

蕲春实验中学数学模拟试题（一）

一. 选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

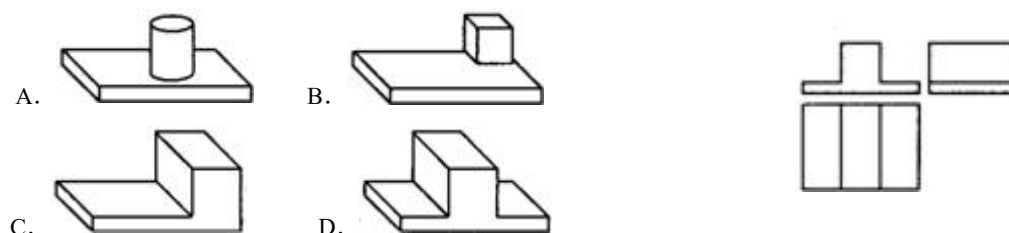
1. 在 -3 , 3 , 0 , -1 四个数中，最小的数是（ ）

- A. -3 B. 3 C. 0 D. -1

2. 中国信息通信研究院测算，2020 - 2025 年，中国 5G 商用带动的信息消费规模将超过 8 万亿元，直接带动经济总产出达 10.6 万亿元。其中数据 10.6 万亿用科学记数法表示为（ ）

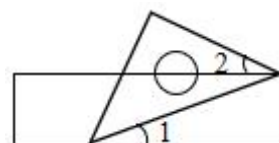
- A. 10.6×10^4 B. 1.06×10^{13} C. 10.6×10^{13} D. 1.06×10^8

3. 如图的三视图对应的物体是（ ）



4. 一个等腰直角三角尺和一把直尺按如图所示的位置摆放，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是（ ）

- A. 15° B. 20° C. 25° D. 40°



5. 设 m 、 n 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 7 = 0$ 的两个根，则 $m^2 + 3m + n =$ （ ）

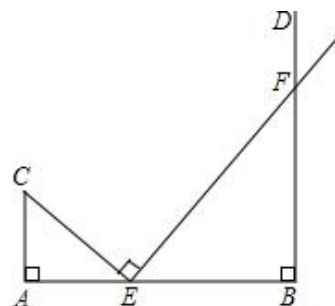
- A. -5 B. 9 C. 5 D. 7

6. 在战“疫”诗歌创作大赛中，有 7 名同学进入了决赛，他们的最终成绩均不同。小弘同学想知道自己能否进入前 3 名，除要了解自己的成绩外，还要了解这 7 名同学成绩的（ ）

- A. 中位数 B. 平均数 C. 众数 D. 方差

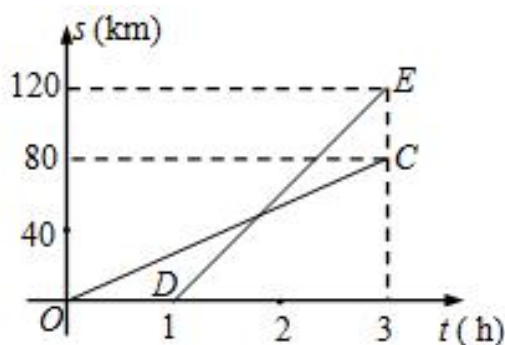
7. 如图， $AB = 3$ ， $BD \perp AB$ ， $AC \perp AB$ ，且 $AC = 1$ 。点 E 是线段 AB 上一动点，过点 E 作 CE 的垂线，交射线 BD 于点 F ，则 BF 的长的最大值是（ ）

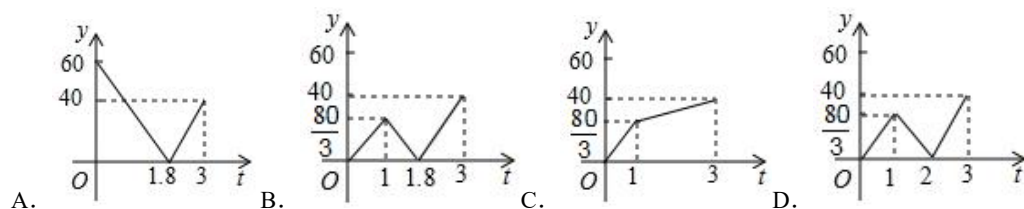
- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{3}$



