

九年级数学试题

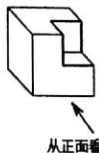
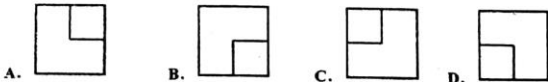
温馨提示：请将试题的正确答案填涂或书写在答题纸上，在本试卷上答题无效。

一、精心选一选，你一定能选对！（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确选项的代号填在答题纸上。）

1. 方程 $x^2=3x$ 的根为

- A. $x=3$ B. $x=0$ C. $x=3$ 或 $x=0$ D. 以上都不对

2. 如图，将棱长为 6 的正方体截去一个棱长为 3 的正方体后，得到一个新的几何体，这个几何体的主视图是



3. 下列长度的各组线段中，成比例线段的是

- A. 1cm, 2cm, 3cm, 4cm B. 1cm, 2cm, 3cm, 6cm
C. 2cm, 4cm, 6cm, 8cm D. 3cm, 4cm, 5cm, 10cm

4. 国家统计局统计数据显示，我国快递业务收入逐年增加。2017 年至 2019 年我国快递业务收入由 5000 亿元增加到 7500 亿元。设我国 2017 年至 2019 年快递业务收入的年平均增长率为 x ，则可列方程为

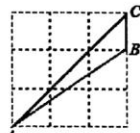
- A. $5000(1+2x)=7500$ B. $5000+5000(1+x)+5000(1+x)^2=7500$
C. $5000(1+x)^2=7500$ D. $5000 \times 2(1+x)=7500$

5. 在一个不透明的袋子里装有红球、黄球共 20 个，这些球除颜色外都相同。小明通过多次试验发现，摸出红球的频率稳定在 0.25 左右，则袋子中黄球的个数最有可能是

- A. 5 B. 10 C. 12 D. 15

6. 如图，点 A, B, C 在正方形网格的格点上，则 $\sin \angle BAC$ 为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{26}}{26}$ C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$



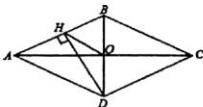
第 6 题图

7. 已知等腰三角形的两边长分别是一元二次方程 $x^2-6x+8=0$ 的两根，则该等腰三角形的底边长为

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 2 或 4

8. 如图，菱形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H，连接 OH，若 $OA=6$ ， $S_{\text{菱形} ABCD}=48$ ，则 OH 的长为

- A. 6 B. 4 C. $\sqrt{13}$ D. 3

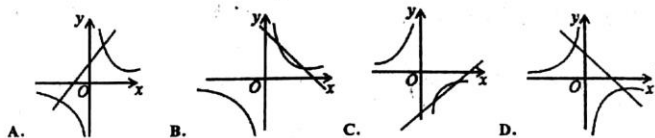


第 8 题图

9. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-3x+1=0$ 有两个实数根，那么 k 的取值范围是

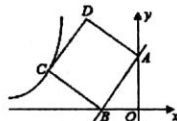
- A. $k \geq \frac{9}{4}$ B. $k \geq -\frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$ C. $k \leq -\frac{9}{4}$ D. $k \leq \frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$

10. 一次函数 $y=ax-a$ 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系中的图象可能是



11. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=\frac{4}{3}x+4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别相交于点 B, 点 A，以线段 AB 为边作正方形 ABCD，且点 C 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上，则 k 的值为

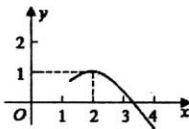
- A. -12 B. -42 C. 42 D. -21



第 11 题图

12. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数， $a \neq 0$) 的部分图象如图所示，图象顶点的坐标为 (2, 1)，与 x 轴的一个交点在点 (3, 0) 和点 (4, 0) 之间，有下列结论：① $abc < 0$ ；② $a-b+c < 0$ ；③ $c-4a=1$ ；④ $b^2 > 4ac$ ；⑤ $am^2+bm+c \leq 1$ (m 为任意实数)。其中正确的有

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个



第 12 题图

二、认真填一填，相信你能填对！（每小题 4 分，共 24 分。）

13. 已知 $\frac{a}{b}=\frac{2}{5}$ ，则 $\frac{a+b}{b}$ 的值为_____。

14. 反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象经过点 $P(-2, 3)$ ，则 $k=$ _____。

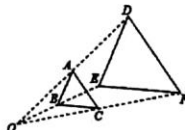
15. 抛物线 $y=2x^2+2(k-1)x-k$ (k 为常数) 与 x 轴交点的个数是_____。

