

# 数学试题

(满分 150 分, 时间 120 分钟)

## 一、选择题 (每小题 4 分, 共 48 分)

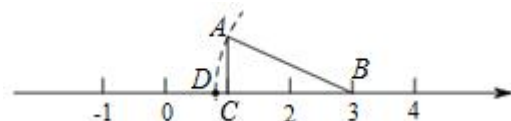
1. 以下变形正确的是 ( )

- A.  $\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{4}$     B.  $3\sqrt{2}=\sqrt{3\times 2}$     C.  $(\sqrt{2})^3=3\sqrt{2}$     D.  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}$

2. 若代数式  $\frac{\sqrt{x}}{x-2}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x\geq 2$     B.  $x\geq 0$     C.  $x\geq 0$  且  $x\neq 2$     D.  $x\neq 2$

3. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $BC=2$ ,  $AC=1$ ,  $BC$  在数轴上, 以  $B$  点为圆心,  $AB$  长为半径画弧, 交数轴于点  $D$ , 则  $D$  点表示的数是 ( )



- A.  $3-\sqrt{5}$     B.  $\sqrt{5}$     C.  $\sqrt{5}-3$     D.  $3-\sqrt{3}$

4. 若关于  $x$  的方程  $(a-2)x^2+x+1=0$  是一元二次方程, 则  $a$  的取值范围为 ( )

- A.  $a=2$     B.  $a\neq -2$     C.  $a\neq \pm 2$     D.  $a\neq 2$

5. 面试时, 某人的基本知识、表达能力、工作态度的得分分别是 90 分、80 分、85 分, 若依次按 20%、40%、40% 的比例确定成绩, 则这个人的面试成绩是 ( )

- A. 82 分    B. 86 分    C. 85 分    D. 84 分

6. 已知一次函数  $y=kx+1$  的图象经过点  $A$ , 且函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小, 则点  $A$  的坐标可能是 ( )

- A. (2, 4)    B. (-1, 2)    C. (-1, -4)    D. (5, 1)

7. 如图 1, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $BF$  平分  $\angle ABC$ , 交  $AD$  于点  $F$ ,  $CE$  平分  $\angle BCD$  交  $AD$  于点  $E$ ,  $AB=6$ ,  $BC=10$ , 则  $EF$  长为 ( )

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

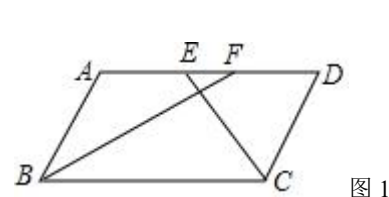


图 1

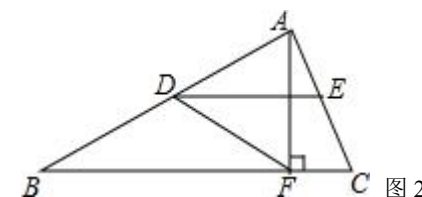


图 2

8. 如图 2, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$ ,  $E$  分别是边  $AB$ ,  $AC$  的中点,  $AF\perp BC$ , 垂足为点  $F$ ,  $\angle ADE=30^\circ$ ,  $DF=3$ , 则  $BF$  的长为 ( )

- A. 4    B.  $2\sqrt{3}$     C.  $3\sqrt{3}$     D.  $4\sqrt{3}$

9. 如图 3, 在矩形  $MNPO$  中, 动点  $R$  从点  $N$  出发, 沿  $N\rightarrow P\rightarrow O\rightarrow M$  方向运动至点  $M$  处停止. 设点  $R$  运动的路程为  $x$ ,  $\triangle MNR$  的面积为  $y$ , 如果  $y$  关于  $x$  的函数图象如图 2 所示, 则矩形  $MNPO$  的周长是 ( )

