

房山区 2020-2021 学年度第一学期期末检测试卷

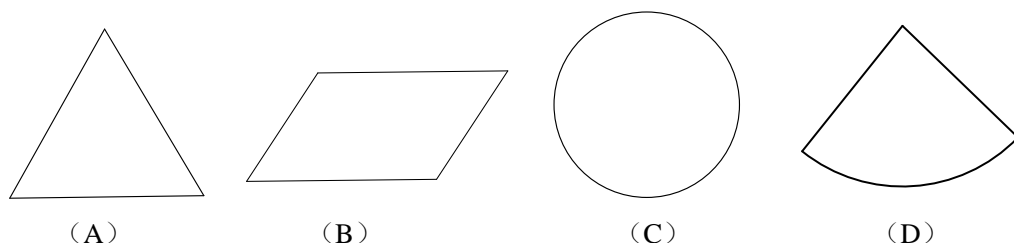
九年级数学

本试卷共 6 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

一、选择题（本题共 24 分，每小题 3 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是

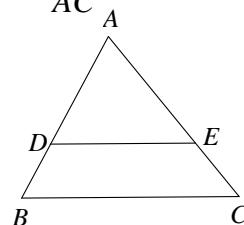


2. $\sin 30^\circ$ 的值等于

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 1

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ，若 $AD = 2$ ， $AB = 3$ ，则 $\frac{AE}{AC}$ 等于

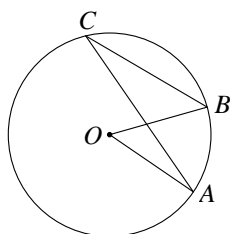
- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$



4. 如图， OA ， OB 是 $\odot O$ 的半径，若 $\angle AOB = 50^\circ$ ，

则 $\angle ACB$ 的度数是

- (A) 25° (B) 50°
(C) 75° (D) 100°



5. 在半径为 2 的圆中， 90° 的圆心角所对的弧长为

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

6. 若点 $A(x_1, -1)$ ， $B(x_2, 2)$ ， $C(x_3, 3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上，则 x_1 ， x_2 ， x_3

的大小关系是

- (A) $x_1 < x_2 < x_3$ (B) $x_1 < x_3 < x_2$
(C) $x_2 < x_3 < x_1$ (D) $x_3 < x_1 < x_2$

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 2$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，则 AB 的长为

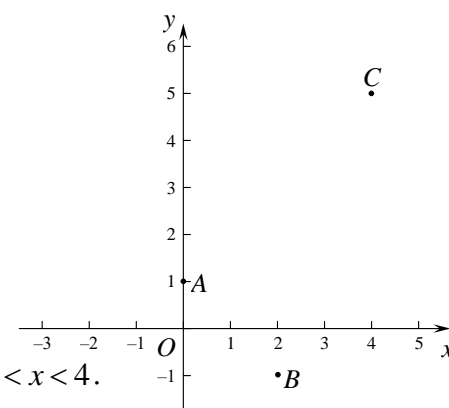
- (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ 或 4 (D) 2 或 4

8. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象经过 $A(0, 1)$ ， $B(2, -1)$ ， $C(4, 5)$

三点，下面四个结论中正确的是

- (A) 抛物线开口向下；
(B) 当 $x = 2$ 时， y 取最小值 -1 ；
(C) 当 $m > -1$ 时，一元二次方程 $ax^2 + bx + c = m$ 必有两个不相等实根；
(D) 直线 $y = kx + c (k \neq 0)$ 经过点 A ， C ，

当 $kx + c < ax^2 + bx + c$ 时， x 的取值范围是 $0 < x < 4$.



二、填空题（本题共 24 分，每小题 3 分）

9. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{x+y}{x} =$ _____.

10. 请写出一个过点 $(1, 1)$ 的函数表达式：_____.

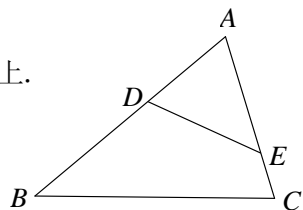
11. 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，若 $\angle B = 70^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为 _____ $^\circ$.

12. 函数 $y = x^2$ 的图象向下平移 3 个单位，得到函数图象的表达式是_____.

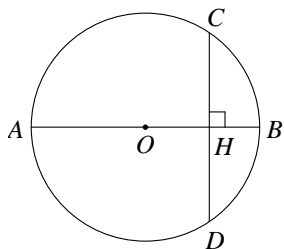
13. 如图, 点 D , E 分别在 $\triangle ABC$ 的 AB , AC 边上.