16. 如图所示的转盘，被分成面积相等的四个扇形，分别涂有红、黄、蓝、绿四种颜色。固定指针，自由转动转盘两次，每次停止后，记下指针所指区域（指针指向区域分界线时，忽略不计）的颜色，则两次颜色相同的概率是_____。



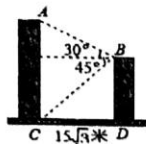
第 16 题图

17. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，点 O 为位似中心。已知 $OA:OD=1:2$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为_____。



第 17 题图

18. 如图, 某校教学楼 AC 与实验楼 BD 的水平间距 $CD=15\sqrt{3}$ 米, 在实验楼顶部 B 点测得教学楼顶部 A 点的仰角是 30° , 底部 C 点的俯角是 45° , 则教学楼 AC 的高度是_____米 (结果保留根号).



第18题图

三、解答题: (本题共6小题, 满分60分. 解答应写出必要的文字说明或演算步骤.)

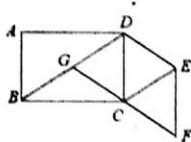
19. (本小题满分8分)

从2021年起, 很多省份的高考将采用“3+1+2”的模式: “3”是指语文、数学、外语3科为必选科目, “1”是指在物理、历史2科中任选1科, “2”是指在化学、生物、思想政治、地理4科中任选2科.

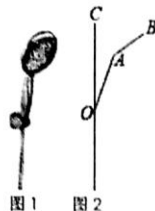
(1) 若你在“1”中选择了你喜欢的物理, 在“2”中已经选择了你喜欢的化学, 则你选择地理的概率为_____.

(2) 若小王在“1”中选择了喜欢的历史, 请用列表法表示他在“2”中所有可选科目的方案, 由于大学后考研必须要考思想政治, 小王不想到考研的时候出现知识空档期, 而他对于其他学科没有特别要求, 那么他选择合适科目的概率是多少?

20. (本小题满分8分) 如图, 四边形 $ABCD$ 为矩形, G 是对角线 BD 的中点, $\angle DBC=30^\circ$. 连接 GC 并延长至 F , 使 $CF=GC$, 以 DC , CF 为邻边作平行四边形 $DCFE$, 连接 CE . 判断四边形 $CEDG$ 的形状, 并证明你的结论.



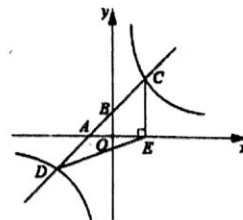
21. (本小题满分10分) 图1是挂墙式淋浴花洒的实物图, 图2是抽象出来几何图形. 为使身高175cm的人能方便地淋浴, 应当使旋转头固定在墙上的某个位置 O , 花洒的最高点 B 与人的头顶的铅垂距离为15cm, 已知龙头手柄 OA 长为10cm, 花洒直径 AB 是8cm, 龙头手柄与墙面的较小夹角 $\angle COA=26^\circ$, $\angle OAB=146^\circ$, 则安装时, 旋转头的固定点 O 与地面的距离应为多少? (计算结果精确到1cm, 参考数据: $\sin 26^\circ \approx 0.44$, $\cos 26^\circ \approx 0.90$, $\tan 26^\circ \approx 0.49$)



22. (本小题满分10分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=x+1$ 的图象与 x 轴, y 轴的交点分别为点 A , 点 B , 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于 C ,

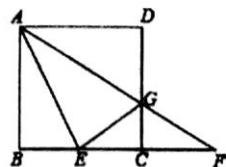
D 两点, $CE \perp x$ 轴于点 E , 连接 DE , 若 $AC=3\sqrt{2}$.

- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 求 $\triangle CDE$ 的面积.
- (3) 请观察图象, 直接写出不等式 $x+1 \leq \frac{k}{x}$ 的解集.



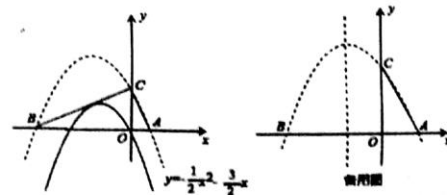
23. (本小题满分12分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在 BC 边上, 连接 AE , $\angle DAE$ 的平分线 AG 与 CD 边交于点 G , 与 BC 的延长线交于点 F . 设 $\frac{CE}{EB}=\lambda$ ($\lambda > 0$).

- (1) 若 $AB=2$, $\lambda=1$, 求线段 CF 的长.
- (2) 连接 EG , 若 $EG \perp AF$,
①求证: 点 G 为 CD 边的中点. ②求 λ 的值.



