

## 九年级数学

## 注意事项:

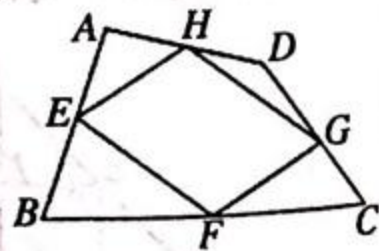
1. 本试卷分试题卷和答题卡两部分, 试题卷共 4 页, 三个大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟.
2. 试题卷上不要答题, 请用 0.5 毫米黑色签字水笔直接把答案写在答题卡上, 答在试题卷上的答案无效.
3. 答题前, 考生务必将本人姓名、准考证号填写在答题卡第一面的指定位置.

## 一、选择题(本大题共 10 题, 每小题 3 分, 共计 30 分)

1. 下列关于菱形的说法中不正确的是
  - A. 菱形的四条边相等
  - B. 菱形的面积等于对角线乘积的一半
  - C. 菱形的对角线相等且互相垂直
  - D. 对角线互相垂直且平分的四边形是菱形
2. 已知一元二次方程  $x^2 + 4x - 3 = 0$ , 下列配方正确的是
  - A.  $(x+2)^2 = 3$
  - B.  $(x-2)^2 = 3$
  - C.  $(x+2)^2 = 7$
  - D.  $(x-2)^2 = 7$
3. 某小组做“当试验次数很大时, 用频率估计概率”的试验时, 统计了某一结果出现的频率, 表格如下, 则符合这一结果的试验最有可能的是

次数	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
频率	0.60	0.30	0.50	0.36	0.42	0.38	0.41	0.39	0.40	0.40

- A. 掷一枚质地均匀的骰子向上面的点数是“5”
  - B. 掷一枚一元的硬币, 正面朝上
  - C. 不透明的袋子里有 2 个红球和 3 个黄球, 除颜色外都相同, 从中任取一球是红球
  - D. 三张扑克牌, 分别是 3、5、5, 背面朝上洗匀后, 随机抽出一张是 5
4. 下列结论中, 错误的是
    - A. 若  $\frac{a}{4} = \frac{c}{5}$ , 则  $\frac{a}{c} = \frac{4}{5}$
    - B. 若  $\frac{a-b}{b} = \frac{1}{6}$ , 则  $\frac{a}{b} = \frac{7}{6}$
    - C. 若  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$  ( $b-d \neq 0$ ), 则  $\frac{a-c}{b-d} = \frac{2}{3}$
    - D. 若  $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ , 则  $a=3, b=4$
  5. 如图, 顺次连接任意四边形  $ABCD$  各边中点, 所得的四边形  $EFGH$  是中点四边形. 下列四个叙述: ①中点四边形  $EFGH$  一定是平行四边形; ②当四边形  $ABCD$  是矩形时, 中点四边形  $EFGH$  也是矩形; ③当四边形  $ABCD$  的中点四边形  $EFGH$  是菱形时, 则四边形  $ABCD$  也是菱形; ④当四边形  $ABCD$  是正方形时, 中点四边形  $EFGH$  也是正方形. 其中正确结论的个数有
    - A. 1 个
    - B. 2 个
    - C. 3 个
    - D. 4 个





6. 若方程  $x^2 - 2x + m = 0$  没有实数根, 则  $m$  的值可以是

A. -1

B. 0

C. 1

D.  $\sqrt{3}$

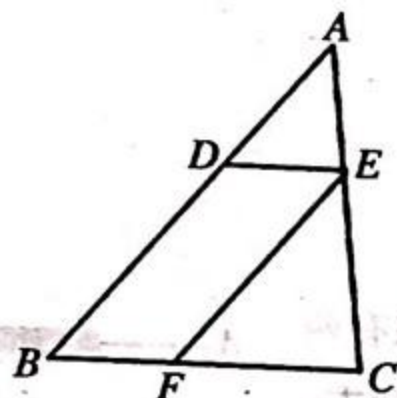
7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E, F$  分别是边  $AB, AC, BC$  上的点,  $DE \parallel BC, EF \parallel AB$ , 且  $AD:DB = 3:5$ , 那么  $CF:CB$  等于

