

2021年辽宁省鞍山市中考数学模拟预测试卷

(试卷满分 150 分, 答题时间 120 分钟)

温馨提示: 请每一位考生把所有的答案都答在答题卡上, 答题要求见答题卡, 否则不给分.

一、选择题 (每题 3 分, 共 24 分)

1. 2021 的绝对值是 ()

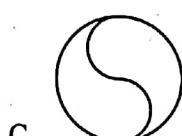
A. 2021

B. -2021

C. $\frac{1}{2021}$

D. $-\frac{1}{2021}$

2. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. 下列各式中计算正确的是 ()

A. $x^2 \cdot x^3 = x^5$

B. $x^8 \div x^4 = x^2$

C. $x^3 + x^3 = x^6$

D. $(-x^2)^3 = -x^5$

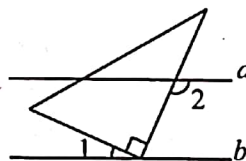
4. 如图, 直线 $a \parallel b$, 将一直角三角形的直角顶点放置于直线 b 上, 若 $\angle 1 = 24^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()

A. 66°

B. 96°

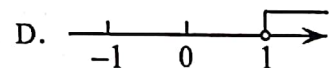
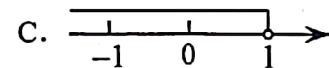
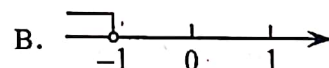
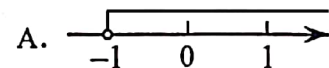
C. 114°

D. 156°



第 4 题图

5. 不等式 $4x < 3x + 1$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



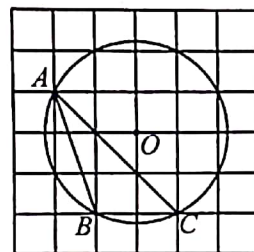
6. 如图, 在 6×6 正方形网格中, 每个小正方形的边长都是 1, 点 A , B , C 均在网格交点上, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 则 $\cos \angle BAC$ 的值为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$



第 6 题图

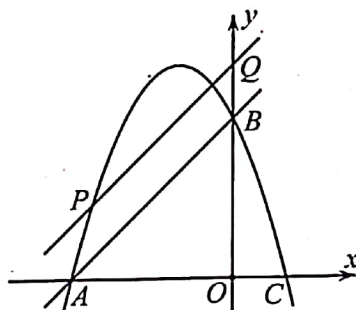


7. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC$ 的角平分线与 BC 边所在直线交于点 E , 若 $AB=5$, $BE=1$, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长为 ()

- A. 22 B. 16 C. 22 或 18 D. 24 或 16

8. 如图, 抛物线 $y=-x^2-2x+3$ 与 x 轴交于 A , C 两点, 与 y 轴交于点 B , 点 P 为抛物线上一动点, 过点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交 y 轴于 Q , 若点 P 从点 A 出发, 沿着直线 AB 上方抛物线运动到点 B , 则点 Q 经过的路径长为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{4}$
C. 3 D. $\frac{9}{2}$



第 8 题图

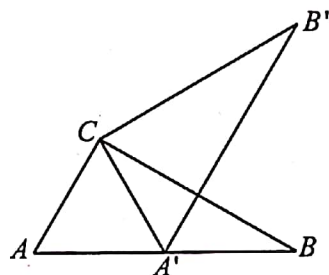
二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

9. 2020 年我国经济运行逐步恢复常态, 全年国内生产总值约为 1010000 亿元, 把 1010000 这个数用科学记数法表示为_____.

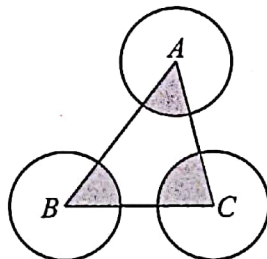
10. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=60^\circ$, $AC=2$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按逆时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C$, 此时点 A' 恰好落在 AB 边上, 则 $\triangle CAA'$ 周长为_____.

11. 疫情当前, 根据上级要求学生在校期间每天都要检测体温, 小红连续 5 天的体温数据如下 (单位: $^\circ\text{C}$): 36.7, 36.3, 36.5, 36.2, 36.3, 那么这组数据的平均数是_____.

12. 如图, 以 $\triangle ABC$ 各个顶点为圆心, 6cm 为半径画圆, 则图中阴影部分的面积为_____. (结果保留 π)



第 10 题图



第 12 题图

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+4x-2=0$ 有实数根, 则 a 的最小值是_____.