- A. 11    B. 15    C. 16    D. 24

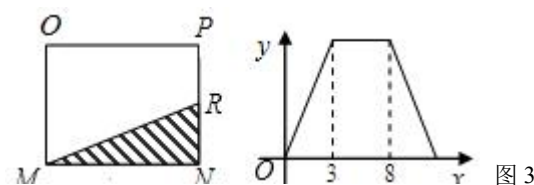


图 3

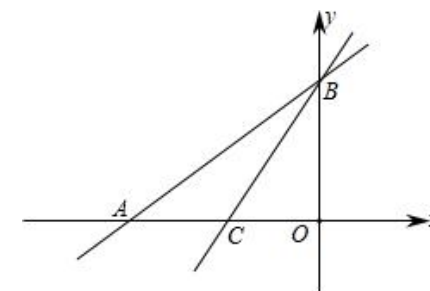


图 4

10. 如图 4, 一次函数  $y=\frac{3}{4}x+6$  的图象与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $A$ ,  $B$ , 过点  $B$  的直线  $l$  平分  $\triangle ABO$  的面积, 则直线  $l$  相应的函数表达式为 ( )

- A.  $y=\frac{3}{5}x+6$     B.  $y=\frac{5}{3}x+6$     C.  $y=\frac{2}{3}x+6$     D.  $y=\frac{3}{2}x+6$

11. 如图 5, 在平面直角坐标系中, 四边形  $OABC$  为菱形,  $O(0,0)$ ,  $A(4,0)$ ,  $\angle AOC=60^\circ$ , 则对角线交点  $E$  的坐标为 ( )

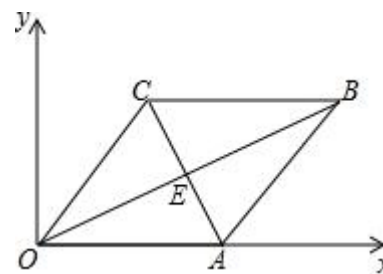


图 5

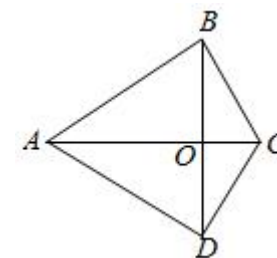


图 6

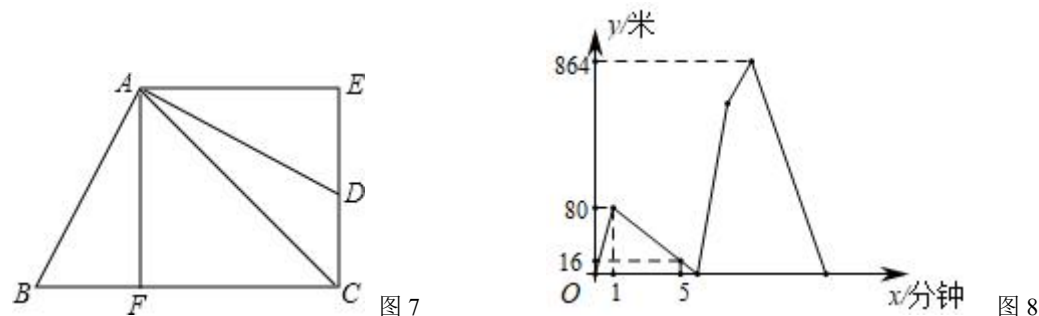
- A.  $(2, \sqrt{3})$       B.  $(\sqrt{3}, 2)$       C.  $(\sqrt{3}, 3)$       D.  $(3, \sqrt{3})$

12. 如图 6, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ ,  $BC=DC$ ,  $AC$ ,  $BD$  交于点  $O$ . 添加一个条件使这个四边形成为一种特殊的平行四边形, 则以下说法错误的是 ( )

- A. 添加 “ $AB \parallel CD$ ”, 则四边形  $ABCD$  是菱形  
 B. 添加 “ $\angle BAD=90^\circ$ ”, 则四边形  $ABCD$  是矩形  
 C. 添加 “ $OA=OC$ ”, 则四边形  $ABCD$  是菱形  
 D. 添加 “ $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$ ”, 则四边形  $ABCD$  是正方形

