

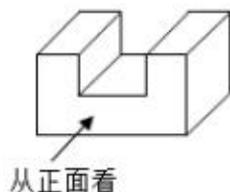
泉州五中 2020-2021 学年下学期初三年中考模拟考试

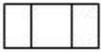
数学试题

1. -2021 的相反数是 ()

- A. -2021 B. $-\frac{1}{2021}$ C. 2021 D. $\frac{1}{2021}$

2. 如图所示几何体的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. 据报道, 2020 年泉州 GDP 总量突破万亿大关, 约为 10159 亿元, 居全国第 18 位, 其中数 10159 亿元用科学记数法表示为 ()

- A. 1.0159×10^{12} 元 B. 0.10159×10^{13} 元 C. 1.0159×10^4 元 D. 0.10159×10^5 元

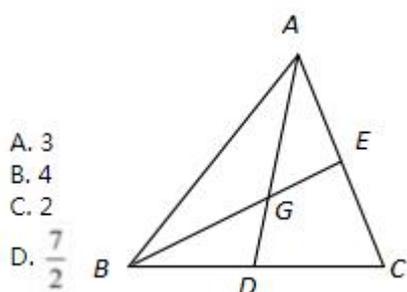
4. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^4 + a^4 = 0$ B. $(3a^2b)^2 = 6a^4b^2$ C. $a^2 - a = a$ D. $(-a^3)^2 - (a^2)^3 = 0$

5. 一个不透明的袋子里装有 2 个红球和 4 个黄球, 它们除颜色外其余都相同. 从袋中任意摸出一个球是红球的概率为 ()

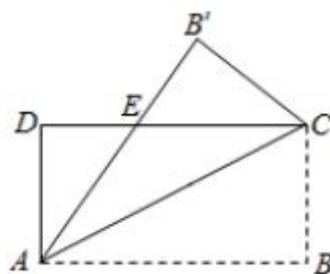
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是 BC 、 AC 边上的中点, AD 、 BE 相交于点 G , 若 $AD = 6$, 则 AG 的长为 ()



- A. 3
B. 4
C. 2
D. $\frac{7}{2}$

7. 如图, 把一张矩形纸片 ABCD 沿对角线 AC 折叠, 点 B 的对应点为 B' , AB' 与 DC 相交于点 E. 则下列结论不一定正确的是 ()

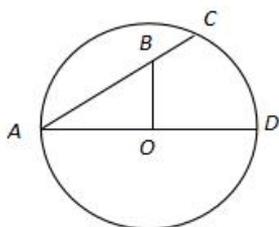


- A. $AD = B'C$ B. $AE = CE$ C. $\angle DAE = \angle B'CE$ D. $\angle DAB' = \angle CAB'$

8. 《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，成书大约在一千五百年前，其中一道题，原文是：“今三人共车，两车空；二人共车，九人步。问人与车各几何？”意思是：现有若干人和车，若每辆车乘坐3人，则空余两辆车；若每辆车乘坐2人，则有9人步行，问人与车各多少？设有 x 人， y 辆车，可列方程组为

- A. $\begin{cases} \frac{x}{3} = y + 2 \\ \frac{x}{2} + 9 = y \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{x}{3} = y - 2 \\ \frac{x - 9}{2} = y \end{cases}$ C. $\begin{cases} \frac{x}{3} = y + 2 \\ \frac{x - 9}{2} = y \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{x}{3} = y - 2 \\ \frac{x}{2} - 9 = y \end{cases}$

9. 如图， AD 、 AC 分别是 $\odot O$ 的直径和弦，且 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $OB \perp AD$ ，交 AC 于点 B ，若 $OB = 3$ ，则 BC 的长为 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

10. 若二次函数 $y = a^2x^2 - bx - c$ 的图象，过不同的六点 $A(-1, n)$ 、 $B(5, n-1)$ 、 $C(6, n+1)$ 、 $D(\sqrt{2}, y_1)$ 、 $E(2, y_2)$ 、 $F(4, y_3)$ ，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

11. 计算： $2^{-1} - (\sqrt{3})^0 + \left| -\frac{1}{2} \right| =$ _____.

