

萍乡市 2021 年九年级摸底考试数学试卷

说明：1. 本卷共有六大题，23 小题，全卷满分 120 分，考试时间 120 分钟。

2. 本卷分为试题卷和答题卡，答案要求写在答题卡上，不得在试题卷上作答，否则不给分。

一、选择题：（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分. 每小题只有一个正确选项.）

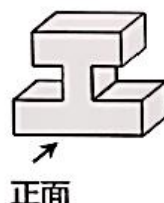
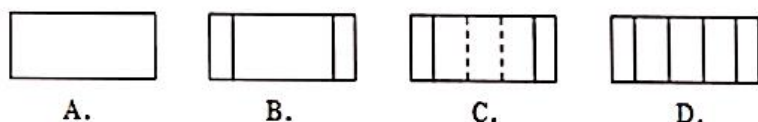
1. -5 的相反数是

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

2. 下列各式运算正确的是

- A. $x+x^2=x^3$ B. $(xy^2)^3=xy^6$ C. $x \cdot x^2=x^3$ D. $x^8 \div x^2=x^4$

3. 如图所示几何体的俯视图是

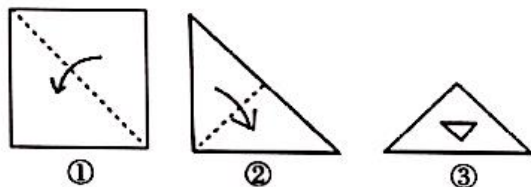


(第 3 题)

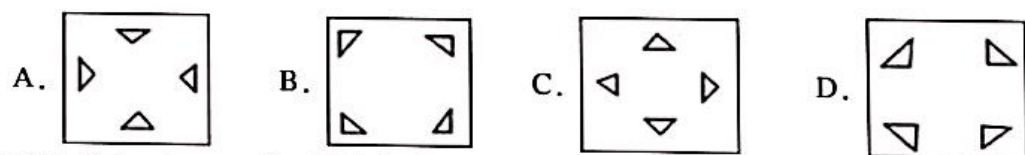
4. 若代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{(x-3)^2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是

- A. $x \geq -1$ B. $x \geq -1$ 且 $x \neq 3$ C. $x > -1$ D. $x > -1$ 且 $x \neq 3$

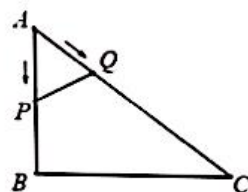
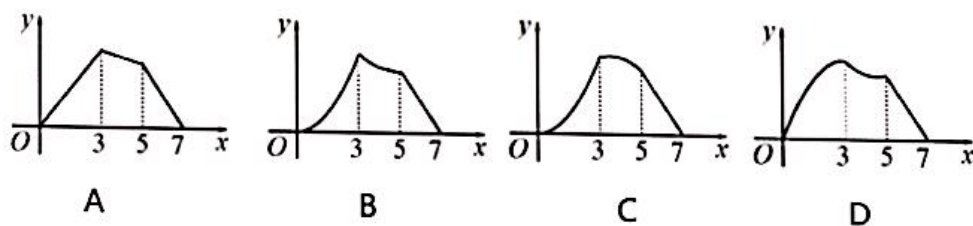
5. 把一张正方形纸片如图①、图②对折两次后，再按如图③挖去一个三角形小孔，则展开后图形是



(第 5 题)



6. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，两直角边 $AB=3\text{cm}$ ， $BC=4\text{cm}$ ，动点 P 从点 A 出发，以每秒 1cm 的速度沿 $A-B-C$ 的路径匀速移动，同时动点 Q 以相同的速度沿 $A-C$ 的路径匀速移动，各自到达 C 点停止移动. 设运动时间为 x 秒 ($0 \leq x \leq 7$)，连接 PQ ，则下列能大致反映 $\triangle APQ$ 的面积 y 与 x 函数关系的图象是 ()



(第 6 题)

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分，请把答案填在答题卡上。）

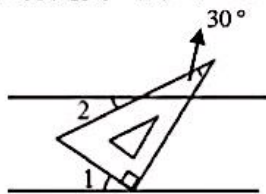
7. 若 $3^n = \frac{1}{27}$ ，则 $n =$ _____.

8. 中国倡导的“一带一路”建设将促进我国与世界各国的互利合作，根据规划，“一带一路”地区覆盖总人口约为 4400000000 人，这个数用科学记数法可表示为_____.

