2020--2021 学年九（下）闽侯县六校联考
数学试卷

(考试时间:120 分钟，满分:150 分)

一、选择题(共 10 小题，每题 4 分，满分 40 分)

1．下列的四个数中，是有理数的是(　　)

A．π　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{4}$　　D．$\sqrt[3]{16}$

2．下列图形一定是轴对称图形的是(　　)

A．直角三角形　　B．平行四边形　　C．等腰三角形　　D．六边形

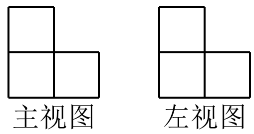
3．已知一个不透明的袋子中装有 2 个白球和 1 个黑球，对于“从中摸出 1 个球是白球”这个事件，下列说法正确的是(　　)

A．是随机事件　　B．是不可能事件　　C．是必然事件　　D．是确定性事件

4．下列运算正确的是(　　)

A．$a^2\cdot a^3=a^6$　　B．$(a^2)^3=a^5$　　C．$2a+3a^2=5a^3$　　D．$a^7\div a^4=a^3$

5．一个几何体由若干个相同的正方体组成，其主视图和左视图如图所示，则这个几何体中正方体的个数最多是(　　)



A．3　　B．4

C．5　　D．6

6．八年级一班的平均年龄是 12.5 岁，方差是 40，过一年后该班学生到九年级时，下列说法正确的是（　　）

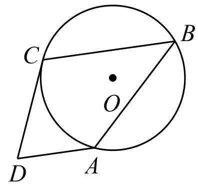
A．平均年龄不变　　B．年龄的方差不变

C．年龄的众数不变　　D．年龄的中位数不变

7．中国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：“今有甲乙二人持钱不知其数，甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而钱亦五十．问甲、乙持钱各几何？”题意为：今有甲乙二人，不知其钱包里有多少钱，若乙把其一半的钱给甲，则甲的钱数为 50；而甲把其$\frac{2}{3}$的钱给乙，则乙的钱数也能为 50，问甲、乙各有多少钱？设甲的钱数为 x，乙的钱数为 y，则下列等式成立的是(　　)

A．$x+\frac{1}{2}y=y+\frac{2}{3}x$　　B．$y+\frac{1}{2}y=x+\frac{2}{3}x$

C．$x-\frac{1}{2}y=y-\frac{2}{3}x$　　D．$y-\frac{1}{2}y=x-\frac{2}{3}x$



8．如图，⊙O 中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CB}$，过点 A 作 BC 的平行线交过点 C 的圆的切线于点 D，若$\angle ABC=46°$，则$\angle ADC$ 的度数是(　　)

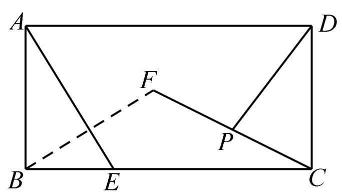
A．74°　　B．67°　　C．66°　　D．54°

9.若不等式 $ax+b>0$ 的解集是 $x<2$，则下列各点可能在一次函数 $y=ax+b$ 图象上的是

A. （4，1）　　B. （1，4）

C. （1，－4）　　D. （－1，－4）

10.矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=8$，E 是 BC 边上一点，作点 B 关于 AE 的对称点 F，P 为 CF 中点，则 DP 的最小值为



A. $4\sqrt{3}-4$　　B. $\sqrt{5}$

C. $2\sqrt{3}-2$　　D. $2\sqrt{5}-2$

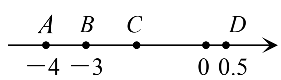
二、填空题(共 6 小题，每题 4 分，满分 24 分)

11．计算:$\sqrt{9}+(-2)^0=$__________.

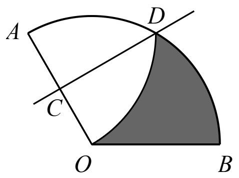
12．不等式组$\begin{cases}\frac{1}{3}x>3,\\ x-3<2x+1,\end{cases}$的解集是__________.

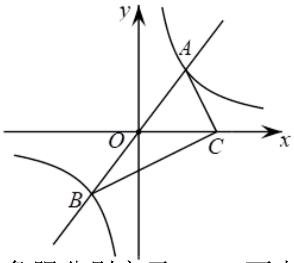
13．某多边形的内角和是其外角和的 2 倍，则这个多边形的边数是__________.