24. (本小题满分12分) 已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$ 的图象如图所示, 将该抛物线向上平移2个单位, 分别交 x 轴于 A , B 两点, 交 y 轴于点 C .

- (1) 则平移后的解析式为_____.
- (2) 判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.
- (3) 在平移后的抛物线对称轴上是否存在一点 P , 使得以 A , C , P 为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



九年级参考答案

一、选择题

| 题目 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 答案 | C | A | B | C | D | B | A | B | D | D | D | C |

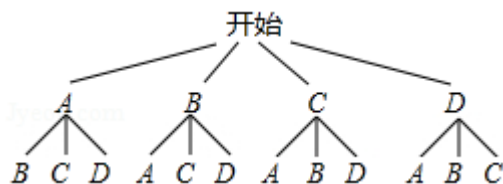
二、填空题

13. $\frac{7}{5}$ 14. -5 15. 2 16. $\frac{1}{4}$ 17. 1:4 18.

$$(15\sqrt{3}+15)$$

19.解：（1）选择地理的概率为 $\frac{1}{3}$ ，3分

（2）把化学、生物、思想政治、地理分别记为A、B、C、D，画树状图如图：



共有 12 个等可能的结果，其中含有思想政治学科的方案有 6 个，

∴小王选择合适科目的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ ，8分

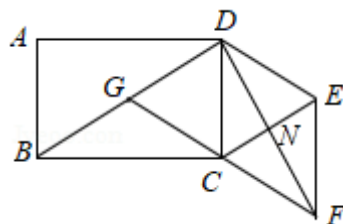
20.解：（1）四边形 CEDG 是菱形，理由如下：

∵ 四边形 ABCD 为矩形，G 是对角线 BD 的中点，

∴ GB=GC=GD，∵ CF=GC，

∴ GB=GC=GD=CF，

∵ $\angle DBC=30^\circ$ ，∴ DC=GD=CF



∵ 四边形 $DCFE$ 是平行四边形,

∴ 四边形 $DCFE$ 是菱形4 分

∴ $CD=CF=DE$, $DE \parallel CG$, ∴ $DE=GC$,

∴ 四边形 $CEDG$ 是平行四边形, ∵ $GD=GC$,

∴ 四边形 $CEDG$ 是菱形;8 分

21.解: 如图, 过点 B 作地面的垂线, 垂足为 D , 过 BD 于点 F ,

在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\angle AOE=26^\circ$, $OA=10cm$,

则 $OE = OA \cdot \cos \angle AOE \approx 10 \times 0.90 =$

在 $Rt\triangle ABF$ 中, $\angle BAF=146^\circ - 90^\circ - 26^\circ =$

则 $BF=AB \cdot \sin \angle BAF=8 \times \frac{1}{2}=4cm$,6

∴ $OG=BD - BF - OE=(175+15) - 4 - 9=177cm$,

答: 旋转头的固定点 O 与地面的距离约为 $177cm$10 分

22.解: (1) ∵ 在 $y=x+1$ 中, 令 $y=0$, 则 $x=-1$,

∴ $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$,

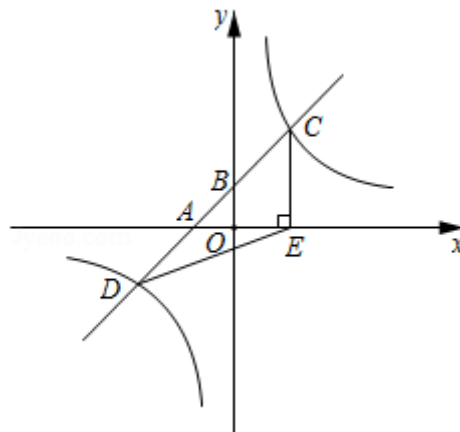
∴ $\angle BAE=45^\circ$, ∴ $\triangle CAE$ 为等腰直角三角形,

∴ $AE=CE$, ∵ $AC=3\sqrt{2}$, 即 $AE^2+CE^2=(3\sqrt{2})^2$,

解得: $AE=CE=3$,

把 $y=3$ 代入 $y=x+1$, 得到 $x=2$,

∴ $OE=2$, $CE=3$,



点 A 作地面 GD 的平行线, 交 OC 于点 E , 交

$9cm$,3 分

30° , $AB=8cm$,

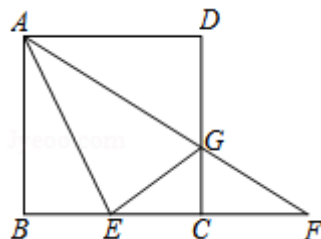
分

$\therefore C(2, 3)$, $\therefore k=2 \times 3=6$, \therefore 反比例函数表达式为: $y=\frac{6}{x}$;4分