12. 因式分解： $a - ab^2 =$ _____.

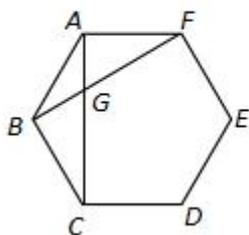
13. 某公司25名员工年薪的具体情况如下表：

年薪/万元	30	14	9	6	4	3.5	3
员工数/人	1	2	3	4	5	6	4

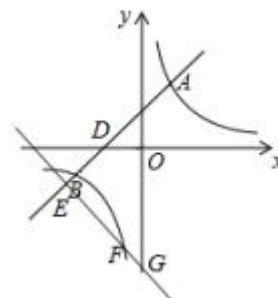
则该公司全体员工年薪的中位数是 _____ 万元.

14. 已知圆锥的底面圆的半径为2，母线长为5，则圆锥的全面积为 _____.

15. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 中，对角线 AC 、 BF 交于点 G ，则 $\angle CGF$ 等于 _____ 度.



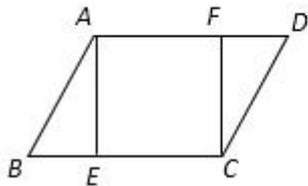
16. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $AB: y_1 = x + m$ 与双曲线 $C: y_2 = \frac{k}{x}$ 相交于 A 、 B 两点，其中 A 点 $(2, 5)$ ，点 E 为 B 点下方直线 AB 上一动点，直线 $EF \perp AB$ ，分别与直线 AB 、双曲线 C 、 y 轴交于 E 、 F 、 G 三点，则 $EF \cdot FG$ 的最大值是 _____.



17.

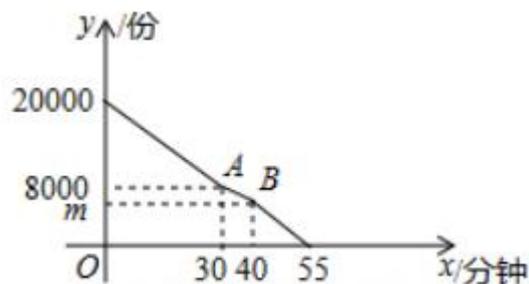
17. 解不等式组：
$$\begin{cases} 6x - 2 \geq 3x - 4 & \text{①} \\ 2(2x + 1) - 6 < 3(x - 1) & \text{②} \end{cases}$$

18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE \perp BC$ 于点 E ， $CF \perp AD$ 于点 F ，求证： $BE = DF$ 。



19. 先化简，再求值：
$$\left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{x^2-2x+1} \right) \div \frac{x}{x-1}$$
，其中 $x = \sqrt{3} + 1$ 。

20. 某广告公司需要印刷一批宣传单，某印刷厂由甲、乙两台机器同时印刷这批宣传单，甲机器印刷一段时间后，出现故障，停下来维修，排除故障后继续以原来的速度印刷，两台机器需印刷总量 y (份) 与印刷时间 x (分钟) 函数关系如图所示。



(1) 甲机器维修时间是____分钟，甲、乙两台机器一分钟共印宣传单____份。

(2) 求线段 AB 对应的函数关系式，并写出自变量的取值范围。

21. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC = 10$ ， D 是边 AC 上一点。



(1) 求作 $\triangle BCD$ ，使得 $\triangle BCD \sim \triangle ACB$ ；(要求：尺规作图，不写作法，

保留作图痕迹) (2) 求 CD 的长。

22. 为响应垃圾分类处理，改善生态环境，泉州市于 2017 年 11 月起在中心市区启动垃圾分类工作。在各居民小区和公共场所设置了相应的垃圾箱：“厨余垃圾”箱，“可回收垃圾”箱，“有害垃圾”箱和“其它垃圾”箱（分别记为 A, B, C, D），号召市民将厨余垃圾、可回收垃圾、有害垃圾和其它垃圾（分别记为 a、b、c、d）投放到相应的垃圾箱中。

