

宁德市 2021-2022 学年度第一学期九年级第一次质量检测

数学试题参考答案及评分标准

(1)本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可参照本答案的评分标准的精神进行评分。

(2)对解答题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后续部分的解答未改变该题的立意，可酌情给分。

(3)解答右端所注分数表示考生正确作完该步应得的累加分数。

(4)评分只给整数分，选择题和填空题均不给中间分。

一、选择题：（本大题有 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

1. B; 2. B ; 3. A; 4. B; 5. A; 6. C; 7. C; 8. C; 9. D; 10. D.

二、填空题：（本大题有 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）

11. 3 12. $x_1 = 3, x_2 = 5$ 13. 11 14. $\frac{1}{3}$ 15. $x(x-12)=864$ 16. $\frac{5}{2}$.

三、解答题（本大题共 9 小题，共 86 分。请在答题卡的相应位置作答）

17. （本题满分 8 分）

解：法一： $x^2 - 8x + 5 = 0$

$$x^2 - 8x = -5 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(x-4)^2 = 11 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$x-4 = \pm\sqrt{11} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$x = 4 \pm \sqrt{11}$$

$$x = 4 + \sqrt{11}, x = 4 - \sqrt{11} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

法二：

$$a = 1, b = -8, c = 5$$

$$\therefore b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 44 > 0 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore x = \frac{8 \pm \sqrt{44}}{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore x = 4 + \sqrt{11}, x = 4 - \sqrt{11} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

18. 解：（1） \because 方程有实数根，

$$\therefore \Delta = 25 - 4m \geq 0,$$

$$\text{解得, } m \leq \frac{25}{4};$$

(2) 由一元二次方程根与系数的关系可知, $x_1+x_2=5$, $x_1 \cdot x_2=m$,

$$\because 3x_1 - 2x_2 = 5,$$

$$\therefore 3x_1 + 3x_2 - 5x_2 = 5,$$

$$\therefore -5x_2 = -10,$$

解得, $x_2=2$,

把 $x=2$ 代入原方程得, $m=6$.

19. (1) 证明: $\because E$ 是 AD 的中点, $\therefore AE=DE$,

$\because AF \parallel BC$, $\therefore \angle AFE = \angle DBE$,

\because 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEB$ 中, $\angle AFE = \angle DBE$, $\angle AEF = \angle DEB$, $AE = DE$,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEB$ (AAS),

$\therefore AF = DB = DC$,

\therefore 四边形 $ADCF$ 是平行四边形,

$\because \angle BAC = 90^\circ$, D 是 BC 的中点,

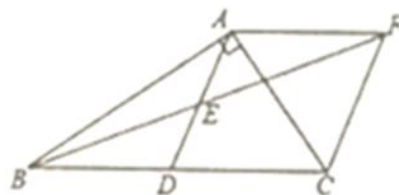
$$\therefore AD = CD = \frac{1}{2} BC,$$

\therefore 平行四边形 $ADCF$ 是菱形;

(2) 解: 设 AF 到 CD 的距离为 h ,

$\because AF \parallel BC$, $AF = BD = CD$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore S_{\text{菱形} ADCF} = CD \cdot h = \frac{1}{2} BC \cdot h = S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96.$$



20. (本题满分 8 分)

解: (1) 教师甲被选中的概率为 $\frac{1}{4}$3 分

(2)

	甲	乙	丙	丁
甲		(甲, 乙)	(甲, 丙)	(甲, 丁)
乙	(乙, 甲)		(乙, 丙)	(乙, 丁)
丙	(丙, 甲)	(丙, 乙)		(丙, 丁)
丁	(丁, 甲)	(丁, 乙)	(丁, 丙)	

