{1}, \quad \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}, \quad \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}=\sqrt{4}-\sqrt{3}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}}=\sqrt{5}-\sqrt{4}, \quad \dots$$

从计算结果中找出规律,并利用这一规律计算:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2020}}\right)(\sqrt{2021}+1)=\underline{\hspace{2cm}}.$$

四、解答题(本大题共 6 小题,共 60 分)

21. (本题 12 分,每小题 4 分)计算:

(1) $\sqrt[3]{-1}-(\sqrt[3]{8}+3)-\sqrt{(-3)^2}$

(2) $3\sqrt{45}-2\sqrt{20}+5\sqrt{\frac{4}{5}}$

(3) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$

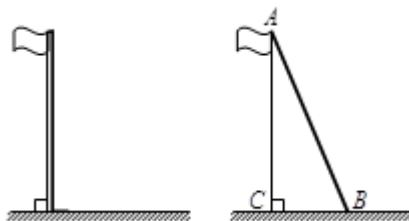
22. (每题 6 分, 共 12 分)

(1) 解不等式 $3(x-2) - 4 \leq 1 - 2(x-2)$, 并求出它的正整数解.

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 1 - 3(x-1) < 8 - x \\ \frac{x-3}{2} \geq x-3 \end{cases}$$
, 并把它解集在数轴上表示出来.

23. (本题 6 分)

小明想知道学校旗杆的高度, 他发现旗杆顶端的绳子拉直垂到地面还多 2 米, 然后将绳子末端拉到距离旗杆 8 米处, 发现此时绳子末端刚好接触地面。请你帮他计算出旗杆的高度 (滑轮上方的部分忽略不计)。



24. (本题 8 分)

如果一元一次方程的解是一元一次不等式组的解,那么称该一元一次方程为该不等式组的关联方程.例如方程 $2x-6=0$ 的解为 $x=3$, 不等式组 $\begin{cases} x-2=0 \\ x<5 \end{cases}$ 的解集为 $2<x<5$,

因为 $2<3<5$, 所以, 称方程 $2x-6=0$ 为不等式组 $\begin{cases} x-2>0 \\ x<5 \end{cases}$ 的关联方程.

(1) 若不等式组 $\begin{cases} x-\frac{1}{2}<2 \\ 1+x>-3x+6 \end{cases}$ 的一个关联方程的解是整数, 则这个关联方程可以是 _____ (写一个即可)

(2) 若方程 $3-x=2x$, $3+x=2\left(x+\frac{1}{2}\right)$ 都是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} m<2x-m \\ x-2\leq m \end{cases}$ 的关联方程, 试求 m 的取值范围.

25. (本题 12 分)

“绿水青山, 就是金山银山”, 某旅游区为了保护环境, 需购买 A、B 两种型号的垃圾处理设备共 10 台. 已知每台 A 型设备日处理能力为 12 吨; 每台 B 型设备日处理能力为 15 吨; 购回的设备日处理能力不低于 140 吨.

(1) 请你为该景区设计购买 A、B 两种设备的方案;

(2) 已知每台 A 型设备价格为 3 万元, 每台 B 型设备价格为 4.4 万元. 厂家为了促销产品. 规定贷款不低于 40 万元时, 则按九折优惠. 问: 采用 (1) 设计的哪种方案, 使购买费用最少, 为什么?

26. (本题 10 分)

阅读材料：小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，如 $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$ ，善于思考的小明进行了以下探索：

设 $a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$ (其中 a 、 b 、 m 、 n 均为正整数)，则有 $a+b\sqrt{2}=m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$ ， $\therefore a=m^2+2n^2$ ， $b=2mn$. 这样小明就找到了一种把部分 $a+b\sqrt{2}$ 的式子化为平方式的方法.

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

(1) 当 a 、 b 、 m 、 n 均为正整数时，若 $a+b\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$ ，用含 m 、 n 的式子分别表示 a 、 b ，得： $a=$ _____， $b=$ _____；

(2) 利用所探索的结论，找一组正整数 a 、 b 、 m 、 n ，符合 $a+b\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$.

(3) 若 $a+4\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$ ，且 a 、 m 、 n 均为正整数，求 a 的值.