下表是随机抽取的 1000 吨生活垃圾的统计的数据（单位：吨）

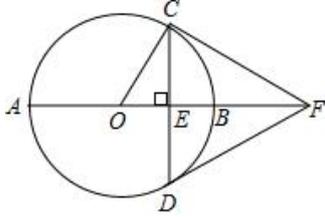
	“厨余垃圾”箱	“可回收垃圾”箱	“有害垃圾”箱	“其它垃圾”箱
厨余垃圾	300	70	30	80
可回收垃圾	30	210	30	30
有害垃圾	20	20	60	20
其它垃圾	10	20	10	60

(1) 有害垃圾的正确投放率是_____；

(2) 小明将家里的厨余垃圾、可回收垃圾分装在两个袋中，用画树状图或列表的方法求这两袋垃圾都投放正确的概率。

(3) 据统计, 该市中心市区每天日产垃圾 1200 吨, 环卫部门每天从“其它垃圾”箱中收集到的垃圾进行分类并把其中的“其它垃圾”送往垃圾焚烧发电厂焚烧发电, 焚烧每吨“其它垃圾”可发电约 300 度, 请估算下, 若该市民能将垃圾分类包装并准确投入, 则每年 (按 365 天计算) 可以通过垃圾焚烧多发电多少度?

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E, $\odot O$ 的切线 CF 交 AB 的延长线于点 F, 连接 OC, DF.



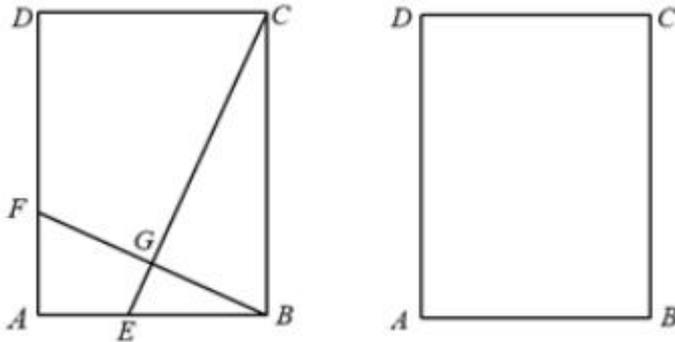
(1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin \angle OFC = \frac{3}{5}$, $BF = 10$, 求 CD 的长.

24. 在矩形 ABCD 中, $AB = 3$, $AD = 4$, 点 E 是直线 AB 上的一个动点, 连接 CE, 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于点 G, 交射线 DA 于点 F.

(1) 如图, 点 E 在线段 AB 上, 求证: $\triangle ABF \sim \triangle BCE$;

(2) 在点 E 的运动过程中, 是否存在使 D、F、G、C 四点构成的四边形为轴对称图形, 若存在, 求出相应 AE 的长, 若不存在, 请说明理由.



备用图

25. 定义: 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 点 P 的坐标为 (x_1, y_1) , 点 Q 的坐标为 (x_2, y_2) , 且 $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$, 若 PQ 为某个等腰三角形的腰, 且该等腰三角形的底边与 y 轴垂直, 则称该等腰三角形为点 P, Q 的“伴随等腰三角形”.

(1) 若 P, Q 为抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 上的点, 它的“伴随等腰三角形”记为 $\triangle PQM$, 且底边 $PM = 2$, 点 M, Q 均在点 P 的右侧, 设点 P 的横坐标为 m.