## 二、填空题 (本题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. 若  $y=2\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}+6$ , 则  $xy$  的平方根为\_\_\_\_\_.
14. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB=15$ ,  $BC:AC=3:4$ , 则  $BC=$ \_\_\_\_\_.
15. 若样本 1, 2, 3,  $x$  的平均数为 5, 又知样本 1, 2, 3,  $x$ ,  $y$  的平均数为 6, 那么样本 1, 2, 3,  $x$ ,  $y$  的方差是\_\_\_\_\_.
16. 设  $m$ ,  $n$  分别为一元二次方程  $x^2+2x-2021=0$  的两个实数根, 则  $m^2+3m+n=$ \_\_\_\_\_.
17. 如图 7, 正方形  $AFCE$  中,  $D$  是边  $CE$  上一点,  $B$  是  $CF$  延长线上一点, 且  $AB=AD$ , 若四边形  $ABCD$  的面积是  $24\text{cm}^2$ , 则  $AC$  长是\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



18. 疫情之下, 中华儿女共抗时艰, 为更好地驰援武汉, 打赢防疫攻坚战, 我区某公益组织收集社会捐献物资. 甲、乙两人先后从  $A$  地沿相同路线出发徒步前往  $B$  地进行物资捐献, 甲出发 1 分钟后乙再出发, 一段时间后乙追上甲, 这时甲发现有东西落在  $A$  地, 于是原路原速返回  $A$  地去取 (甲取东西的时间忽略不计), 而乙继续前行, 甲乙两人到达  $B$  地后原地帮忙. 已知在整个过程中, 甲乙均保持各自的速度匀速行走, 甲、乙两人相距  $y$  (米) 与甲出发的时间  $x$  (分钟) 之间的函数关系如图所示, 则当乙到达  $B$  地时, 甲距  $A$  地的路程是\_\_\_\_\_米.

## 三、解答题 (7 小题, 共 78 分)

19. (本题 8 分) 计算:

$$(1) \sqrt{18} - 4\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{24} \div \sqrt{3}; \quad (2) (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})^2.$$

20. (本题 10 分) 已知关于  $x$  的方程  $x^2+ax+a-2=0$ .

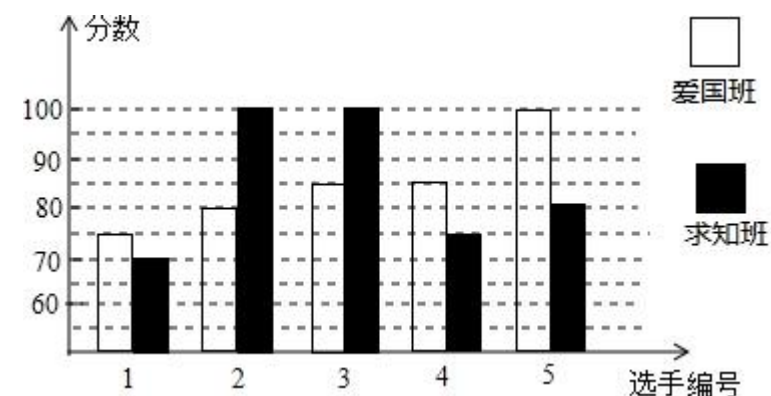
- (1) 证明: 不论  $a$  取任何实数, 该方程都有两个不相等的实数根;  
 (2) 当  $a=1$  时, 求该方程的根.