14．如图，已知数轴上的点 A，B，C，D 表示的数分别为－4，－3，$-\sqrt{3}$，0.5，从 A，B，C，D 四点中任意取两点，则所取两点之间的距离大于 2 的概率是__________.



15．如图，已知扇形 AOB，C 为 OA 中点，点 D 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上，将沿直线 CD 折叠，点 A 恰好落在点 O，若 $\angle AOB=120°$，$OA=2$，则图中阴影部分的面积是__________.





16．已知过原点 O 的直线与双曲线 $y=\dfrac{3}{x}$ 在一三象限分别交于 A，B 两点，点 C 在 x 轴上，且 $\angle ACB=90°$，

$\tan\angle ABC=\dfrac{1}{2}$，则$\triangle ABC$ 的面积为_______.

三、解答题(共 9 小题，满分 86 分)

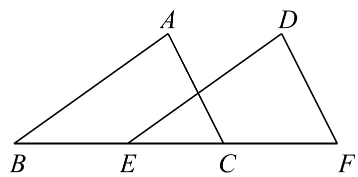
17.（本小题满分 8 分）

解方程组：$\begin{cases} x+y=2, & ① \\ 3x-2y=11. & ② \end{cases}$

18.（本小题满分 8 分）

如图，已知点 B，E，C，F 在同一条直线上，且 $BE=CF$，$AB\parallel DE$，$AB=DE$.

求证：$AC=DF$.

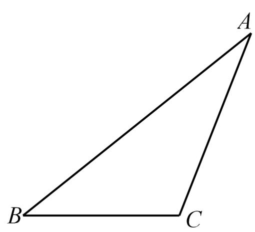


19.（本小题满分 8 分）

先化简，再求值：$(\dfrac{2}{m-1}-1)\div\dfrac{m^2-3m}{m^2-1}$，其中 $m=\sqrt{2}$.

20.（本小题满分 8 分）

如图，已知△ABC. 求作△ABC 的角平分线 AD，及作 AD 的垂直平分线分别交 AD，BC 的延长线于 E，F 两点；并证明 $FD^2=FB\bullet FC$.（要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）

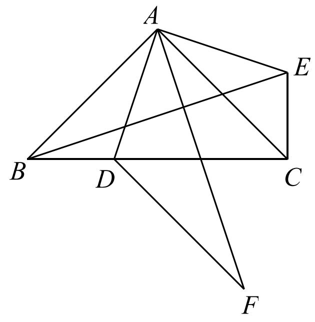


21．（本小题满分 10 分）

已知 Rt△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，D 为 BC 边上一点，将△ABD 绕点 A 逆时针旋转 90°得到△ACE，点 D 的对应点是点 E，连接 BE．将 AC 平移到 DF（点 A 与点 D 对应），连接 AF．

（1）若 $AB=3\sqrt{2}$，$BD=2$，求 BE 的长；

（2）判断 BE，AF 的数量关系和位置关系，并证明．



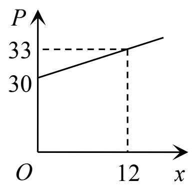
22．（本小题满分 10 分）

某水果店购进某种水果的成本为 20 元/千克，经过市场调研发现，这种水果在未来 30 天的销售单价 P（单位：元/千克）与时间 x（单位：天）之间的关系如图所示的直线上，销售量 Q（单位：千克）与时间 x（天）的函数解析式为 $Q=-2x+120$．

（1）求 P 关于 x 的函数解析式；

（2）求该水果店销售利润最大时的 x 的值；

（3）为响应政府"精准扶贫"号召，该店决定每销售 1 千克水果就捐赠 n（n 为正整数）元给"精准扶贫"对象．欲使捐赠后不亏损，且利润随时间 x（x 为正整数）的增大而增大，求捐赠额 n 的值．