A. 3:8

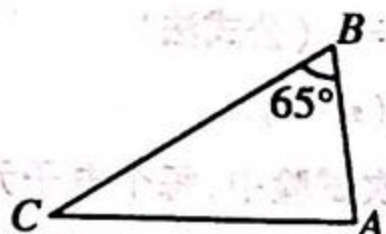
B. 3:5

C. 5:8

D. 2:5

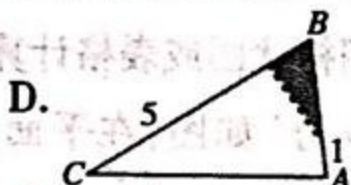
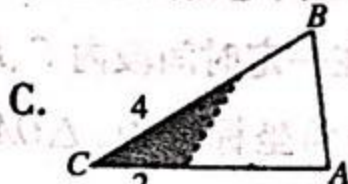
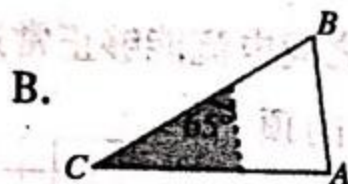
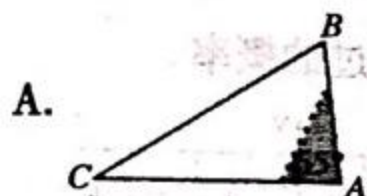


第7题图



第8题图

8. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 65^\circ, AB = 3, BC = 6$ . 将  $\triangle ABC$  沿图示中的虚线剪开, 剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是



9. 如图, 平行于  $BC$  的直线  $DE$  把  $\triangle ABC$  分成面积相等的两部分, 则  $\frac{AD}{AB}$  的值为

A. 1

B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.  $\sqrt{2} - 1$

D.  $\sqrt{2} + 1$

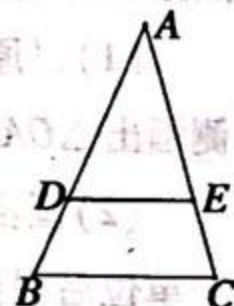
10. 已知  $m$  是一元二次方程  $x^2 - x - 2 = 0$  的一个根, 则  $2021 - m^2 + m$  的值为

A. 2020

B. 2019

C. 2018

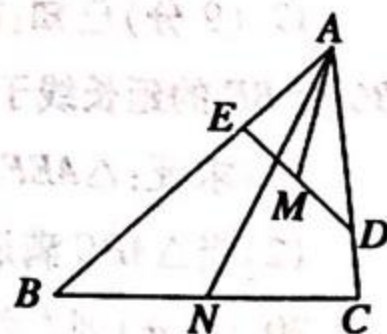
D. 2017



## 二、填空题(本大题共5题, 每小题3分, 共计15分)

11. 我市博览馆有  $A, B, C$  三个入口和  $D, E$  两个出口, 小明入馆游览, 他从  $A$  口进  $E$  口出的概率是       .

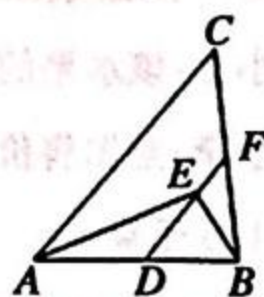
12. 如图, 点  $D, E$  分别在  $\triangle ABC$  的边  $AC, AB$  上,  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ,  $M, N$  分别是  $DE, BC$  的中点, 若  $\frac{AM}{AN} = \frac{1}{2}$ , 则  $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} =$        .



第12题图

13. “杂交水稻之父”——袁隆平先生所率领的科研团队在增产攻坚第一阶段实现水稻亩产量 700 公斤的目标, 第三阶段实现水稻亩产量 1008 公斤的目标. 如果第二阶段、第三阶段亩产量的增长率相同, 则亩产量的平均增长率是多少? 设亩产量的平均增长率为  $x$ , 则可列方程       .

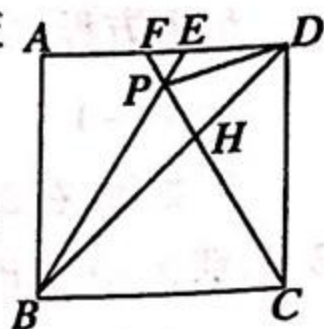
14. 如图, 点  $E$  是  $\triangle ABC$  内一点,  $\angle AEB = 90^\circ$ ,  $D$  是边  $AB$  的中点, 延长线段  $DE$  交边  $BC$  于点  $F$ , 点  $F$  是边  $BC$  的中点. 若  $AB = 6, EF = 1$ , 则线段  $AC$  的长为       .