①若点 M 在这条抛物线上, 则 $\triangle PQM$ 的面积是_____;

②设 P, Q 两点的纵坐标分别为 y_1, y_2 , 比较 y_1 与 y_2 的大小;

③当 $\triangle PQM$ 底边上的高等于底边长的 2 倍时, 求点 P 的坐标;

(2) 若 P, Q 是抛物线 $y = -x^2 + 2nx + 3n$ 上的两点, 它的“伴随等腰三角形 PQN”以 PN 为底, 且点 N, Q 均在点 P 的同侧 (左侧或右侧), 点 Q 的横坐标是点 P 的横坐标的 2 倍, 过点 P, N 分别作垂直于 x 轴的直线 l_1, l_2 . 设点 P 的横坐标为 $n - 1$, 该抛物线在直线 l_1, l_2 之间的部分 (包括端点) 的最高点的纵坐标为 y_0 , 直接写出 y_0 与 n 之间的函数关系式, 并写出自变量 n 的取值范围.

答案:

1-5: CDADB

6-10: BDBBD

11. 0

12. $a(1+b)(1-b)$

13. 4

14. 14π

15. 120

16. $\frac{49}{4}$

17. 解: 解不等式①: $6x - 3x \geq -4 + 2$,
 $3x \geq -2$,

$$x \geq -\frac{2}{3},$$

解不等式②: $4x + 2 - 6 < 3x - 3$,

$$4x - 3x < -3 - 2 + 6,$$

$$x < 1,$$

所以原不等式组的解为: $-\frac{2}{3} \leq x < 1$.

18. 证明: \because 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore AB=CD, \angle B=\angle D,$$

$$\because AE \perp BC, CF \perp AD,$$

$$\therefore \angle AEB=\angle CFD=90^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle CFD \\ \angle B = \angle D \\ AB = CD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BE=DF.$$

19.

正确答案:

$$\text{解: 原式} = \left[\frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} \right] \cdot \frac{x-1}{x}$$

$$= \frac{x^2-1+1}{(x-1)^2} \cdot \frac{x-1}{x}$$

$$= \frac{x}{x-1},$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3} + 1 \text{ 时, 原式} = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1-1} = \frac{3+\sqrt{3}}{3}.$$

20.

解: (1) 10; 400;

$$(2) m = (55-40) \times 400 = 6000,$$

设线段 AB 对应的函数关系式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$).

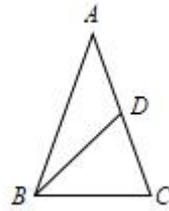
将点 A (30, 8000), B (40, 6000) 代入,

$$\text{得 } \begin{cases} 30k + b = 8000 \\ 40k + b = 6000 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -200 \\ b = 14000 \end{cases},$$

所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-200x+14000$ ($30 \leq x \leq 40$).

21. 解: (1) 如图, $\triangle BCD$ 即为所求;



(2) $\because \triangle BCD \sim \triangle ACB$,

$$\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC},$$

$$\because \angle A=36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle C=\angle BDC=72^\circ, \angle CBD=\angle A=36^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD=72^\circ - 36^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore AD=BD,$$

$$\because BC=BD,$$

$$\therefore AD=BD=BC.$$

设 $CD=x$, 则 $AD=10-x$,

$$\text{可得 } \frac{x}{10-x} = \frac{10-x}{10},$$

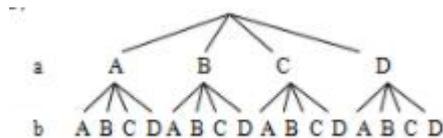
解得 $x_1 = 15 + 5\sqrt{5}$ (不合题意, 舍去),

$$x_2 = 15 - 5\sqrt{5},$$

则 CD 的长为 $15 - 5\sqrt{5}$.