8. 已知 A , B 两地相距 120 千米，甲、乙两人沿同一条公路从 A 地出发到 B 地，

乙骑自行车，甲骑摩托车，图中 DE , OC 分别表示甲、乙离开 A 地的路程 s （单位：千米）与时间 t （单位：小时）的函数关系的图象，设在这个过程中，甲、乙两人相距 y （单位：千米），则 y 关于 t 的函数图象是（ ）





二. 填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 不等式组 $\begin{cases} 2x - 6 < 3x, \\ \frac{x+2}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 0 \end{cases}$ 的解集为_____

10. 分解因式: $3a^3 - 6a^2 + 3a =$ _____.

11. 疫情期间, 我市积极开展“停课不停学”线上教学活动, 并通过电视、手机 APP 等平台进行教学视频

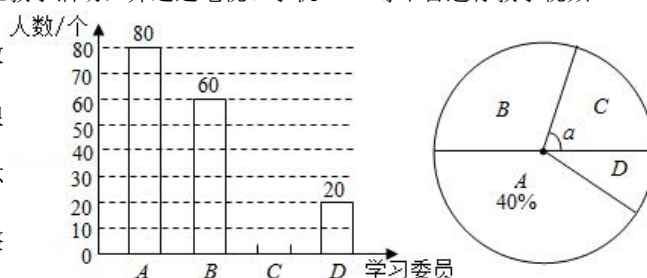
推送. 某校随机抽取部分学生进行线上学习效

果自我评价的调查 (学习效果分为: A. 效果很

好; B. 效果较好; C. 效果一般; D. 效果不

理想), 并根据调查结果绘制了如图两幅不完整

的统计图, 则扇形统计图中 $\angle \alpha$ 的度数为_____



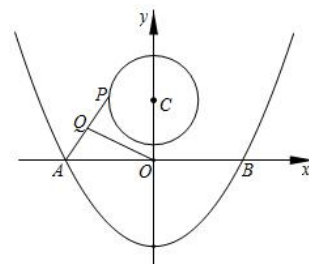
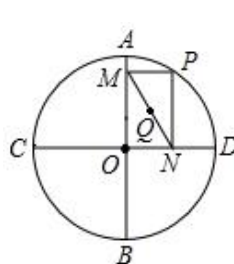
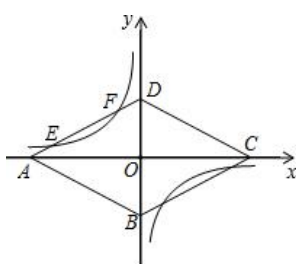
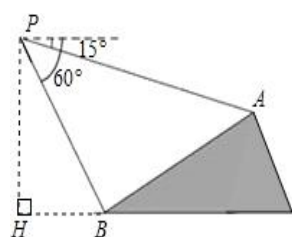
12. 如图, 小明在距离地面 30 米的 P 处测得 A 处的俯角为 15° , B 处的俯角为 60° . 若斜面坡度为 $1:\sqrt{3}$, 则斜坡 AB 的长是_____米.

13. 如图, 反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象与菱形 ABCD 的边 AD 交于点 E $(-4, \frac{1}{2})$, F $(-1, 2)$, 则函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象在菱形 ABCD 内的部分所对应的 x 的取值范围是_____.

14. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, AB, CD 是互相垂直的两条直径, 点 P 是 $\odot O$ 上任意一点 (P 与 A, B, C, D 不重合), 过点 P 作 $PM \perp AB$ 于点 M, $PN \perp CD$ 于点 N, 点 Q 是 MN 的中点, 当点 P 沿着圆周转过 45° 时, 点 Q 走过的路径长为_____.

15. 按一定顺序排列的一列数叫做数列, 如数列: $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots$, 则这个数列前 2020 个数的和为_____.

16. 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ 与 x 轴交于 A, B 两点, P 是以点 C $(0, 3)$ 为圆心, 2 为半径的圆上的动点, Q 是线段 PA 的中点, 连接 OQ. 则线段 OQ 的最大值是_____.