第14题图



15. 如图,在正方形  $ABCD$  中,  $\triangle BPC$  是等边三角形,  $BP$ 、 $CP$  的延长线分别交  $AD$  于点  $E$ 、 $F$ , 连接  $BD$ 、 $DP$ ,  $BD$  与  $CF$  相交于点  $H$ . 给出下列结论:



- ①  $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ; ②  $\frac{FP}{PH} = \frac{3}{5}$ ; ③  $DP^2 = PH \cdot PB$ ; ④  $\frac{S_{\triangle BPD}}{S_{\text{正方形}ABCD}} = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$ . 其中


正确的是 ////. (写出所有正确结论的序号)

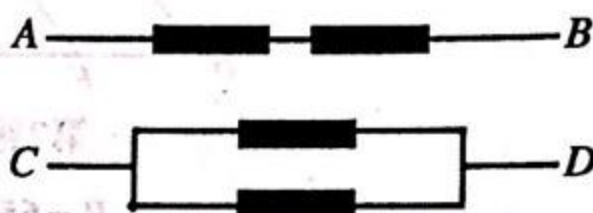
### 三、解答题(本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (每题 5 分, 共 10 分) 解下列方程:

(1)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$ . (公式法)

(2)  $(x-2)^2 = 3(x-2)$ .

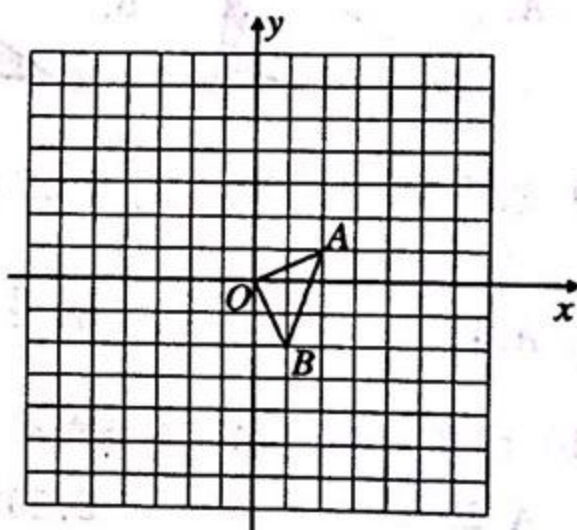
17. (9 分) 在一次试验中, 每个电子元件  的状态有两种可能: 在一定时间段内电流可正常通过的状态即“通电”状态; 在一定时间段内电流无法通过的状态即“断开”状态, 并且这两种状态的可能性相等. 如图, 请完成下面问题:



(1) 在一定时间段内,  $A$ 、 $B$  之间电流能够正常通过的概率为 ////.

(2) 用树状图或表格计算在一定时间段内  $C$ 、 $D$  之间电流能够正常通过的概率.

18. (9 分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle OAB$  的顶点坐标分别为  $O(0,0)$ ,  $A(2,1)$ ,  $B(1,-2)$ .

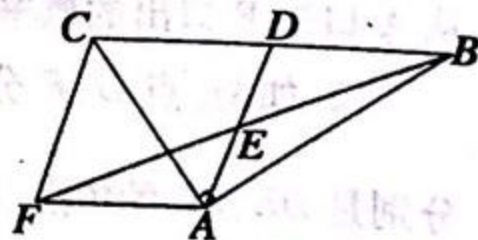


(1) 以原点  $O$  为位似中心, 位似比是  $1:2$ , 在  $y$  轴的右侧画出  $\triangle OAB$  放大后的图形  $\triangle OA_1B_1$ ;

(2) 画出将  $\triangle OAB$  向左平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位后得到的  $\triangle O_2A_2B_2$ ;

(3)  $\triangle OA_1B_1$  与  $\triangle O_2A_2B_2$  是位似图形吗? 若是, 请在图中标出位似中心  $M$ , 并写出点  $M$  的坐标.

19. (9 分) 已知: 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  的中点,  $E$  是  $AD$  的中点. 过点  $A$  作  $AF \parallel BC$  交  $BE$  的延长线于点  $F$ .



(1) 求证:  $\triangle AEF \cong \triangle DEB$ ;

(2) 当  $\triangle ABC$  满足什么条件时, 四边形  $ADCF$  是正方形? 请说明理由.

20. (9 分) 列方程(组)解应用题

端午节期间, 某水果超市调查某种水果的销售情况, 下面是调查员的对话:

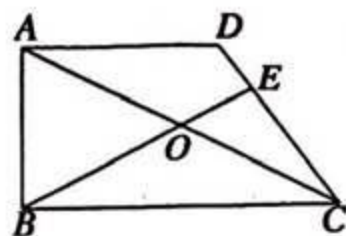
小王: 该水果的进价是每千克 22 元;

小李: 当销售价为每千克 38 元时, 每天可售出 160 千克; 若每千克降低 3 元, 每天的销售量将增加 120 千克.