22. 解: (1) 50%;

(2) 画图如下



以上可能的结果共有 16 种

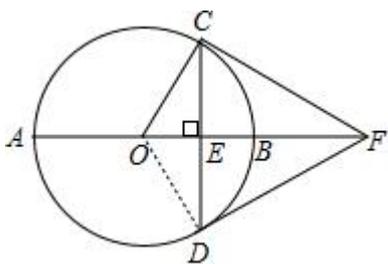
其中投放正确的有 1 种

$$\therefore P_{(\text{投放正确})} = \frac{1}{16};$$

(3) 错误投放的“其它垃圾”共有
 $\frac{10+20+10}{1000} \times 1200 \times 365 = 17520$ (吨)

\therefore 可多发电: $17520 \times 300 = 5256000$ (度)
 管: 可多发电 5256000 度.

23. 解: (1) 证明: 连接 OD, 如图,



\because CF 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore \angle OCF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle OCD + \angle DCF = 90^\circ$,
 \because 直径 AB \perp 弦 CD,
 $\therefore CE = ED$, 即 OF 为 CD 的垂直平分线,
 $\therefore CF = DF$,
 $\therefore \angle CDF = \angle DCF$,
 $\because OC = OD$,
 $\therefore \angle CDO = \angle OCD$,
 $\therefore \angle CDO + \angle CDB = \angle OCD + \angle DCF = 90^\circ$,
 $\therefore OD \perp DF$,
 $\therefore DF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because \angle OCF = 90^\circ$, $BF = 10$,
 $\therefore \sin \angle OFC = \frac{OC}{OF} = \frac{OC}{OB + BF} = \frac{OC}{OC + 10} = \frac{3}{5}$,
 解得 $OC = 15$,

$$\therefore OF = OB + BF = OC + BF = 15 + 10 = 25,$$

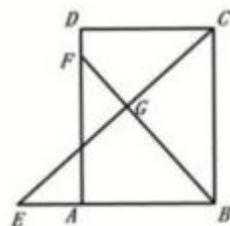
$$\therefore CF = \sqrt{OF^2 - OC^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20,$$

在 $Rt\triangle OCF$ 中,
 $\because CE \perp OF$,
 $\therefore CE \cdot OF = OC \cdot CF$,
 $\therefore 25CE = 15 \times 20$,
 $\therefore CE = 12$,
 $\therefore CD = 2CE = 24$.

24. (1) 证明: 在矩形 ABCD 中,
 $\therefore \angle A = \angle EBC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCE + \angle CEB = 90^\circ$,
 $\because BF \perp CE$,

$\therefore \angle BGE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EBG + \angle GEB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BCE = \angle EBG$,
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle BCE$;

(2) ① 当点 E 运动到 BA 的延长线上, $CD = CG = 3$,
 $DF = FG$ 时, 使 D、F、G、C 四点构成的四边形为轴对称图形, 如图,



\because 矩形 ABCD, $BF \perp CE$,
 $\therefore \angle EBC = \angle CGB = 90^\circ$, $\angle GCB = \angle GCB$,
 $\therefore \triangle CGB \sim \triangle CBF$,

$$\therefore \frac{CG}{BC} = \frac{BC}{CE} \text{ 即 } \frac{3}{4} = \frac{4}{CE},$$

$$\text{解之: } CE = \frac{16}{3},$$

$$\therefore EG = EC - CG = \frac{16}{3} - 3 = \frac{7}{3};$$

同理可证 $\triangle EGB \sim \triangle EBC$,

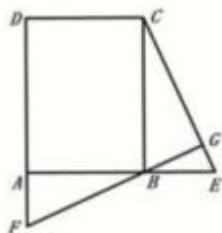
$$\therefore \frac{EG}{BE} = \frac{BE}{CE},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{7}{3}}{BE} = \frac{BE}{\frac{16}{3}},$$

$$\text{解之: } BE = \frac{4}{3} \sqrt{7},$$

$$\therefore AE = BE - AB = \frac{4}{3} \sqrt{7} - 3;$$

② 当点 E 运动到 AB 的延长线上时, 则 $DC = CG = 3$,
 $DF = FG$ 时, 使 D、F、G、C 四点构成的四边形为轴对称图形, 如图,