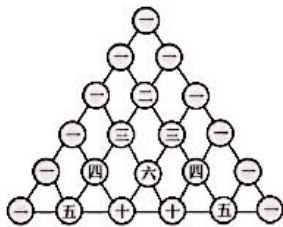
9. 如图所示，将含有 30° 角的三角板的直角顶点放在相互平行的两条直线其中一条上，若 $\angle 1 = 43^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____.

10. 我国宋朝数学家杨辉在公元 1261 年的著作《详解九章算法》中提到如图所示的“杨辉三角”，由图中第四行可得公式： $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. 若 $a+b=3$ ， $ab=1$ ，运用该公式，计算 a^3+b^3 的值为_____.

11. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中， $\angle BAE=120^\circ$ ， $\angle B=\angle E=90^\circ$ ， $BC>AB$ ， $DE>AE$ ，在 BC ， DE 上分别找一点 M ， N ，使得 $\triangle AMN$ 的周长最小时，则 $\angle AMN+\angle ANM$ 的度数为_____.

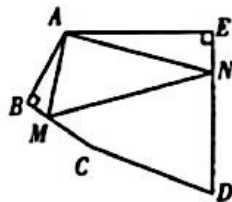


(第 9 题)



杨辉三角

(第 10 题)



(第 11 题)

12. 在平面直角坐标系中，坐标原点为 O ， $\triangle AOB$ 的顶点 A ， B 的坐标分别为 $A(-\sqrt{3}, 0)$ ， $B(-\sqrt{3}, 1)$. 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转一定角度，使旋转后的 $\triangle A'OB'$ 的边 OA' 与原 $\triangle AOB$ 的边 OB 所在直线的夹角为 30° ，连接 AA' ，则此时 AA' 的长度是_____.

三、（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13. (1) 解方程： $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{2x-1} = 0$ ； (2) 解不等式组 $\begin{cases} 4-x > 0 \\ 3x+2 > 0 \end{cases}$.

14. 先化简，再求值： $(\frac{1-a}{a+1} + 1) \div \frac{2}{a^2-1}$ ，其中 $a=\sqrt{3}$.

15. 从两副完全相同的扑克中，抽出两张黑桃 5 和两张梅花 8，现将这四张扑克牌洗匀后，背面向上放在桌子上.

(1) 问从中随机抽取一张扑克牌是梅花 8 的概率是多少？

(2) 利用树状图或列表法求从中随机抽取两张扑克牌成为一对的概率.



16. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 请仅用无刻度的直尺在下列图形中按要求画图.

(1) 在图 1 中, 已知 $OD \perp BC$ 于点 D , 画出 $\angle A$ 的角平分线;

(2) 在图 2 中, 已知 $OE \perp AB$ 于点 E , $OF \perp AC$ 于点 F , 画出 $\angle A$ 的角平分线.

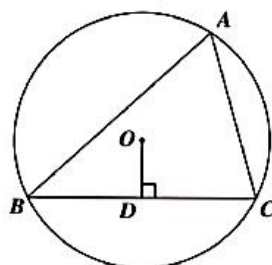


图1

(第 16 题)

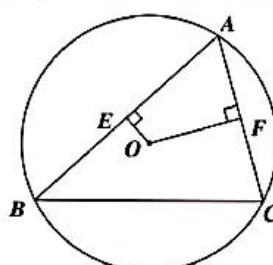


图2

17. 某校举办九年级学生数学素养大赛, 比赛共设四个项目: 七巧板拼图, 趣题巧解, 数学应用, 魔方复原, 每个项目得分都按一定百分比折算后记入总分, 下表为甲, 乙, 丙三位同学得分情况. (单位: 分)

	七巧板拼图	趣题巧解	数学应用	魔方复原
甲	66	89	86	68
乙	66	60	80	68
丙	66	80	90	68

(1) 比赛后, 甲猜测七巧板拼图, 趣题巧解, 数学应用, 魔方复原这四个项目得分分别按 10%, 40%, 20%, 30% 折算记入总分, 根据猜测, 求出甲的总分;

(2) 本次大赛组委会最后决定, 总分为 80 分以上 (包含 80 分) 的学生获一等奖, 现获悉乙, 丙的总分分别是 70 分, 80 分. 甲的七巧板拼图、魔方复原两项得分折算后的分数和是 20 分, 问甲能否获得这次比赛的一等奖?