23．（本小题满分 10 分）

某商场举行优惠促销活动，顾客仅可以从以下两种优惠方案中选择一种：

方案一：每满 200 元减 50 元；

方案二：每满 200 元可抽奖一次（多次抽奖，取最优惠奖项）．具体规则是依次从装有 2 个红球、1 个白球的甲箱，装有 1 个红球、2 个白球的乙箱，以及装有 1 个红球、1 个白球的丙箱中各随机摸出 1 个球，所得结果和享受的优惠如下表：（注：所有小球仅颜色有区别）

红球个数	3	2	1	0
实际付款	半价	7 折	8 折	原价

（1）若某顾客选择方案二，抽奖一次，利用列举法求这一次抽奖获得半价优惠的概率；

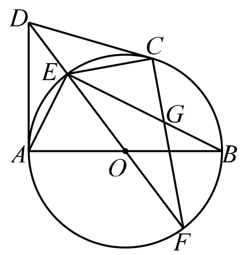
（2）若某顾客购物金额为 360 元，用所学统计与概率知识比较哪一种方案更划算？

24．（本小题满分 12 分）

已知 AB 是⊙O 的直径，DA、DC 分别切⊙O 于点 A、C，射线 DO 分别交⊙O 于点 E，F，CF，BE 交于点 G.

（1）求证：$\angle CGE=2\angle F$；

（2）若 $DE=4$，$EF=12$，求 CG 的长.



25．（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx$.

（1）求抛物线顶点 Q 的坐标；（用含 b 的代数式表示）

（2）抛物线与 x 轴只有一个公共点，经过点（0,2）的直线与抛物线交于点 A,B,与 x 轴交于点 K

①判断ΔAOB 的形状，并说明理由；

②已知 E（-2,0），F(4,0),设ΔAOB 的外心为 M，当点 K 在线段 EF 上时，求点 M 的纵坐标 m 的取值范围.

2020—2021学年第二学期闽侯县初中六校3月份联考

九年级数学参考答案

一、选择题

1．C　2．C　3．A　4．D　5．C

6．B　7．A　8．B　9．B　10．D

二、填空题

11．4　12．$x>9$　13．6

14．2/3　15．$\sqrt{3}$　16．5

三、解答题

17．解：①×2，得 $2x+2y=4$，③

②+③，得 $5x=15$，……3分

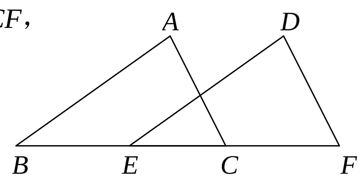
解得 $x=3$．……4分

将 $x=3$ 代入①，得 $3+y=2$，

解得 $y=-1$．……6分

∴ 原方程组的解是 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$ ……8分

18．证明：∵ 点 B，E，C，F 在同一条直线上，且 $BE=CF$，



∴ $BE+EC=FC+EC$，

∴ $BC=EF$．……2分

∵ $AB\parallel DE$，

∴ $\angle B=\angle EDF$．……4分

在△ABC 和△DEF 中，

$\begin{cases} AB=DE, \\ \angle B=\angle DEF, \\ BC=EF, \end{cases}$ ……6分

∴ $\triangle ABC\cong\triangle DEF$，……7分

∴ $AC=DF$．……8分

19．解：原式 $=(\frac{2}{m-1}-\frac{m-1}{m-1})\div\frac{(m+1)(m-1)}{m(m-3)}$ ……3分

$=\frac{3-m}{m-1}\cdot\frac{(m+1)(m-1)}{m(m-3)}$ ……4分

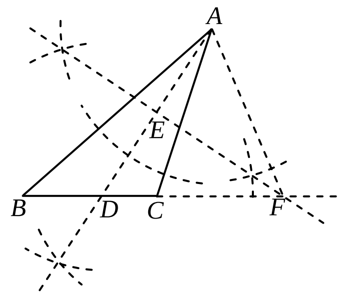
$=-\frac{m+1}{m}$．……6分

当 $m=\sqrt{2}$ 时，

原式 $=-\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}=-1-\frac{\sqrt{2}}{2}$．……8分

