

准考证号：_____ 姓名：_____
(在此卷上答题无效)

宁德市 2021-2022 学年度第一学期九年级第一次质量检测

数 学 试 题

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 6 页，完卷时间 120 分钟，满分 150 分。

注意事项：

1. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。非选择题答案用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上答题无效。
3. 作图可先使用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描黑。

第 I 卷

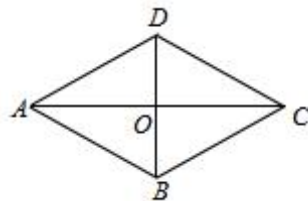
一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$ ，那么 $\frac{a-b}{b}$ 的值为

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

2. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ，且 $AC \perp BD$ ，则下列条件能判定四边形 $ABCD$ 为菱形的是

- A. $AB=CD$ B. $OA=OC$ ， $OB=OD$
C. $AC=BD$ D. $AB \parallel CD$ ， $AD=BC$

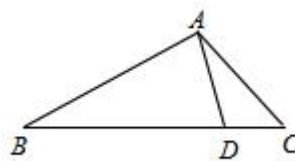


3. 为增强学生环保意识，某中学举办了环保知识竞赛，某班共有 3 名学生（2 名男生，1 名女生）获奖。老师若从获奖的 3 名学生中任选两名作为班级的“环保小卫士”，则恰好是一名男生、一名女生的概率为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=3$, $BC=6$, D 为 BC 边上的一点, 且 $\angle BAC=\angle ADC$. 若 $\triangle ADC$ 的面积为 a , 则 $\triangle ABC$ 的面积为

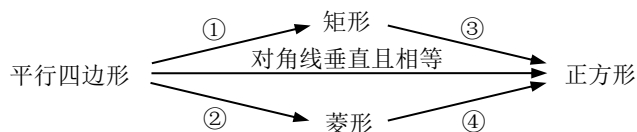
A. $6a$ B. $4a$ C. $\frac{7}{2}a$ D. $\frac{5}{2}a$



5. 若 m 是方程 $x^2 - 2x - c = 0$ 的一个根, 设 $p = (m-1)^2$, $q = c+2$, 则 p 与 q 的大小关系为

A. $p < q$ B. $p = q$ C. $p > q$ D. 与 c 的取值有关

6. 如图, 在反映特殊四边形之间关系的知识结构图中, ①②③④表示需要添加的条件, 则下列描述错误的是



- A. ①表示有一个角是直角 B. ②表示有一组邻边相等
C. ③表示四个角都相等 D. ④表示对角线相等

7. 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 + 2x - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是

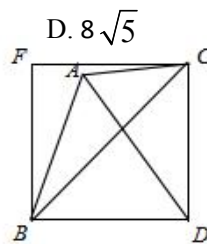
A. $k > \frac{1}{2}$ B. $k \geq \frac{1}{2}$ C. $k > \frac{1}{2}$ 且 $k \neq 1$ D. $k \geq \frac{1}{2}$ 且 $k \neq 1$

8. 三角形两边长分别是8和6, 第三边长是一元二次方程 $x^2 - 16x + 60 = 0$ 的一个实数根, 则该三角形的面积是

A. 24 B. 48 C. 24 或 $8\sqrt{5}$

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=4$, 以 BC 为对角线作正方形 $BDCF$, 连接 AD , 则 AD 长不可能是

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8



10. 七巧板是中国传统数学文化的重要载体, 利用七巧板可以拼出许多有趣的图案. 现用图1所示的一副七巧板拼成如图2所示的六边形, 若图1中七巧板的总面积为16, 则图2中六边形的周长为

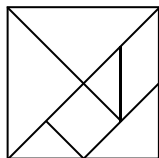


图1

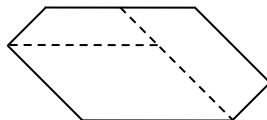


图2

A. $4 + 8\sqrt{2}$ B. $6 + 6\sqrt{2}$ C. $6 + 8\sqrt{2}$ D. $8 + 6\sqrt{2}$

第II卷

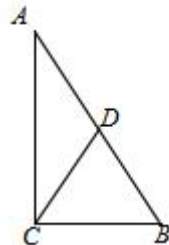
注意事项：

1. 用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上作答，答案无效.
2. 作图可先用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描黑.

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， D 是边 AB 的中点，若 AB

$=6$ ，则 $CD=$ _____.



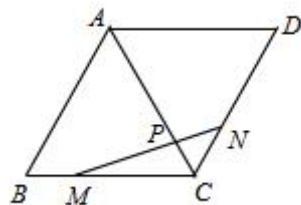
12. 方程 $x(x-3)-5(x-3)=0$ 的根是_____.

13. 在一个不透明的布袋中，蓝色，黑色，白色的玻璃球共有 20 个，除颜色外其他完全相同. 将布袋中的球摇匀，从中随机摸出一个球，记下它的颜色再放回去，通过多次摸球试验后发现，摸到黑色、白色球的频率分别稳定在 10%和 35%，则口袋中蓝色球的个数很可能是_____.

14. 小白有两张卡片，分别标有数字 1，2；小黄有三张卡片，分别标有数字 3，4，5. 两人各自随机地取出一张卡片，取出的两张卡片上数字之积为奇数的概率是_____.

15. 《算学宝鉴》全称《新集通证古今算学宝鉴》，完成于明嘉靖三年（1524 年），王文素著，全书 12 本 42 卷，近 50 万字，代表了我国明代数学的最高水平. 《算学宝鉴》中记载了我国南宋数学家杨辉提出的一个问题：“直田积八百六十四步，之云阔不及长十二步，问长阔各几何？”译文：一个矩形田地的面积等于 864 平方步，且它的宽比长少 12 步，问矩形田地的长与宽各是多少步？如果设矩形田地的长为 x 步，则可列方程为_____.