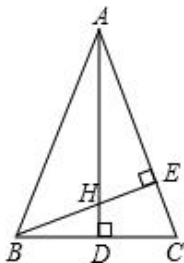


三. 解答题（共小题 8 题共 72 分）

17.（每小题 3 分共 6 分）计算：（1） $(\frac{1}{2})^{-2} - |\sqrt{2} - 3| + 2\tan 45^\circ - (2020 - \pi)^0$ ；

（2） $(1 - \frac{x}{x+3}) \div \frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$.

18.（8 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， $BE \perp AC$ 于点 E ， AD 、 BE 相交于点 H ， $AE=BE$. 证明：（1）（4 分） $\triangle AEH \cong \triangle BEC$. （2）（4 分） $AH=2BD$.

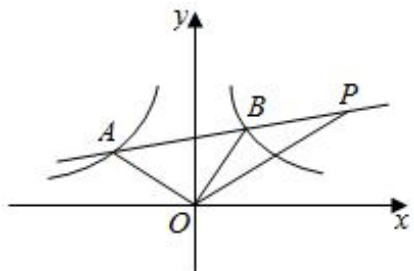


19.（8 分）有四张正面分别标有数字 -1，0，1，2 的不透明卡片，它们除数字外其余全部相同，现将它们背面朝上洗均匀.

- （1）（3 分）随机抽取一张卡片，求抽到数字“1”的概率；
- （2）（5 分）随机抽取一张卡片，然后不放回，再随机抽取一张卡片，请用列表或画树状图的方法求两次抽到的数字之积是负数的概率.

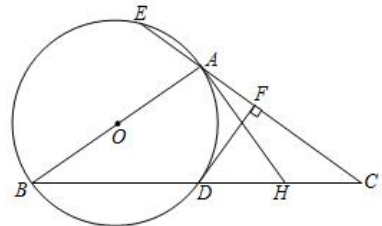
20.（8 分）如图，点 A 在反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 上，点 B 在第一象限， $OB \perp OA$ ，且 $OB=OA$.

- （1）（3 分）若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象经过点 B ，求 k 的值；
- （2）（5 分）若点 A 的横坐标为 -4，点 P 是在第一象限内的直线 AB 上一点（不与 A ， B 重合），且 $S_{\triangle POB} = S_{\triangle AOB}$ ，求点 P 的横坐标.



21.（10 分）如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$. 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 D . 与 CA 的延长线相交于点 E ，过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F .

- （1）（5 分）求证： DF 是 $\odot O$ 的切线；
- （2）（5 分）若 $AC=3AE$ ， $AH \perp AB$ 交 BC 于 H ，求 $\tan \angle AHB$ 的值.



22.（10 分）为拓展学生视野，某中学组织九年级全体学生前往研学基地开展研

学活动. 在此次活动中，若每位老师带队 14 名学生，则还剩 10 名学生没老师带；若每位老师带队 15 名学生，就有一位老师少带 6 名学生，现有甲、乙两种大型客车，它们的载客量和租金如表所示：

	甲型客车	乙型客车
载客量（人/辆）	35	30
租金（元/辆）	400	320

学校计划此次研学活动的租金总费用不超过 3000 元，为安全起见，每辆客车上至少要有 2 名老师.

- (1) (3 分) 参加此次研学活动的老师和学生各有多少人？
- (2) (3 分) 既要保证所有师生都有车坐，又要保证每辆车上至少要有 2 名老师，求租车总数为多少辆？
- (3) (4 分) 学校共有几种租车方案？最少租车费用是多少？

23. (10 分) 某公司销售一种商品，成本为每件 30 元，经过市场调查发现，该商品的日销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 是一次函数关系，其销售单价、日销售量的三组对应数值如下表：