20．解：如图所示，AD 为所求的角平分线，EF 为所求的 AD 的垂直平分线； ……4 分

证明：连接 AF,



∵ AD 平分$\angle BAC$,

∴ $\angle BAD=\angle CAD$,

∵ EF 垂直平分 AD,

∴ $AF=DF$, ……………………………………5 分

∴ $\angle FDA=\angle FAD=\angle CAD+\angle CAF$,

∵ $\angle FDA=\angle BAD+\angle B$,

∴ $\angle B=\angle CAF$, ………………………………6 分

又∵ $\angle AFC=\angle BFA$,

∴ $\triangle AFC\backsim\triangle BFA$, ……………………………………………………………………7 分

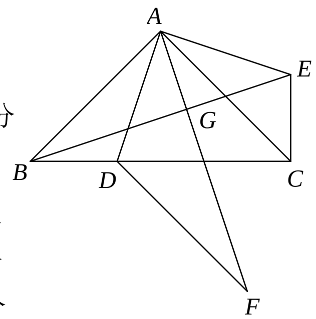
∴ $\dfrac{AF}{BF}=\dfrac{FC}{FA}$,

∴ $AF^2=FB\cdot FC$,

∴ $FD^2=FB\cdot FC$. ………………………………………………………………………8 分

21．解：（1）∵ $\angle BAC=90°$，$AB=AC$，

∴ $\angle ABC=\angle ACB=45°$.



在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC=AB=3\sqrt{2}$，

∴ $BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=6$. ……………………………1 分

∵ $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转 90°得到$\triangle ACE$，

∴ $\triangle ABD\cong\triangle ACE$，

∴ $\angle ACE=\angle ABC=45°$，$CE=BD=2$， ……… 2 分

∴ $\angle BCE=\angle ACB+\angle ACE=90°$. ………………3 分

在 Rt$\triangle BCE$ 中，$BE=\sqrt{BC^2+CE^2}=2\sqrt{10}$. ……4 分

（2）$BE=AF$ 且 $BE\perp AF$. ……………………………5 分

证明如下：由（1）可知$\angle DAE=\angle BAC=90°$，

$AD=AE$，$AB=AC$，

∴ $\angle BAC+\angle DAE=180°$，

即 $\angle BAC+\angle CAE+\angle DAC=180°$，

∴ $\angle BAE+\angle DAC=180°$. ……………………………………………………6 分

∵ AC 平移得到 DF，

∴ $AC\parallel DF$，$AC=DF$，

∴ $\angle ADF+\angle DAC=180°$，$AB=DF$，

∴ $\angle ADF=\angle EAB$，

∴ $\triangle ADF\cong\triangle EAB$，

∴ $BE=AF$，$\angle DAF=\angle BEA$. ……………………………………………………7 分

又 $\angle DAF+\angle EAF=90°$，

∴ $\angle BEA+\angle EAF=90°$，

∴ $\angle AGE=90°$，

∴ $AF\perp BE$， ……………………………………………………………………………8 分

∴ $AF=BE$ 且 $AF\perp BE$.

22．解：（1）如图，设 $P=kx+b$．

将（0，30），（12，33）代入，得 $\begin{cases} b=30, \\ 12k+b=33, \end{cases}$ ……………………………1 分

解得 $\begin{cases} k=\dfrac{1}{4}, \\ b=30, \end{cases}$ ………………………………………………………………………2 分