16. 如图，在边长为 10 的菱形 $ABCD$ 中， AC 为对角线， $\angle ABC=60^\circ$ ， M 、 N 分别是边 BC ， CD 上的点， $BM=CN$ ，连接 MN 交 AC 于 P 点，当 MN 最短时， PC 长度为_____.



三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分.

17. (本小题满分 8 分)

解方程： $x^2 - 8x + 5 = 0$

18. (本小题满分 8 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 5x + m = 0$.

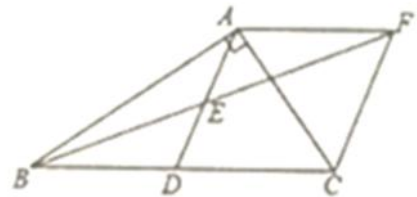
(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程两实数根为 x_1, x_2 , 且满足 $3x_1 - 2x_2 = 5$, 求实数 m 的值.

19. (本小题满分 9 分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, D 是 BC 的中点, E 是 AD 的中点, 过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F .

(1) 求证: 四边形 $ADCF$ 是菱形;

(2) 若 $AC = 12$, $AB = 16$, 求菱形 $ADCF$ 的面积.



20. (本题满分 8 分)

第七次全国人口普查于 2020 年 11 月 1 日开展, 某学校积极响应所在社区的号召, 选派部分教师参与普查, 其中数学组有 4 位教师志愿报名, 分别记为甲、乙、丙、丁.

(1) 若该校从数学组教师志愿者中抽调 1 位教师作为普查员, 求教师甲被选中的概率.

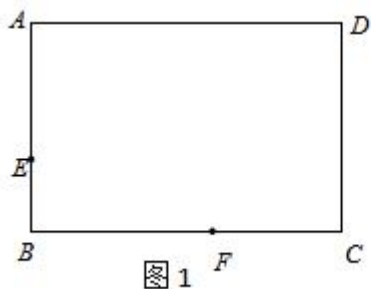
(2) 若该校从数学组教师志愿者中抽调 2 位教师作为普查员, 请用列表或画树状图的方法, 求出教师甲和乙被选中的概率.

21. (本题满分 8 分)

如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, 点 E 在 AB 上, 且 $BE=2$, 四边形 $EFGH$ 为菱形, 且点 F , H 分别在边 BC , AD 上.

(1) 当点 F 的位置如图 1 所示, 请用尺规作出菱形 $EFGH$. (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 若菱形 $EFGH$ 为正方形, 求四边形 $EFGH$ 的面积.



22. (本题满分 10 分)

“中秋节”前, 某超市第一次以 80 元/盒的进价购进一款月饼礼盒 500 盒, 以 120 元/盒的售价全部销售完. 销售人员根据市场调研发现, 该款月饼礼盒每盒的售价在 120 元基础上每降价 5 元, 销量就会相应增加 100 盒, 该超市计划第二次购进该款月饼礼盒, 但不超过 650 盒.

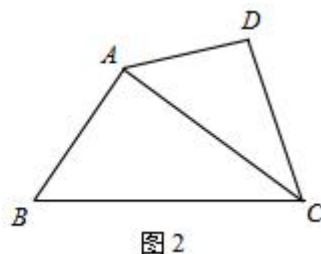
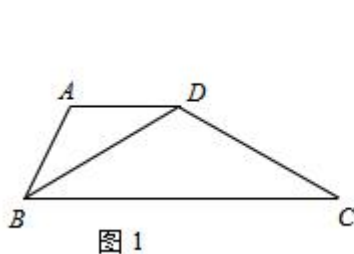
(1) 在进价不变的情况下, 第二次实际售价在第一次基础上降了 a 元时,

则该超市这款月饼每盒利润为_____元, 预计销售量为_____盒.

(2) 在 (1) 的条件下, 若第二次的销售总利润比第一次增加 5%, 求 a 的值.

23. (本题满分 10 分)

四边形的一条对角线把这个四边形分成两个三角形, 如果这两个三角形相似(不全等), 我们就把这条对角线称为这个四边形的“理想对角线”.



(1) 如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=70^\circ$, $AB=AD$, $AD \parallel BC$, 当 $\angle ADC=145^\circ$ 时. 求证: 对角线 BD 是四边形 $ABCD$ 的“理想对角线”.

(2) 如图 2, 四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BCD$, 当 $\angle BCD$ 与 $\angle BAD$ 满足什么关系时, 对角线 AC 是四边形 $ABCD$ 的“理想对角线”, 请说明理由.

24. (本题满分 13 分)

已知关于 x 的一元二次方程: $ax^2 - (4a + k)x + 4a + 2k = 0$ ($a < 0$) .

- (1) 求证:该方程始终有两个实数根.
- (2) 已知该方程有一个固定解, 求出这个解.
- (3) 若 $-4 \leq k \leq -2$, 设方程两根为 x_1, x_2 , 且 $x_1 < n < x_2$, 当整数 n 至少可取到 2 个整数, 求 a 的取值范围.

24. (本小题满分 12 分)

如图, 点 E, F 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上, $\angle EBF = 45^\circ$.

- (1) 当 $BE = BF$ 时, 求证: $AE = CF$;
- (2) 若 $AB = 4$, 求 $AF \cdot CE$ 的值;
- (3) 延长 BF 交 CD 于点 G , 连接 EG . 判断线段 BE 与 EG 的数量关系, 并说明理由