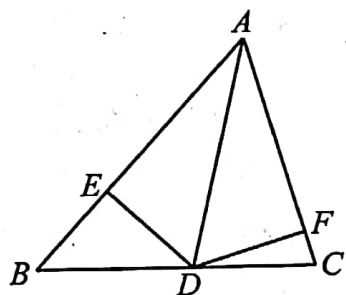


14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp AB$, 垂足为 E , $DF \perp AC$, 垂足为 F , 若 $AB=5$, $AC=3$, $DF=2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

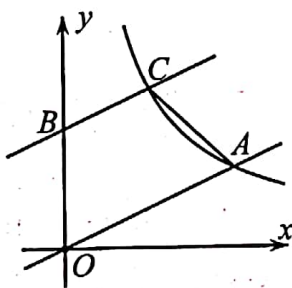
15. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 OA 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象交于点 A , 将直线 OA 向上平移若干个单位长度得到直线 BC , 直线 BC 分别与 y 轴、反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象交于 B 、 C 两点, 若 $AO = 2BC$, 四边形 $OACB$ 的面积为 9, 则 k 的值为_____.

16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边上一点, 四边形 $AEFD$ 是菱形, 菱形的对角线 AF 分别交 DE 、 DC 于 P 、 Q 两点, 则下列结论中正确的有_____. (填序号即可)

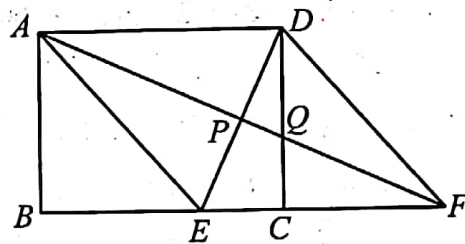
① $\angle PAE = \angle PDQ$; ② $PE^2 = CE \cdot AE$; ③ $2PF^2 = BC \cdot CF$; ④ $\frac{AB}{CQ} - \frac{AE}{BE} = 1$.



第 14 题图



第 15 题图

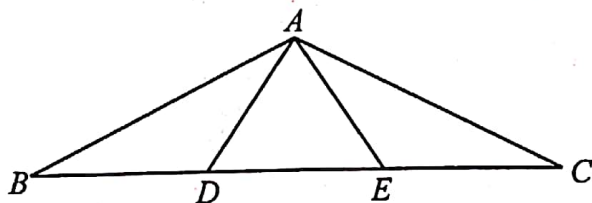


第 16 题图

三、解答题 (每题 8 分, 共 16 分)

17. 化简求值: $\frac{2x-4}{x-3} \div (\frac{5}{x-3} + x+3)$, 其中 $x = \sqrt{3} - 2$.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 是边 BC 上两点, 且 $\angle ADC = \angle AEB$, $\angle B = \angle C$, 求证: $\triangle BAD \cong \triangle CAE$.



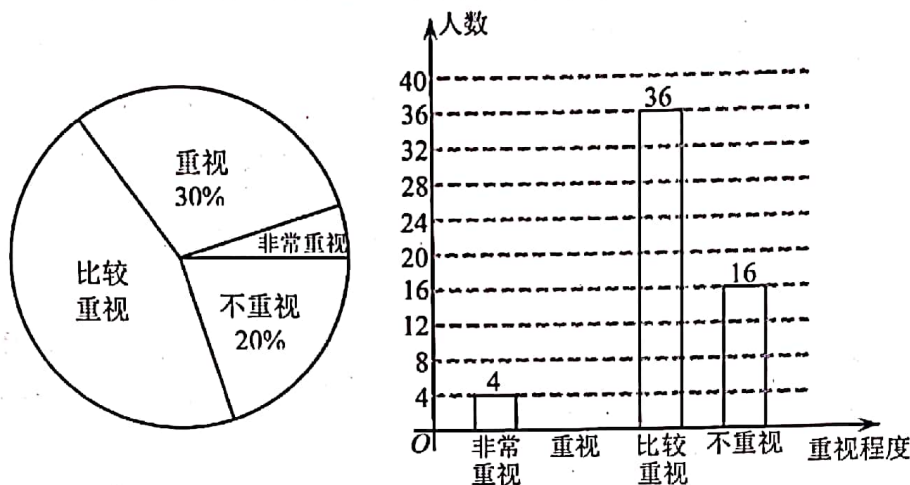
第 18 题图



四、解答题（每题 10 分，共 20 分）

19. 某校为了了解本校学生对自己视力保护的重视程度，随机在校内调查了部分学生，调查结果分为“非常重视”“重视”“比较重视”“不重视”四类，并将结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图：根据图中信息，解答下列问题：

- (1) 此次调查的学生的人数为_____人。
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 该校有学生 2500 人，请估计该校学生对视力保护重视程度为“非常重视”的人数。