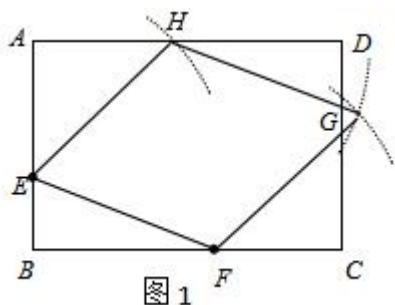
.....6 分

因为由表可知, 一共有 12 种结果. 每种结果出现的可能性相同, 其中甲, 乙被选中的可能结

果有 2 种，分别为 (甲, 乙), (乙, 甲)，所以甲, 乙被选中的概率为 $\frac{2}{12}$ ，即 $\frac{1}{6}$ 。……8 分

21. (本题满分 8 分)

解：(1) 如图四边形 $EFGH$ 就是所求作的图形。……3 分



(2) \because 四边形 $ABCD$ 是矩形.

$$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEH + \angle AHE = 90^\circ \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

如图，四边形 $EFGH$ 为正方形，

$$EF = GH, \angle HEF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEH + \angle BEF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle BEF = \angle AHE.$$

$$\therefore \triangle BEF \cong \triangle AHE.$$

$$\therefore BF = AE. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

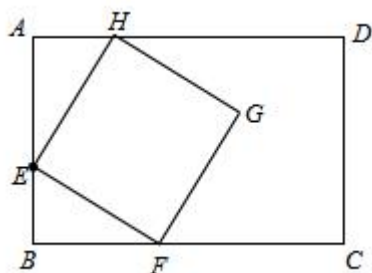
$$\because AE = AB - BE = 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore BF = 4$$

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中，

$$\therefore EF^2 = BE^2 + BF^2 = 20.$$

$$\therefore \text{四边形 } EFGH \text{ 的面积为 } 20. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$



22. 解：(1) $(40-a)$, $500+20a$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2)第一次利润为: $(120-80) \times 500 = 20000$ 5 分

依题意可得: $(40-a)(500+20a) = 20000 \times (1+5\%)$ 7 分

整理得: $a^2 - 15a + 50 = 0$.

解得: $a = 5$, $a = 10$ 8 分

$\because 500+20a \leq 650$.

$\therefore a \leq 7.5$9 分

$\therefore a = 5$.

答: a 的值为 5.10 分

23. (本题满分 10 分)

(1) 证明: $\because AB=AD$,

$\therefore \angle ABD=\angle ADB$.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADC+\angle BCD=180^\circ$;

$\therefore \angle ADB=\angle DBC$,

$\therefore \angle ABD=\angle DBC$2 分

$\because \angle ABC=70^\circ$, $\angle ADC=145^\circ$,

$\therefore \angle ADB=\angle ABD=\angle DBC=35^\circ$.

$\therefore \angle BCD=180^\circ -\angle ADC=180^\circ -145^\circ =35^\circ$ 4 分

$\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle DBC$ 相似,

\therefore 对角线 BD 是四边形 $ABCD$ 的“理想对角线”5 分

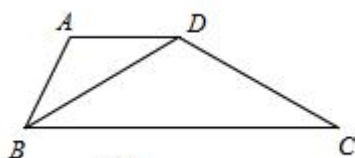


图 1

(2) 解: 当 $\frac{1}{2}\angle BCD+\angle BAD=180^\circ$ 时,

对角线 AC 是四边形 $ABCD$ 的“理想对角线”7 分

理由如下: $\because AC$ 平分 $\angle BCD$

$\therefore \angle ACB=\angle ACD=\frac{1}{2}\angle BCD$

$\because \frac{1}{2}\angle BCD+\angle BAD=180^\circ$

$$\therefore \angle ACB + \angle BAD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACB + \angle BAC + \angle CAD = 180^\circ$$

$$\because \triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB + \angle B + \angle BAC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle B \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DAC$$

$$\therefore \text{对角线 } AC \text{ 是四边形 } ABCD \text{ 的“理想对角线”.} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