同理求出 $BE = \frac{4}{3}\sqrt{7}$,

$$\therefore AE = AB + BE = \frac{4}{3}\sqrt{7} + 3;$$

③ 当点 E 在线段 AB 上 (不与点 B 重合), 不存在;

④ 当点 E 与点 B 重合, 则点 G 于点 B 重合, 点 F 于点 A 重合,
 $\therefore AE = 3$.

$$\therefore AE \text{ 的长为 } \frac{4}{3}\sqrt{7} + 3 \text{ 或 } \frac{4}{3}\sqrt{7} - 3 \text{ 或 } 3.$$

25. 解: (1) ①;

② 由题意, 得: $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, $Q(m+1, -m^2 + 4)$,
 设 P, Q 两点的纵坐标分别为 y_1, y_2 ,

$$\therefore y_1 = -m^2 + 2m + 3, y_2 = -m^2 + 4, \text{ 且 } y_1 \neq y_2,$$

当 $y_1 < y_2$ 时, 有 $-m^2 + 2m + 3 < -m^2 + 4$,

$$\text{解得: } m < \frac{1}{2},$$

当 $y_1 > y_2$ 时, 有 $-m^2 + 2m + 3 > -m^2 + 4$,

$$\text{解得: } m > \frac{1}{2},$$

\therefore 当 $m < \frac{1}{2}$ 时, $y_1 < y_2$,

当 $m > \frac{1}{2}$ 时, $y_1 > y_2$.

③ 由题意知: 当 $m < \frac{1}{2}$ 时, Q 点的纵坐标比 P 点的纵坐标大 4,

当 $m > \frac{1}{2}$ 时, Q 点的纵坐标比 P 点的纵坐标小 4,

P, Q 两点的坐标分别为 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, $Q(m+1, -m^2 + 4)$,

当 $m < \frac{1}{2}$ 时, $-m^2 + 2m + 3 + 4 = -m^2 + 4$,

$$\text{解得: } m = -\frac{3}{2},$$

\therefore 点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4})$;

当 $m > \frac{1}{2}$ 时, $-m^2 + 2m + 3 = -m^2 + 4 + 4$,

$$\text{解得: } m = \frac{5}{2},$$

\therefore 点 P 的坐标为 $(\frac{5}{2}, \frac{7}{4})$;

综上所述, 点 P 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4})$ 或 $(\frac{5}{2}, \frac{7}{4})$.

(2) \because 点 Q 的横坐标是点 P 的横坐标的 2 倍,

\therefore 点 Q 的横坐标为 $2n - 2$,

由等腰三角形可知点 N 的横坐标为 $2n - 2 + [2n - 2 - (n - 1)] = 3n - 3$,

\because 抛物线 $y = -x^2 + 2nx + 3n$ 的对称轴为直线 $x = n$,

\therefore 当 $n - 1 < n < 3n - 3$ 时, 直线 l_1, l_2 之间的部分 (包括端点) 的最高点为顶点,

又 \because P, Q 两点的纵坐标不能相等,

$\therefore 2n - 2 - n \neq n - (n - 1)$, 即 $n \neq 3$,

\therefore 当 $n > \frac{3}{2}$, 且 $n \neq 3$ 时, $y_0 = n^2 + 3n$,

当 $n - 1 < 0$ 时, P 点在 y 轴左侧, 此时最高点即为点 P,

\therefore 当 $n < 1$ 时, $y_0 = n^2 + 3n - 1$,

当 $n > 3n - 3$, 且 P 点在 y 轴右侧时, 最高点即为点 N,

\therefore 当 $1 < n \leq \frac{3}{2}$ 时, $y_0 = -3n^2 + 15n - 9$,

综上所述, 当 $n < 1$ 时, $y_0 = n^2 + 3n - 1$, 当 $1 < n \leq \frac{3}{2}$ 时,

$y_0 = -3n^2 + 15n - 9$, 当 $n > \frac{3}{2}$, 且 $n \neq 3$ 时, $y_0 = n^2 + 3n$.