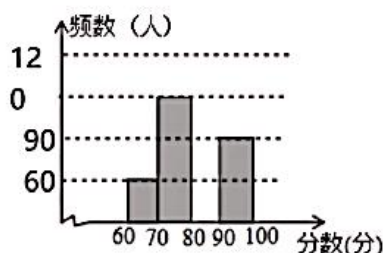
四、(本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

18. 为了解今年某县 2000 名九年级学生“创新能力大赛”的笔试情况 (满分为 100 分). 随机抽取了部分参赛同学的成绩, 整理并制作如图所示的图表 (部分未完成). 请你根据表中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 此次调查的样本容量为 _____; (2) 在表中: $m =$ _____; $n =$ _____;

(3) 补全频数分布直方图;

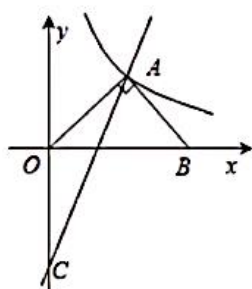
(4) 如果比赛成绩 80 分以上 (含 80 分) 为优秀, 那么你估计该县九年级学生笔试成绩的优秀人数大约是多少名?



分数段	频数	频率
$60 \leq x < 70$	30	0.1
$70 \leq x < 80$	90	n
$80 \leq x < 90$	m	0.4
$90 \leq x \leq 100$	60	0.2

19. 如图, 在平面直角坐标系中, 等腰 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的斜边 OB 在 x 轴正半轴上, 直线 $y=3x-4$ 经过等腰 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的直角顶点 A , 交 y 轴于 C 点, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 也经过 A 点.

- (1) 求点 A 的坐标和 k 的值;
- (2) 过点 B 作 $BQ \perp x$ 轴交双曲线于点 Q , 连结 AQ , 过点 A 作 $AP \perp AQ$ 交 x 轴于点 P , 连接 PQ . 求证: $\triangle APQ$ 是等腰直角三角形, 并求出此时点 Q 的坐标. (请根据题意自行画图)



(第 19 题)

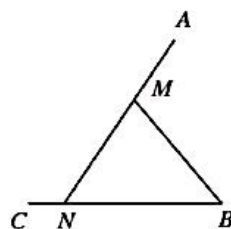
20. 图①为一种平板电脑保护套的支架效果图, AM 固定于平板电脑背面, 与可活动的 MB 、 CB 部分组成支架. 平板电脑的下端 N 保持在保护套 CB 上. 不考虑拐角处的弧度及平板电脑和保护套的厚度, 绘制成图②. 其中 AN 表示平板电脑, M 为 AN 上的定点, $AN=CB=20\text{ cm}$, $AM=8\text{ cm}$, $MB=MN$. 我们把 $\angle ANB$ 叫做倾斜角.

- (1) 当倾斜角为 50° 时, 求 CN 的长; (结果精确到 0.01 cm)
- (2) 按设计要求, 倾斜角能小于 30° 吗? 请说明理由.

(参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.766$, $\cos 50^\circ \approx 0.643$, $\tan 50^\circ \approx 1.192$)



图①



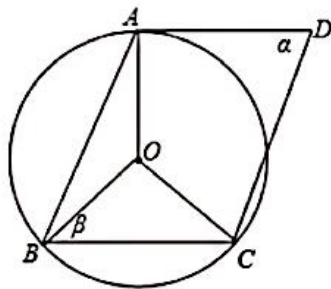
图②

(第 20 题)

五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 如图, $\square ABCD$ 的顶点 A, B, C 都在 $\odot O$ 上, AD 与 $\odot O$ 相切于点 A , $\odot O$ 的半径为 4, 设 $\angle D = \alpha$, $\angle OBC = \beta$.

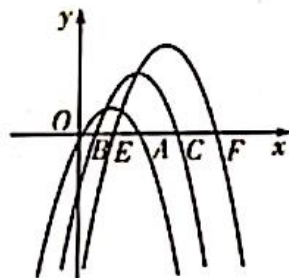
- (1) 若 $\beta = 50^\circ$, 求 α 的度数;
- (2) 请探究 α 与 β 之间的关系, 并说明理由;
- (3) 若 $\alpha = 60^\circ$, 请求出 $\square ABCD$ 的面积.