21. (本题 10 分) 我区某校八年级开展英语拼写大赛, 爱国班和求知班根据初赛成绩, 各选出 5 名选手参加复赛, 两个班各选出的 5 名选手的复赛成绩如图所示:

(1) 根据图示填写下表:

班级	中位数 (分)	众数 (分)	平均数 (分)
爱国班	85	_____	_____
求知班	_____	100	85

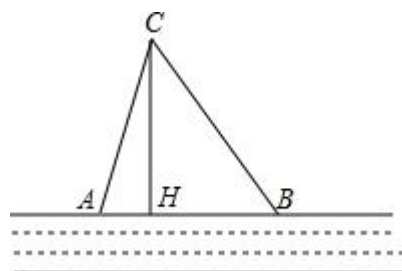
- (2) 结合两班复赛成绩的平均数和中位数, 分析哪个班级的复赛成绩比较好?  
 (3) 已知爱国班复赛成绩的方差是 70, 请求出求知班复赛成绩的方差, 并说明哪个班成绩比较稳定?



22. (本题 12 分) 笔直的河流一侧有一旅游地  $C$ , 河边有两个漂流点  $A, B$ . 其中  $AB=AC$ , 由于某种原因, 由  $C$  到  $A$  的路现在已经不通, 为方便游客决定在河边新建一个漂流点  $H$  ( $A, H, B$  在一条直线上), 并新修一条路  $CH$  测得  $BC=5$  千米,  $CH=4$  千米,  $BH=3$  千米,

(1) 问  $CH$  是否为从旅游地  $C$  到河的最近的路线? 请通过计算加以说明;

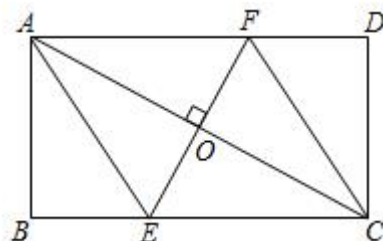
(2) 求原来路线  $AC$  的长.



23. (本题 12 分) 过矩形  $ABCD$  的对角线  $AC$  的中点  $O$  作  $EF \perp AC$ , 交  $BC$  边于点  $E$ , 交  $AD$  边于点  $F$ , 分别连接  $AE, CF$ .

(1) 求证: 四边形  $AECF$  是菱形;

(2) 若  $AB=6$ ,  $AC=10$ ,  $EC=\frac{25}{4}$ , 求  $EF$  的长.



24. (本题 12 分) 某水果店 11 月份购进甲、乙两种水果共花费 1700 元, 其中甲种水果 8 元/千克, 乙种水果 18 元/千克. 12 月份, 这两种水果的进价上调为: 甲种水果 10 元/千克, 乙种水果 20 元/千克.

(1) 若该店 12 月份购进这两种水果的数量与 11 月份都相同, 将多支付货款 300 元, 求该店 11 月份购进甲、乙两种水果分别是多少千克?

(2) 若 12 月份将这两种水果进货总量减少到 120 千克, 设购进甲种水果  $a$  千克, 需要支付

的货款为  $w$  元, 求  $w$  与  $a$  的函数关系式;

(3) 在 (2) 的条件下, 若甲种水果不超过 90 千克, 则 12 月份该店需要支付这两种水果的货款最少应是多少钱?

25. (本题 14 分) 在四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 过点  $O$  的两条直线分别交边  $AB, CD, AD, BC$  于点  $E, F, G, H$ .

【感知】如图①, 若四边形  $ABCD$  是正方形, 且  $AG=BE=CH=DF$ ,

则  $S_{\text{四边形} AEOG} = \frac{1}{4} S_{\text{正方形} ABCD}$ ;

【拓展】如图②, 若四边形  $ABCD$  是矩形, 且  $S_{\text{四边形} AEOG} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形} ABCD}$ , 设  $AB=a$ ,  $AD=b$ ,  $BE=m$ , 求  $AG$  的长 (用含  $a, b, m$  的代数式表示);

【探究】如图③, 若四边形  $ABCD$  是平行四边形, 且  $AB=3$ ,  $AD=5$ ,  $BE=1$ , 试确定  $F, G, H$  的位置, 使直线  $EF, GH$  把四边形  $ABCD$  的面积四等分.