∴ $P=\dfrac{1}{4}x+30$． ……………………………………………………………………3 分

（2）记利润为 W 元，

依题意，得 $W=(P-20)Q=(\dfrac{1}{4}x+30-20)(-2x+120)=-\dfrac{1}{2}x^2+10x+1200$，

……………………………………………………………………………………………5 分

∵ $-\dfrac{1}{2}<0$，∴ 开口向下．

又对称轴为直线 $x=10$，且 $10<30$，

∴ 当 $x=10$ 时，W 最大，

即当该水果店销售利润最大时的 x 的值为 10． ……………………………………6 分

（3）依题意，得

$W=(\dfrac{1}{4}x+30-20-n)(-2x+120)=-\dfrac{1}{2}x^2+(2n+10)x+1200-120n$．

……………………………………………………………………………………………7 分

∵ $-\dfrac{1}{2}<0$，

∴ 开口向下．

对称轴为直线 $x=2n+10$． ……………………………………………………………8 分

∵ 利润 W 随时间 x 的增大而增大，

∴ $2n+10\geqslant 30$，

解得 $n\geqslant 10$． ……………………………………………………………………………9 分

∵ 捐赠后不亏损，且当 $x=1$ 时 W 最小，

∴ $-\dfrac{1}{2}+2n+10+1200-120n\geqslant 0$，

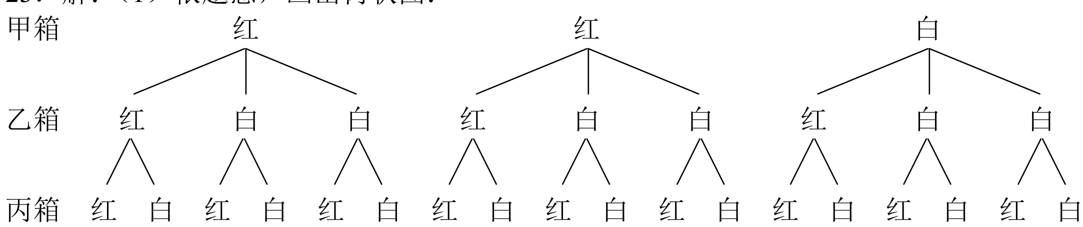
∴ $-118n\geqslant -1209\dfrac{1}{2}$，

解得 $n\leqslant \dfrac{2419}{236}=10\dfrac{59}{236}$．

∵ n 为整数，

∴ $n=10$． ………………………………………………………………………………10 分

23．解：（1）依题意，画出树状图：



……………………………………………………………………………………………3 分

如图，共有 18 种结果，并且他们发生的可能性相等，

其中三次都是红球的有 2 种，

∴该顾客抽奖一次获得半价优惠的概率为$\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$. ························5 分

（2）依题意得 200＜360＜400，所以该顾客只可抽奖一次.

选择方案一时，该顾客需要支付 360－50＝310（元）. ····················6 分

选择方案二时，由（1）可知，该顾客获得“7 折”优惠的概率为$\frac{7}{18}$，获得“8 折”优惠的概率为$\frac{7}{18}$，“原价”的概率为$\frac{1}{9}$， ····························7 分

∴ 该顾客需要支付的平均金额为

$360\times0.5\times\frac{1}{9}+360\times0.8\times\frac{7}{18}+360\times0.7\times\frac{7}{18}+360\times\frac{1}{9}=20+112+98+40$

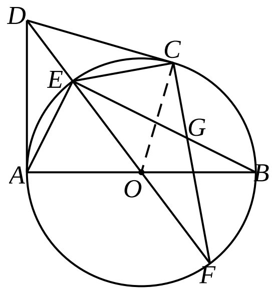
＝270（元）. ··9 分

∵ 270＜310，

∴ 选择方案二更划算. ···10 分

24.（本题满分 12 分）

（1）证明：连接 OC.



∵ DA、DC 分别是⊙O 的切线，

∴ $\angle DAO=\angle DCO=90^\circ$，$\angle ADO=\angle CDO$，······1 分

∴ $\angle EOA=\angle EOC$.

又∵ $\angle B=\frac{1}{2}\angle AOE$，$\angle F=\frac{1}{2}\angle COE$，

∴ $\angle B=\angle F$. ···3 分

∵ $OB=OE$，

∴ $\angle B=\angle OEB$，

∴ $\angle F=\angle OEG$. ···4 分

∵ $\angle EGC$ 是$\triangle EGF$ 的外角，

∴ $\angle EGC=\angle F+\angle GEF=2\angle F$，

即$\angle EGC=2\angle F$. ··5分

（2）解：∵ EF 是⊙O 的直径，$EF=12$,

∴ $\angle ECF=90^\circ$，$OA=OE=\frac{1}{2}EF=6$

∴ $OD=DE+OE=10$

在 Rt$\triangle DAO$ 中,

$AD=\sqrt{OD^2-OA^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$. ·······································7 分

过点 E 作 $EH\perp AB$ 于点 H，

则$\angle EHO=90^\circ=\angle DAO$，

∴ $EH\parallel AD$

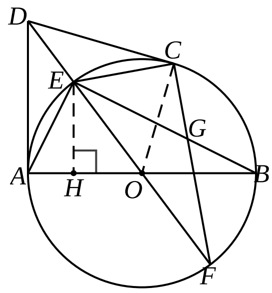
∴ $\frac{EH}{AD}=\frac{OH}{OA}=\frac{OE}{OD}$即$\frac{EH}{8}=\frac{OH}{6}=\frac{6}{10}$

∴ $EH=\frac{24}{5}$，$OH=\frac{18}{5}$.