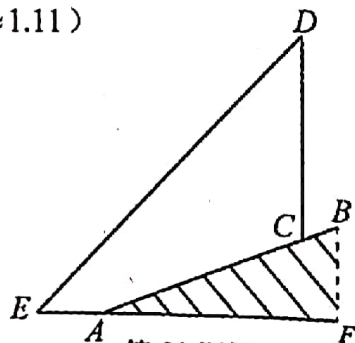
第 19 题图

20. A 、 B 两个不透明的盒子里分别装有三张卡片，其中 A 盒子里三张卡片上分别标有数字 1、2、3； B 盒子里三张卡片上分别标有数字 5、6、7；这些卡片除数字外其余都相同，将两个盒子里的卡片充分摇匀；

- (1) 从 A 盒子里随机抽取一张卡片，抽到卡片上的数字是奇数的概率为_____；
- (2) 从 A 、 B 两个盒子里各随机抽取一张卡片，请利用画树状图法或列表法，求两张卡片上的数字乘积为奇数的概率。

五、解答题（每题 10 分，共 20 分）

21. 如图，山坡 AB 的坡度 $i=1:2.4$ （指铅直高度 BF 与水平宽度 AF 的比），在山坡 AB 上发现有一棵古树 CD 。测得古树底端 C 到山脚点 A 的距离 $AC=13$ 米，在距山脚点 A 水平距离 4 米的点 E 处，测得古树顶端 D 的仰角 $\angle AED=48^\circ$ （古树 CD 与山坡 AB 的剖面、点 E 在同一平面上，古树 CD 与直线 AE 垂直），求古树 CD 的高度。（结果精确到 0.1 米；参考数据： $\sin 48^\circ \approx 0.73$ ， $\cos 48^\circ \approx 0.67$ ， $\tan 48^\circ \approx 1.11$ ）



第 21 题图



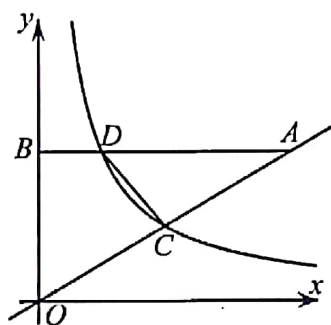
22. 如图, 正比例函数 $y=k_1x$ 图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 图象交于点 C , 点 $A(4, 2)$

在正比例函数 $y=k_1x$ 图象上, 过 A 作 $AB \perp y$ 轴, 垂足为 B , 线段 AB 与反比例函数

$y=\frac{k_2}{x}$ 图象交于点 D , 且 $BD:DA=1:3$, 连接 CD ;

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 求 $\tan \angle ADC$ 的值.



第 22 题图

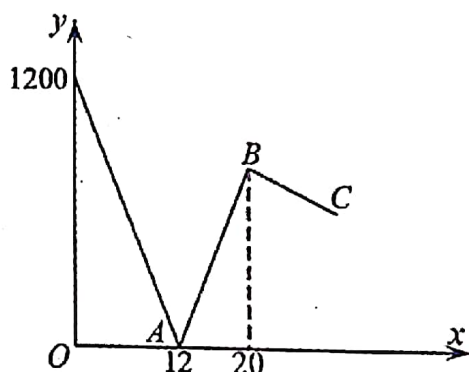
六、解答题 (每题 10 分, 共 20 分)

23. 小华与小明分别从甲, 乙两地同时出发, 沿一条笔直的人行步道相向而行, 两人分别到达乙, 甲两地后立即原路返回, 当两人第二次相遇时停止运动. 两人步行过程中速度保持不变, 且小华的速度大于小明的速度; 两人之间的距离 y (单位: 米) 与所用时间 x (单位: 分钟) 之间函数关系的部分图象如图所示, 请结合图象完成下列问题;

(1) 求两名同学的速度分别是多少?

(2) 请直接写出线段 AB 所在直线的函数关系式;

(3) 请在图中补全图象, 并在图上标出补充图象的端点坐标. (不必写计算过程)

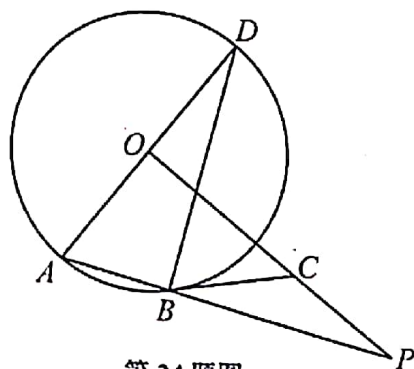


第 23 题图

24. 如图, AD 是 $\odot O$ 的直径, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OP \perp AD$, OP 与 AB 的延长线交于点 P , 线段 BP 的垂直平分线交 OP 于点 C , 连接 BC .