(2) 联立:
$$\begin{cases} y=x+1 \\ y=\frac{6}{x} \end{cases}$$
, 解得: $x=2$ 或 -3 ,

当 $x=-3$ 时, $y=-2$, \therefore 点 D 的坐标为 $(-3, -2)$,

$\therefore S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} \times 3 \times [2 - (-3)] = \frac{15}{2}$8分



(3) $x \leq -3$ 和 $0 < x \leq 2$ 10分

23.解: (1) \because 在正方形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAG = \angle F$, 又 $\because AG$ 平分 $\angle DAE$,

$\therefore \angle DAG = \angle EAG$, $\therefore \angle EAG = \angle F$, $\therefore EA = EF$,

$\because AB=2$, $\angle B=90^\circ$, 点 E 为 BC 的中点,

$\therefore BE=EC=1$, $\therefore AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{5}$, $\therefore EF = \sqrt{5}$,

$\therefore CF = EF - EC = \sqrt{5} - 1$;4分

(2) ①证明: $\because EA = EF$, $EG \perp AF$,

$\therefore AG = FG$, 在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle FCG$ 中
$$\begin{cases} \angle D = \angle GCF \\ \angle AGD = \angle FGC \\ AG = FG \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ADG \cong \triangle FCG$ (AAS),

$\therefore DG = CG$, 即点 G 为 CD 的中点;8分

②设 $CD=2a$, 则 $CG=a$, 由①知, $CF=DA=2a$,

$\because EG \perp AF$, $\angle GCF=90^\circ$, $\therefore \angle EGC + \angle CGF = 90^\circ$, $\angle F + \angle CGF = 90^\circ$,

$\angle ECG = \angle GCF = 90^\circ$, $\therefore \angle EGC = \angle F$,

$$\therefore \triangle EGC \sim \triangle GFC, \therefore \frac{EC}{GC} = \frac{GC}{FC},$$

$$\because GC = a, FC = 2a, \therefore \frac{GC}{FC} = \frac{1}{2}, \therefore \frac{EC}{GC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}a, BE = BC - EC = 2a - \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a,$$

$$\therefore \lambda = \frac{CE}{EB} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{3}{2}a} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

24.解：（1）将该抛物线向上平移 2 个单位，得 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$,

故答案为： $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

（2）当 $y = 0$ 时， $-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0$ ，解得 $x_1 = -4$ ， $x_2 = 1$ ，即 $B(-4, 0)$ ， $A(1, 0)$ 。

当 $x = 0$ 时， $y = 2$ ，即 $C(0, 2)$ 。

$$AB = 1 - (-4) = 5, AB^2 = 25,$$

$$AC^2 = (1 - 0)^2 + (0 - 2)^2 = 5, BC^2 = (-4 - 0)^2 + (0 - 2)^2 = 20,$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形; $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

（3） $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ 的对称轴是 $x = -\frac{3}{2}$ ，设 $P(-\frac{3}{2}, n)$,

$$AP^2 = (1 + \frac{3}{2})^2 + n^2 = \frac{25}{4} + n^2, CP^2 = \frac{9}{4} + (2 - n)^2, AC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

当 $AP=AC$ 时, $AP^2=AC^2$, $\frac{25}{4}+n^2=5$, 方程无解;

当 $AP=CP$ 时, $AP^2=CP^2$, $\frac{25}{4}+n^2=\frac{9}{4}+(2-n)^2$, 解得 $n=0$, 即 $P_1(-\frac{3}{2}, 0)$,

当 $AC=CP$ 时 $AC^2=CP^2$, $\frac{9}{4}+(2-n)^2=5$, 解得 $n_1=2+\frac{\sqrt{11}}{2}$, $n_2=2-\frac{\sqrt{11}}{2}$, $P_2(-\frac{3}{2}, 2+\frac{\sqrt{11}}{2})$, $P_3(-\frac{3}{2}, 2-\frac{\sqrt{11}}{2})$.

综上所述: 使得以 A 、 C 、 P 为顶点的三角形是等腰三角形, 点 P 的坐标 $(-\frac{3}{2}, 0)$, $(-\frac{3}{2}, 2+\frac{\sqrt{11}}{2})$, $(-\frac{3}{2}, 2-\frac{\sqrt{11}}{2})$12

分