销售单价 x (元)	40	60	80
日销售量 y (件)	80	60	40

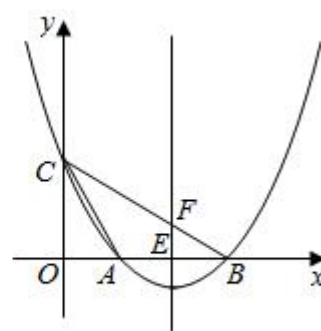
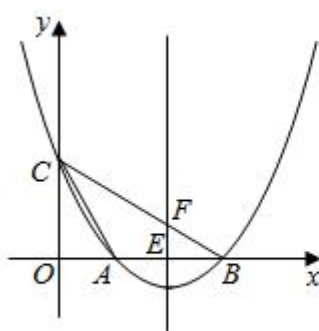
- (1) (3 分) 求出 y 与 x 的函数关系式。
- (2) (3 分) 求公司销售该商品获得的最大日利润；
- (3) (4 分) 销售一段时间以后，由于某种原因，该商品每件成本增加了 10 元，若物价部门规定该商品销售单价不能超过 a 元，在日销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 保持 (1) 中函数关系不变的情况下，该商品的日销售最大利润是 1500 元，求 a 的值。

24. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + c$ 与 x 轴交于两点 $A(1, 0)$ 和 $B(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，连接 AC ， BC 。

- (1) (3 分) 求抛物线的解析式；
- (2) 点 D 是该抛物线对称轴上一点，对称轴与 x 轴交于点 E ，与 BC 的交于点 F 。

① (5 分) 点 D 关于直线 BC 的对称点 G 落在抛物线上，求此时点 G 的坐标；

② (4 分) 作直线 BD ，交抛物线于另一点 P ，当以点 B ， D ， E 为顶点的三角形与 $\triangle OAC$ 相似时，求点 P 的坐标。



备用图

蕲春县实验中学数学模拟答题卡

一．选择题（共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案								

二．填空题（共 8 小题，满分 24 分，每小题 3 分）

9. _____ 10. _____ 11. _____ 12. _____

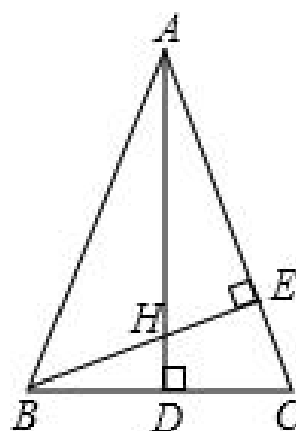
13. _____ 14. _____ 15. _____ 16. _____

三．解答题（共 8 小题，满分 72 分）

17 题（6 分）：（1） $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - |\sqrt{2} - 3| + 2\tan 45^\circ - (2020 - \pi)^0$

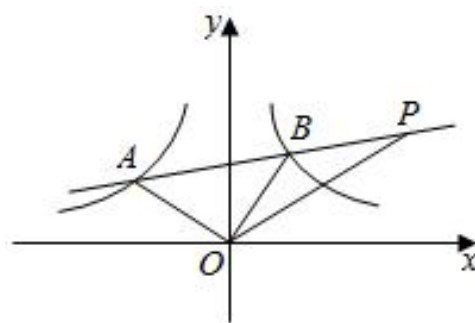
（2） $\left(1 - \frac{x}{x+3}\right) \div \frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$.

18 题（8 分）：

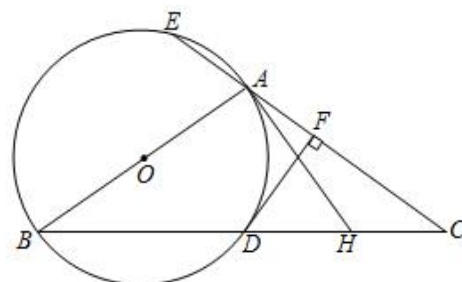


19 题 (8 分):

20 题 (8 分):



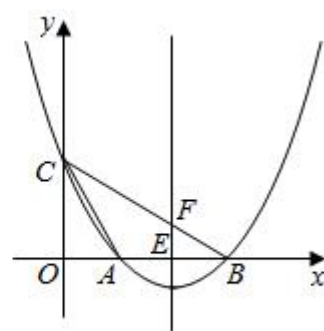
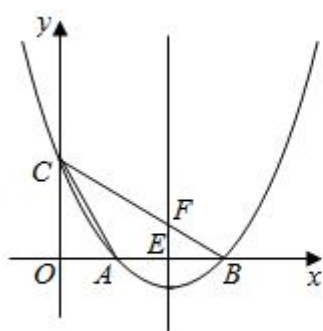
21 题 (10 分):



22 题 (10 分):

23 题 (10 分):

24 题 (12 分):



备用图

参考答案

1A 2B 3D 4C 5C 6A 7A 8B 9. $-6 < x \leq 13$ 10. $3a(a-1)^2$

11. 72° 12. $20\sqrt{3}$ 13. $-4 < x < -1$ 或 $1 < x < 4$

14. $\frac{\pi}{4}$. 15. $\frac{2020}{2021}$ 16. 3.5.