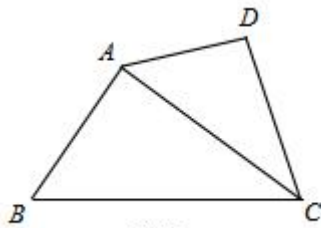


图 2

24. (本题满分 13 分)

$$(1) \text{ 解: } \Delta = (4a + k)^2 - 4a(4a + 2k) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= k^2 \geq 0 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{该方程始终有两个实数根.} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 法一: $\because \Delta \geq 0$

$$\therefore x = \frac{4a + k \pm k}{2a} \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore x_1 = \frac{4a + k + k}{2a} = 2 + \frac{k}{a}, \quad x_2 = \frac{4a + k - k}{2a} = 2 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{方程的固定解为 } x=2. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{法二: } ax^2 - (4a + k)x + 4a + 2k = 0$$

$$\therefore [ax - (2a + k)](x - 2) = 0 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore ax - (2a + k) = 0 \text{ 或 } x - 2 = 0$$

$$\because a \neq 0$$

$$\therefore x = \frac{2a + k}{a} = 2 + \frac{k}{a}, \quad x_2 = 2$$

$$\therefore \text{方程的固定解为 } x=2. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

法三: 取 $k=3, a=-1$, 可得方程: $-x^2 - x + 2 = 0$, 解得: $x_1 = -1, x_2 = 2$;

取 $k=2$, $a=-2$, 可得方程: $-2x^2+6x-4=0$, 解得: $x_1=2$, $x_2=1$,

可得: 方程的公共解为 $x=2$7 分

检验: 将 $x=2$ 代入 $ax^2-(4a+k)x+4a+2k=0$,

有左边 $=4a-(4a+k)\times 2+4a+2k=4a-8a-2k+4a+2k=0$ = 右边

\therefore 方程的固定解为 $x=2$8 分

(备注: 没有检验扣 1 分)

(3) 解: $\because -4 \leq k \leq -2$, $a < 0$

$$\therefore \frac{k}{a} > 0$$

$$\therefore 2 + \frac{k}{a} > 2$$

$\therefore n$ 至少取到 2 个整数,

$$\therefore 2 + \frac{k}{a} - 2 > 2$$

$$\therefore \frac{k}{a} > 2 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore k < 2a$$

$$\therefore a > \frac{k}{2}$$

$$\because -4 \leq k \leq -2$$

$$\therefore -2 \leq \frac{k}{2} \leq -1 \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\therefore a > -1$$

$$\therefore -1 < a < 0 \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

24. (本题满分 12 分)

解: (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB=BC, \angle BAE=\angle BCF=45^\circ. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because BE=BF,$$

$$\therefore \angle BEF=\angle BFE.$$

$$\therefore \angle AEB=\angle CFB. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF.$$

$$\therefore AE=CF. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \because \angle BEC &= \angle BAE + \angle ABE = 45^\circ + \angle ABE, \\
 \angle ABF &= \angle EBF + \angle ABE = 45^\circ + \angle ABE, \\
 \therefore \angle BEC &= \angle ABF. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分} \\
 \because \angle BAF &= \angle BCE = 45^\circ, \\
 \therefore \triangle ABF &\sim \triangle CEB. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分} \\
 \therefore \frac{AF}{BC} &= \frac{AB}{CE}.
 \end{aligned}$$

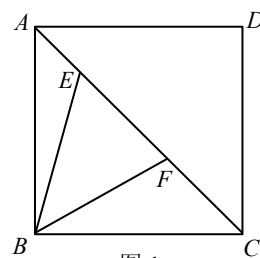


图 1

$$\therefore AF \cdot CE = AB \cdot BC = 4 \times 4 = 16. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

(3) 解法一：如图 2

$$\begin{aligned}
 \angle EBF &= \angle GCF = 45^\circ, \\
 \angle EFB &= \angle GFC, \\
 \therefore \triangle BEF &\sim \triangle CGF. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分} \\
 \therefore \frac{EF}{GF} &= \frac{BF}{CF}. \\
 \text{即 } \frac{EF}{BF} &= \frac{GF}{CF}. \\
 \because \angle EFG &= \angle BFC, \\
 \therefore \triangle EFG &\sim \triangle BFC. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分} \\
 \therefore \angle EGF &= \angle BCF = 45^\circ. \\
 \therefore \angle EBF &= \angle EGF.
 \end{aligned}$$