∴ $AH=OA-OH=\frac{12}{5}$. ……………………………………………………8 分

在 Rt△EHA 中，

$AE=\sqrt{AH^2+EH^2}=\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{12}{5}\sqrt{5}$ ……………………………9 分



∵ $\angle EOA=\angle EOC$

∴ $EC=EA=\frac{12}{5}\sqrt{5}$ ………………………10 分

∵ $\angle EOA=2\angle B$，$\angle EGC=2\angle F$，

∴ $\angle EGC=\angle EOA$，

∵ $\tan\angle DOA=\frac{DA}{OA}=\frac{4}{3}$.

∴ $\tan\angle EGC=\frac{4}{3}$ ……………………………………………………11 分

在 Rt△ECG 中, $\tan\angle EGC=\frac{EC}{GC}=\frac{\frac{12}{5}\sqrt{5}}{GC}=\frac{4}{3}$

∴ $GC=\frac{9}{5}\sqrt{5}$. ……………………………………………………………12 分

25．解:（1）∵ $y=\frac{1}{2}x^2+bx=\frac{1}{2}(x+b)^2-\frac{b^2}{2}$ ∴顶点 Q 为 $(-b,-\frac{b^2}{2})$ …………3 分

（2）∵ 抛物线与 x 轴只有一个公共点，

∴ △=0，即 $b^2=0$，∴b=0,∴抛物线解析式为 $y=\frac{1}{2}x^2$ …………4 分

∵ 直线 AB 经过点（0,2），

∴ 可设直线 AB：$y=kx+2$，$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),(x_1<0<x_2)$.

分别过 A，B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 C,D,则

$AC=y_1,OC=-x_1,BD=y_2,OD=x_2$. ………………………………5 分

由 $\begin{cases}y=kx+2,\\ y=\frac{1}{2}x^2\end{cases}$ 得 $x^2-2kx-4=0$ ………………………………………6 分

解得 $x_1=k-\sqrt{k^2+4},x_2=k+\sqrt{k^2+4}$，

∴ $x_1+x_2=2k$，$x_1\cdot x_2=-4$. ……………………………………………………7 分

①△AOB 是直角三角形，理由如下： ……………………………………8 分

∵ $y_1=\frac{1}{2}x_1^{\ 2}$，$y_2=\frac{1}{2}x_2^{\ 2}$，∴ $y_1\cdot y_2=\frac{1}{4}(x_1\cdot x_2)^2=-x_1\cdot x_2$，∴ $\frac{y_1}{x_2}=\frac{-x_1}{y_2}$

即$\frac{AC}{OD}=\frac{OC}{BD}$ ………………………………………………………………9 分

∵ $\angle ACO=\angle BDO=90°$，∴ $\triangle ACO\backsim\triangle ODB$， …………………10 分

∴ $\angle AOC=\angle OBD$，∴ $\angle AOC+\angle BOD=90°$

∴ $\angle AOB=90°$，∴ △AOB 是直角三角形. …………………………11 分

②过点 A 作 $AG\perp BD$ 于 G，过点 M 作 $MH\perp AG$ 于 H.

由①知$\angle AOB=90°$，∴ M 是 AB 的中点.

由△$AMH\backsim$△ABG，得 $MH=\frac{1}{2}BG=\frac{1}{2}$（$y_2-y_1$）

∴ $m=y_1+MH=\frac{1}{2}(y_1+y_2)=\frac{1}{2}(kx_1+2+kx_2+2)=k^2+2$ …………12 分

易得点 K（$-\frac{2}{k}$，0），依题意得 $-2\le-\frac{2}{k}\le4$ ……………………13 分

由反比例函数性质知 $k\ge1$ 或 $k\le-\frac{1}{2}$.由二次函数性质得 $m\ge\frac{9}{4}$ ……14 分