17. (1) $2 + \sqrt{2}$ (2) 原式 $= \frac{3}{x+3} \cdot \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} = \frac{3}{x-3}$.

18. 【解答】解：(1) $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle DAC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\because BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle EBC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EBC,$$

在 $\triangle AEH$ 与 $\triangle BEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAC = \angle EBC \\ \angle AEH = \angle BEC = 90^\circ, \\ AE = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEH \cong \triangle BEC \text{ (ASA)};$$

$$(2) \because \triangle AEH \cong \triangle BEC,$$

$$\therefore AH = BE,$$

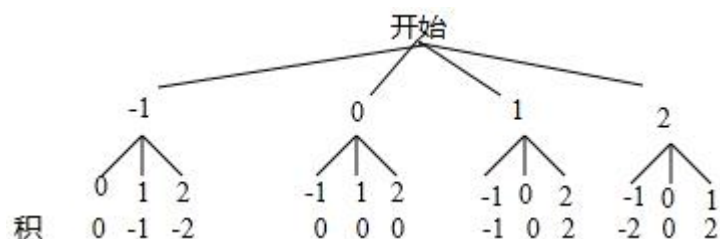
$$\because AB = AC, AD \perp BC,$$

$$\therefore BC = 2BD,$$

$$\therefore AH = 2BD.$$

19. 【解答】解：(1) 随机抽取一张卡片，求抽到数字“1”的概率为 $\frac{1}{4}$;

(2) 画树状图如图：



共有 12 个等可能的结果，两次抽到的数字之积是负数的结果有 4 个，

$$\therefore \text{两次抽到的数字之积是负数的概率为 } \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times |-8| = 4,$$
$$\therefore \angle AOD + \angle BOE = 90^\circ = \angle BOE + \angle OBE,$$

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle OBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AOD = \angle OBE \\ \angle ADO = \angle OEB, \\ OA = OB \end{cases}$$

$$\therefore S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2}|k| = S_{\triangle AOD} = 4,$$
$$\therefore k=8;$$

\therefore 把 $x = -4$ 代入 $y = -\frac{8}{x}$ 得, $y = 2$,

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle OBE,$$
$$\therefore B \text{ (2, 4),}$$
$$\therefore AB = PB,$$
$$\therefore P(8, 6).$$
$$\therefore \angle OBD = \angle ODB,$$
$$\therefore \angle OBD = \angle C,$$
$$\therefore \angle ODB = \angle C,$$

$\therefore OD \parallel AC$,

$\because DF \perp AC$,

$\therefore OD \perp DF$, 点 D 在 $\odot O$ 上,

$\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 BE ,

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$,

$\because AB = AC, AC = 3AE$,

$\therefore AB = 3AE, CE = 4AE, \angle ABC = \angle C$,

$\therefore BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 2\sqrt{2}AE$,

在 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中, $\tan \angle C = \frac{BE}{CE} = \frac{2\sqrt{2}AE}{4AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore \tan \angle ABC = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\because AH \perp AB$,

$\therefore \angle BAH = 90^\circ$,

设 $AH = \sqrt{2}a, AB = 2a$,

$\therefore \tan \angle AHB = \frac{AB}{AH} = \frac{2a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{2}$.

22. 【解答】解: (1) 设参加此次研学活动的老师有 x 人, 学生有 y 人,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 14x + 10 = y \\ 15x - 6 = y \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 16 \\ y = 234 \end{cases}$$

答: 参加此次研学活动的老师有 16 人, 学生有 234 人.

(2) $\because (234 + 16) \div 35 = 7$ (辆) $\cdots \cdots 5$ (人), $16 \div 2 = 8$ (辆),

\therefore 租车总辆数为 8 辆.