根据他们的对话, 解决下面所给问题: 超市每天要获得销售利润 3640 元, 又要尽可能让顾客得到实惠, 求这种水果的销售价为每千克多少元?



21. (9分) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AD = CD$ ,  $O$  是对角线  $AC$  的中点, 联结  $BO$  并延长交边  $CD$  于点  $E$ .



(1) 求证:  $\triangle DAC \sim \triangle OBC$ ;

(2) 若  $BE \perp CD$ , 求  $\frac{AD}{BC}$  的值.

22. (10分) 如果我们身旁没有量角器或三角尺, 又需要作  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $15^\circ$  等大小的角, 该怎么办呢?

小西进行了以下操作研究(如图1):

第1步: 对折矩形纸片  $ABCD$ , 使  $AD$  与  $BC$  重合, 得到折痕  $EF$ , 把纸片展平.

第2步: 再次折叠纸片, 使点  $A$  落在  $EF$  上, 并使折痕经过点  $B$ , 得到折痕  $BM$ , 同时得到了线段  $BN$ .

小雅在小西研究的基础上, 再次动手操作(如图2):

将  $MN$  延长交  $BC$  于点  $G$ , 将  $\triangle BMG$  沿  $MG$  折叠, 点  $B$  刚好落在  $AD$  边上点  $H$  处, 连接  $GH$ , 把纸片再次展平.

请根据小西和小雅的操作, 完成下列问题:

①直接写出  $BE$  和  $BN$  的数量关系: ////.

②根据定理: 在直角三角形中, 如果一条直角边等于斜边的一半, 那么这条直角边所对的锐角是  $30^\circ$ . 请求出  $\angle ABM$  的度数.

③求证: 四边形  $BGHM$  是菱形.

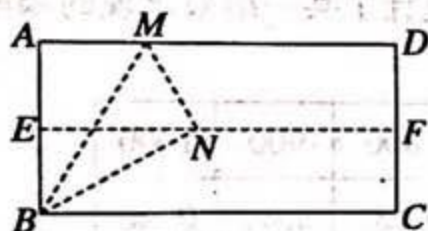


图1

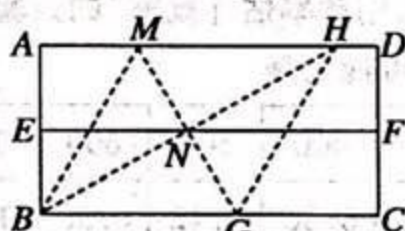


图2

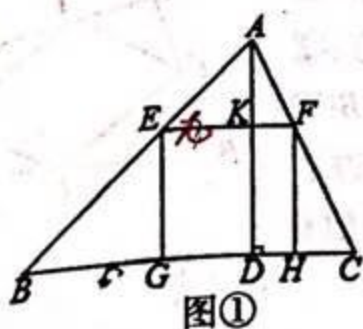
23. (10分) 问题提出:

(1) 如图①, 一块材料的形状是锐角三角形  $ABC$ , 边  $BC = 120\text{mm}$ , 高  $AD = 80\text{mm}$ . 把它加工成正方形零件, 使正方形的一边在  $BC$  上, 其余两个顶点分别在  $AB$ ,  $AC$  上, 这个正方形零件的边长是多少?

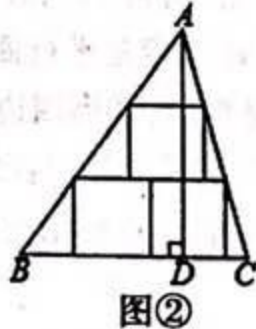
深入探究:

(2) 李华同学通过探究发现如果要把  $\triangle ABC$  按照图②加工成三个相同大小的正方形零件,  $\triangle ABC$  的边  $BC$  与高  $AD$  需要满足一定的数量关系. 则这一数量关系是: ////. (直接写出结论, 不用说明理由);

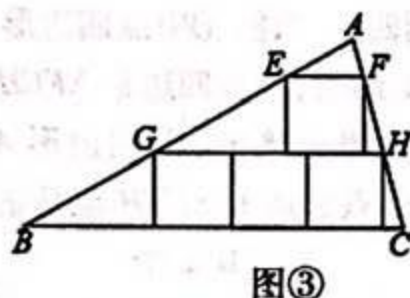
(3) 若  $\triangle ABC$  可以按照图③加工成四个大小相同的正方形, 且  $\angle B = 30^\circ$ , 求证:  $AB = BC$ .



图①



图②



图③