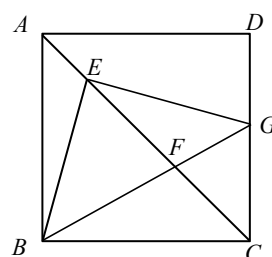


图 2

$$\therefore EB = EG. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

解法二：如图 3，过点 E 作 $HK \perp CD$ 交 CD 于点 K，交 AB 于点 H，连接 BD，

$$\begin{aligned}
 \because \text{四边形 } ABCD &\text{ 是正方形,} \\
 \therefore \angle BAE &= \angle BDG = \angle ABD = 45^\circ. \\
 \therefore \angle ABD &= \angle EBF = 45^\circ. \\
 \therefore \angle ABE &= \angle DBG. \\
 \therefore \triangle ABE &\sim \triangle DBG. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分} \\
 \therefore \frac{DG}{AE} &= \frac{BD}{AB} = \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

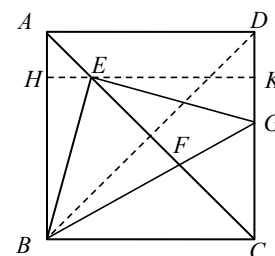


图 3

$$\begin{aligned}
 \therefore DG &= \sqrt{2}AE. \\
 \text{在 Rt}\triangle AHE &\text{ 中, } \angle HAE = \angle AEH = 45^\circ, \\
 \therefore AE &= \sqrt{2}AH, \quad AH = HE. \\
 \therefore DG &= \sqrt{2}AE = 2AH. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

在四边形 AHKD 中，

$$\begin{aligned}
 \because \angle DAH &= \angle ADK = \angle AHK = 90^\circ, \\
 \therefore \text{四边形 } AHKD &\text{ 是矩形.} \\
 \therefore DK &= AH. \\
 \therefore KG &= DG - DK = 2AH - AH = AH. \\
 \therefore HE &= KG. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分} \\
 \text{在 Rt}\triangle CEK &\text{ 中, } \angle KEC = \angle KCE = 45^\circ, \\
 \therefore EK &= CK.
 \end{aligned}$$

$\because DK=AH,$
 $\therefore AB-DK=CD-AH.$
 $\therefore CK=BH.$
 $\therefore EK=BH. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

$\because HE=KG, \angle BHE=\angle EKC=90^\circ, EK=BH,$
 $\therefore \triangle BHE \cong \triangle EKG.$
 $\therefore BE=EG. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

解法三：过点 E 作 $HK \perp CD$ 交 AB 于点 H ，交 CD 于点 K ，作 $EG' \perp BE$ 交 CD 于点 G' ，
 连接 EG' ，

$\therefore \angle BHE=\angle EKG'=90^\circ.$
 $\therefore \angle BEH+\angle EBH=90^\circ, \angle BEH+\angle G'EK=90^\circ.$
 $\therefore \angle EBH=\angle G'EK.$
 $\because \angle KHB=\angle HBC=\angle BCK=90^\circ,$
 \therefore 四边形 $HBCK$ 是矩形.
 $\therefore HB=KC.$

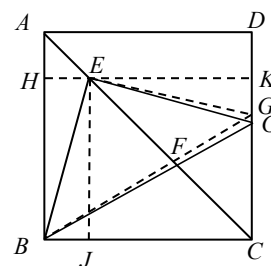


图 4

$\because \angle KEC=\angle KCE=45^\circ,$
 $\therefore KE=KC=HB.$
 $\therefore \triangle BEH \cong \triangle EG'K. \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$
 $\therefore BE=EG'.$

$\because BE \perp EG',$
 $\therefore \angle EBG'=\angle EG'B=45^\circ.$
 $\therefore \angle EBG'=\angle EBG=45^\circ. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

\because 点 G' 与点 G 都在 CD 上，且在 BE 同侧，
 \therefore 点 G' 与点 G 重合.
 $\therefore BE=EG. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$