只需添加一个条件即可证明 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$,

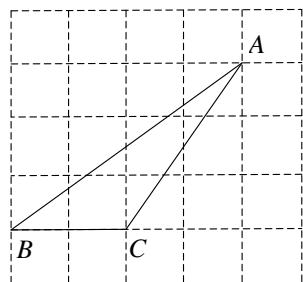
这个条件可以是_____。(写出一个即可)



14. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 H , 若 $AB=10$, $CD=8$, 则 OH 的长为_____.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图所示的网格是边长为 1 的正方形网格, A , B , C 是网格线交点, 则 $\cos \angle ABC =$ _____.

16. 我们将满足等式 $x^2 + y^2 = 1 + |x|y$ 的每组 x , y 的值在平面直角坐标系中画出,

便会得到如图所示的“心形”图形. 下面四个结论中,

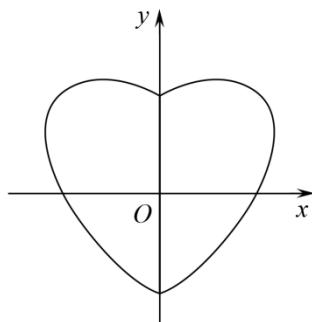
① “心形”图形是轴对称图形;

② “心形”图形所围成的面积小于 3;

③ “心形”图形上任意一点到原点的距离都不超过 $\sqrt{2}$;

④ “心形”图形恰好经过 6 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点)

所有正确结论的序号是_____.

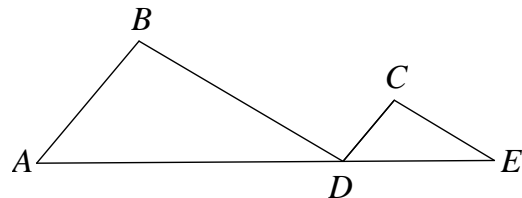


三、解答题 (本题共 52 分, 第 17-21 题, 每小题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23-25 题,

每小题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\frac{AB}{DC} = \frac{AD}{DE}$.

求证: $\angle B = \angle C$.

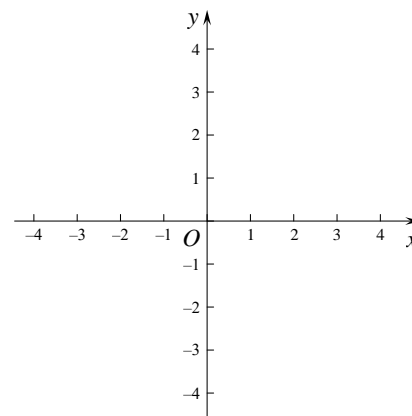


18. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

(1) 求它的图象的顶点坐标和对称轴;

(2) 画出它的图象. 并结合图象, 当 $x > 0$ 时,

则 y 的取值范围是_____.



19. 已知: 线段 a , c .

求作: $\text{Rt} \triangle ABC$, 使其斜边 $AB = c$, 一条直角边 $BC = a$.

作法: ① 作线段 $AB = c$;

② 分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧,

两弧相交于 D , E 两点, 作直线 DE 交 AB 于点 O ;

③ 以 O 为圆心, OA 长为半径作 $\odot O$;

④ 以点 B 为圆心, 线段 a 的长为半径作弧交 $\odot O$ 于点 C ,

连接 CA , CB .

$\triangle ABC$ 就是所求作的直角三角形.

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);

(2) 完成下面的证明.

证明: \because 点 O 在线段 AB 的垂直平分线上,

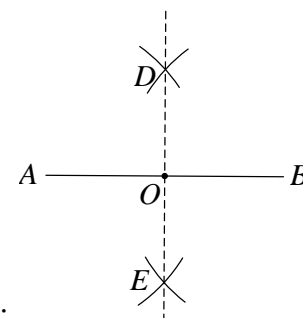
\therefore 点 O 为线段 AB 的中点, OA 为 $\odot O$ 的半径.

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径.

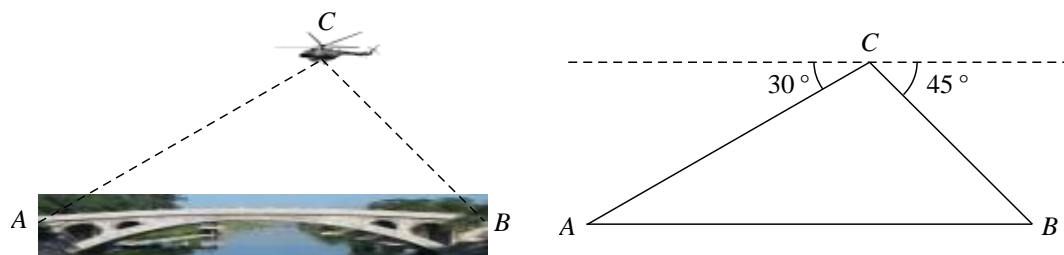
\because 点 C 在 $\odot O$ 上,

$\therefore \angle ACB =$ _____ $^\circ$, (_____) (填推理的依据).