故答案为: 8.

(3) 设租 35 座客车 m 辆, 则需租 30 座的客车 $(8 - m)$ 辆,

依题意, 得:
$$\begin{cases} 35m + 30(8 - m) \geq 234 + 16 \\ 400m + 320(8 - m) \leq 3000 \end{cases}$$

解得: $2 \leq m \leq 5\frac{1}{2}$.

$\because m$ 为正整数, $\therefore m=2, 3, 4, 5$,

\therefore 共有 4 种租车方案.

设租车总费用为 w 元, 则 $w=400m+320(8-m)=80m+2560$,

$\because 80>0$,

$\therefore w$ 的值随 m 值的增大而增大,

\therefore 当 $m=2$ 时, w 取得最小值, 最小值为 2720.

\therefore 学校共有 4 种租车方案, 最少租车费用是 2720 元.

23. 【解答】解: (1) 设解析式为 $y=kx+b$,

将 $(40, 80)$ 和 $(60, 60)$ 代入, 可得 $\begin{cases} 40k+b=80 \\ 60k+b=60 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k=-1 \\ b=120 \end{cases}$,

所以 y 与 x 的关系式为 $y=-x+120$,

故答案为: $y=-x+120$;

(2) 设公司销售该商品获得的日利润为 w 元,

$$w=(x-30)y=(x-30)(-x+120)=-x^2+150x-3600=-(x-75)^2+2025,$$

$\because x-30 \geq 0, -x+120 \geq 0$,

$\therefore 30 \leq x \leq 120$,

$\because -1 < 0$, \therefore 抛物线开口向下, 函数有最大值,

\therefore 当 $x=75$ 时, $w_{\text{最大}}=2025$,

答: 当销售单价是 75 元时, 最大日利润是 2025 元.

$$(3) w=(x-30-10)(-x+120)=-x^2+160x-4800=-(x-80)^2+1600,$$

当 $w_{\text{最大}}=1500$ 时, $-(x-80)^2+1600=1500$,

解得 $x_1=70, x_2=90$,

$\because 40 \leq x \leq a$,

\therefore 有两种情况,

① $a < 80$ 时, 在对称轴左侧, w 随 x 的增大而增大,

\therefore 当 $x=a=70$ 时, $w_{\text{最大}}=1500$,

② $a \geq 80$ 时, 在 $40 \leq x \leq a$ 范围内 $w_{\text{最大}}=1600 \neq 1500$,

\therefore 这种情况不成立,

$\therefore a=70$.

24. 【解答】解: (1) 将 $A(1, 0), B(3, 0)$ 代入 $y=ax^2-\frac{4\sqrt{3}}{3}x+c$,

$$\text{得} \begin{cases} a - \frac{4\sqrt{3}}{3} + c = 0 \\ 9a - 4\sqrt{3} + c = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ c = \sqrt{3} \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$.

(2) 如图 1, 过点 A 、 F 作直线交抛物线于点 G ,

∵ 抛物线与 y 轴交于点 C

∴ $C(0, \sqrt{3})$,

∵ $OB=3$, $OC=\sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle OBC = \frac{OC}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

∴ $\angle OBC = 30^\circ$,

∴ $\angle GFB = 2\angle OBC = 60^\circ = \angle DOB$,

∴ 直线 AF 与直线 EF 关于直线 BC 成轴对称,

∴ 点 G 是点 D 关于直线 BC 的对称点,

$$\therefore EF = \frac{\sqrt{3}}{3}EB = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \therefore F(2, \frac{\sqrt{3}}{3}),$$

$$\text{设直线 } AF \text{ 的解析式为 } y = kx + b, \text{ 则} \begin{cases} k + b = 0 \\ 2k + b = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{由} \begin{cases} y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = \sqrt{3} \end{cases},$$

∴ $G(1, 0)$ 或 $G(4, \sqrt{3})$.

(3) 由 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-2)^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}$, 得抛物线

的顶点 H 的坐标为 $(2, -\frac{\sqrt{3}}{3})$,

∴ $EH = EF$, ∴ $\triangle EDB \cong \triangle EFB$.