(第 21 题)

22. 已知, 如图, 将抛物线 $y_1 = -(x-1)^2 + 1$, $y_2 = -(x-2)^2 + 2$, $y_3 = -(x-3)^2 + 3$, ..., $y_n = -(x-n)^2 + n$ (n 为正整数) 称为“系列抛物线”, 其分别与 x 轴交于点 O, A, B, C, E, F, \dots .

- (1) ① 抛物线 y_1 的顶点坐标为 _____;
- ② 该“系列抛物线”的顶点在 _____ 上;
- ③ 抛物线 $y_n = -(x-n)^2 + n$ 与 x 轴的两个交点之间的距离是 _____.
- (2) 是否存在正整数 n , 使以抛物线 $y_n = -(x-n)^2 + n$ 的顶点及该抛物线与 x 轴的两个交点为顶点的三角形是等边三角形?
- (3) 以抛物线 $y_n = -(x-n)^2 + n$ 的顶点 P 为一个顶点作该抛物线的内接等边 $\triangle PMN$ (M, N 两点在该抛物线上), 请问: $\triangle PMN$ 的面积是否会随着 n 的变化而变化? 若不会, 请求出这个等边三角形的面积; 若会, 请说明理由.

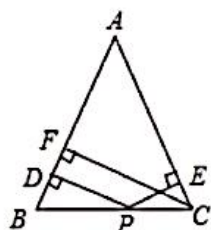


(第 22 题)

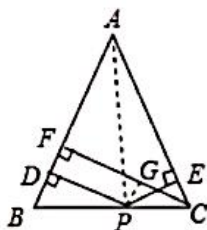
六、(本大题共 12 分)

23. 【问题情境】

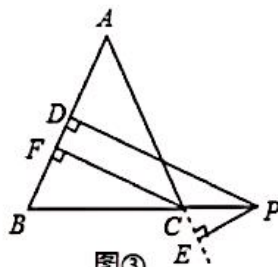
(1) 王老师给爱好学习的小明和小颖提出这样一个问题: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 P 为边 BC 上的任一点, 过点 P 作 $PD \perp AB$, $PE \perp AC$, 垂足分别为 D 、 E , 过点 C 作 $CF \perp AB$, 垂足为 F . 求证: $PD+PE=CF$.



图①



图②



图③

小明的证明思路是:

如图②, 连接 AP , 由 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ACP$ 面积之和等于 $\triangle ABC$ 的面积可以证得: $PD+PE=CF$.

小颖的证明思路是:

如图②, 过点 P 作 $PG \perp CF$, 垂足为 G , 可以证得: $PD=GF$, $PE=CG$, 则 $PD+PE=CF$.

请你选择小明、小颖两种证明思路中任一种, 写出详细的证明过程;

【变式探究】

(2) 如图③, 当点 P 在 BC 延长线上时, 问题情境中, 其余条件不变, 求证: $PD - PE=CF$;

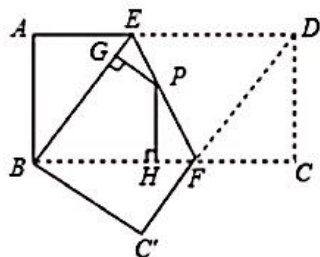
请运用上述解答中所积累的经验和方法完成下列两个数学问题:

【结论运用】

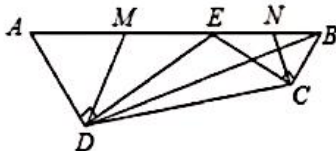
(3) 如图④, 将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 使点 D 落在点 B 上, 点 C 落在点 C' 处, 点 P 为折痕 EF 上的任一点, 过点 P 作 $PG \perp BE$, $PH \perp BC$, 垂足分别为 G 、 H , 若 $AD=8$, $CF=3$, 求 $PG+PH$ 的值;

【迁移拓展】

(4) 图⑤是一个机器模型的截面示意图. 在四边形 $ABCD$ 中, E 为 AB 边上的一点, $ED \perp AD$, $EC \perp CB$, 垂足分别为 D 、 C , 且 $AD \cdot CE=DE \cdot BC$, $AB=2\sqrt{13}$ cm, $AD=3$ cm, $BD=\sqrt{37}$ cm. M 、 N 分别为 AE 、 BE 的中点, 连接 DM 、 CN , 求 $\triangle DEM$ 与 $\triangle CEN$ 的周长之和.



图④



图⑤