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.



20. 在“综合与实践”活动中，某校九年级数学小组采用无人机辅助的方法测量一座桥的长度. 如图，桥 AB 是水平并且笔直的，测量过程中，小组成员遥控无人机飞到桥 AB 的上方 90m 的点 C 处悬停，此时测得桥两端 A ， B 两点的俯角分别为 30° 和 45° ，求桥 AB 的长度. (结果精确到 1m . 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

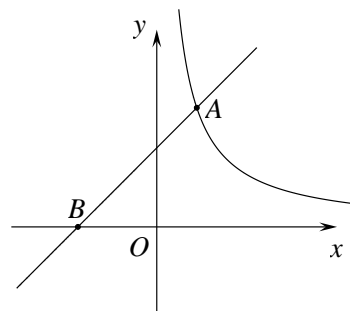


21. 如图，一次函数 $y_1 = kx + 2$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2, 0)$ ，与反比例函数

$$y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$$

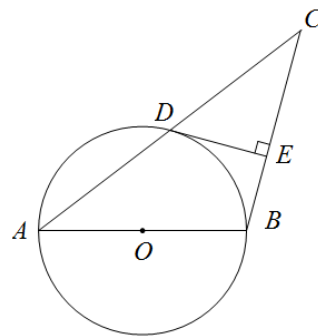
的图象交于点 $A(1, a)$.

- (1) 求 m 的值;
(2) 点 C 为 x 轴上一动点. 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6 ，请直接写出点 C 的坐标.



22. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $\odot O$ 过 AC 的中点 D ， $DE \perp BC$ ，垂足为点 E .

- (1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;
(2) 若 $\tan A = \frac{3}{4}$, $BC = 5$. 求 DE 的长.

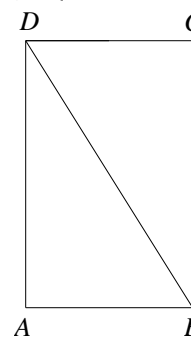


23. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 经过点 $A(4, 4)$.

- (1) 当抛物线与 x 轴交于点 $B(2, 0)$ 时，求抛物线的表达式;
(2) 设抛物线与 x 轴两交点之间的距离为 d . 当 $d > 2$ 时，求 a 的取值范围.

24. 如图，已知 BD 是矩形 $ABCD$ 的一条对角线，点 E 在 BA 的延长线上，且 $AE = AD$. 连接 EC ，与 AD 相交于点 F ，与 BD 相交于点 G .

- (1) 依题意补全图形;
(2) 若 $AF = AB$ ，解答下列问题:
① 判断 EC 与 BD 的位置关系，并说明理由;
② 连接 AG ，用等式表示线段 AG ， EG ， DG 之间的数量关系，并证明.

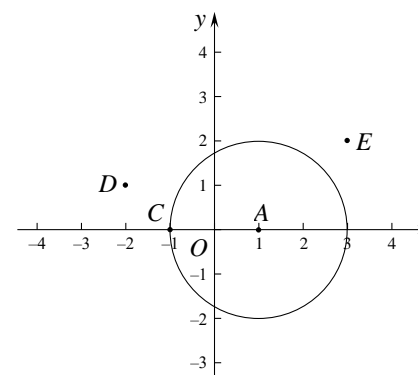


25. 定义：在平面直角坐标系 xOy 中，点 P 为图形 M 上一点，点 Q 为图形 N 上一点.

若存在 $OP = OQ$ ，则称图形 M 与图形 N 关于原点 O “平衡”.

- (1) 如图，已知 $\odot A$ 是以 $(1, 0)$ 为圆心， 2 为半径的圆，点 $C(-1, 0)$ ， $D(-2, 1)$ ， $E(3, 2)$.

- ① 在点 C ， D ， E 中，与 $\odot A$ 关于原点 O “平衡”的点是_____;
② 点 H 为直线 $y = -x$ 上一点，若点 H 与 $\odot A$ 关于原点 O “平衡”，求点 H 的横坐标的取值范围;



- (2) 如图，已知图形 G 是以原点 O 为中心，边长为 2 的正方形. $\odot K$ 的圆心在 x 轴上，半径为 2 . 若 $\odot K$ 与图形 G 关于原点 O “平衡”，请直接写出圆心 K 的横坐标的取值范围.