如图 2, 当点 D 与点 H 重合时, 点 P 也与点 H 重合,

$$\therefore \tan \angle OAC = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

∴ $\angle OCA = 30^\circ$,

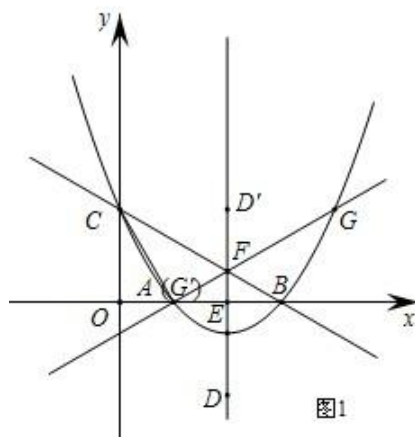


图1

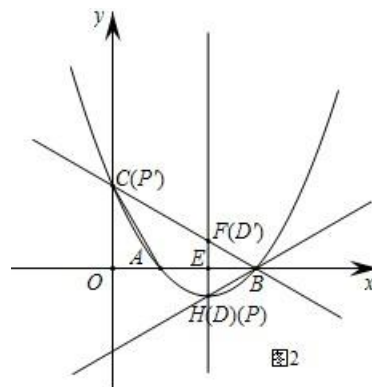


图2

$$\because \triangle EFB \sim \triangle OCB$$

$$\therefore \triangle EDB \sim \triangle COB \sim \triangle OAC,$$

$$\text{此时, } P \left(2, -\frac{\sqrt{3}}{3} \right);$$

当点 D 与点 F 重合时, 则点 P 与点 C 重合,

$$\text{此时, } P \left(0, \sqrt{3} \right);$$

如图 3, 过点 B 作 $BD \perp BC$ 交直线 EF 于点 D , 交抛物线于另一点 P .

$$\because \angle DBE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle OAC,$$

$$\because DE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3},$$

$$\therefore D \left(2, -\sqrt{3} \right);$$

设直线 BD 的解析式为 $y = mx + n$, 则 $\begin{cases} 3m + n = 0 \\ 2m + n = -\sqrt{3} \end{cases}$, 解得

$$\begin{cases} m = \sqrt{3} \\ n = -3\sqrt{3} \end{cases},$$

$$\therefore y = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3}.$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = \sqrt{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore P \left(4, \sqrt{3} \right);$$

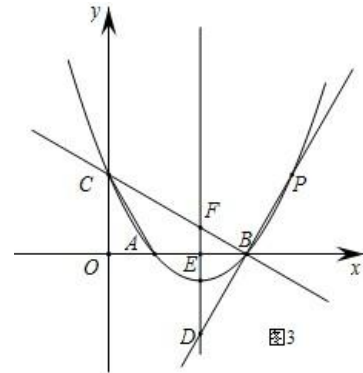


图3

如图 4, 在直线 EF 上取点 D , 使 $DE = \sqrt{3}$, 作直线 BD 交抛物线于另一点 P ,

$$\because \tan \angle DBE = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle DBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle EBD \sim \triangle OAC.$$

设直线 BD 的解析式为 $y = px + q$,

$$\because B \left(3, 0 \right), D \left(2, \sqrt{3} \right),$$

$$\therefore \begin{cases} 3p + q = 0 \\ 2p + q = \sqrt{3} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} p = -\sqrt{3} \\ q = 3\sqrt{3} \end{cases},$$

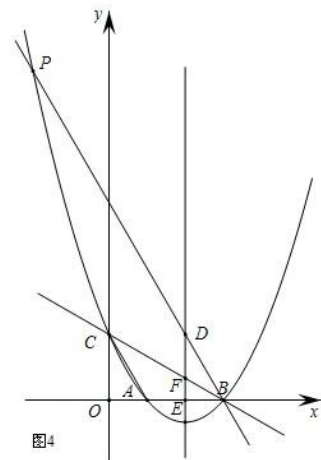


图4

$$\therefore y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}.$$

$$\text{由} \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} \end{cases}, \text{得} \begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 5\sqrt{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore P(-2, 5\sqrt{3}).$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $(2, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ 或 $(0, \sqrt{3})$ 或 $(4, \sqrt{3})$ 或 $(-2, 5\sqrt{3})$.