(1) 求证: BC 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB=2$, $BP=4$, 求 OC 的长.



第 24 题图

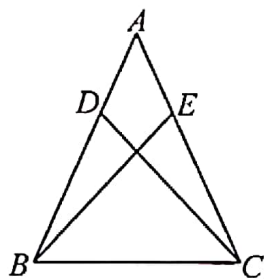


七、解答题（本题 12 分）

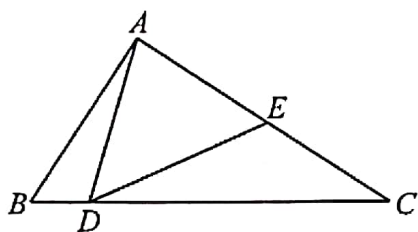
25. 基本模型：（1）如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 、 E 两点分别在 AB 、 AC 边上，且 $BD = CE$ ，求证： $\triangle BDC \cong \triangle CEB$ ；

模型初探：（2）如图 2，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 两点分别为 BC 、 AC 边上，且 $AC = DC$ ， $\angle AED = \angle B$ ，求证： $AB = DE$ ；

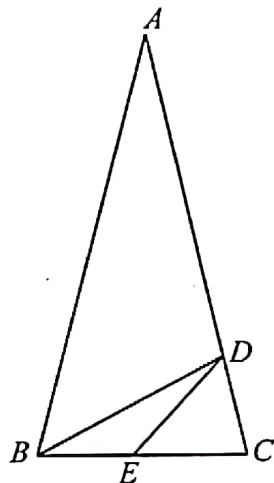
深入探究：（3）如图 3，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 为 AC 边上一点，且 $BD = BC$ ，点 E 为 BC 边上一点，连接 ED ；若 $\angle ABD = \angle DEC$ ， $DE = 4$ ， $AB = 13$ ，求 BC 的长。



第 25 题图 1



第 25 题图 2



第 25 题图 3

八、解答题（本题 14 分）

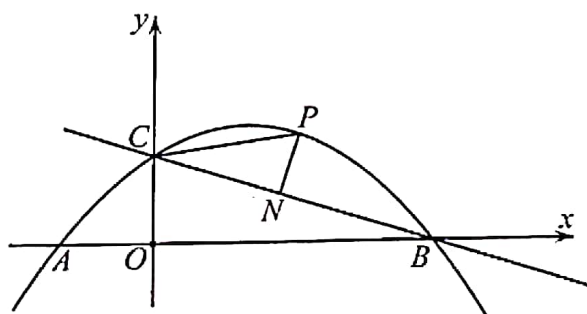
26. 已知，抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 与 y 轴交于点 C ，

（1）如图 1，抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 与 x 轴交于点 A 和点 $B(3, 0)$ ，对称轴为直线 $x = 1$ ；

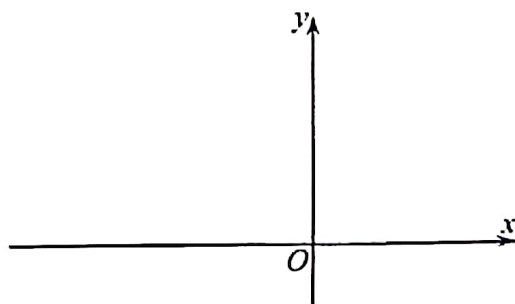
①求抛物线的解析式

②点 P 为抛物线上一动点， $PN \perp BC$ ，垂点为 N ，当 $\triangle PCN$ 与 $\triangle BOC$ 相似时，直接写出 P 点坐标；

（2）点 D 为抛物线顶点，若抛物线上有且只有一个点 Q 的横坐标是纵坐标的 2 倍，且 $\angle DCO = 45^\circ$ ，求 a 的值。



第 26 题图 1



第 26 题备用图



参考答案

一、选择题: ABACDCD

二、填空题: 9、 1.01×10^6 10、6 11、36.4 12、 18π 13、-2 14、8 15、8
16、①④

三、解答题:

17、解: $= \frac{2(x-2)}{x-3} \div \left(\frac{5}{x-3} + \frac{x^2-9}{x-3} \right) \dots\dots\dots 2$

$= \frac{2(x-2)}{x-3} \times \frac{x-3}{(x+2)(x-2)} \dots\dots\dots 4$

$= \frac{2}{x+2} \dots\dots\dots 5$

当 $x = \sqrt{3} - 2$ 时 $\dots\dots\dots 6$

原式 $= \frac{2\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 8$

18、证明: 证出 $\angle ADB = \angle AEC \dots\dots\dots 3$

证出 $AD = AE$ 或 $AB = AC \dots\dots\dots 6$

证出 $\triangle BAD \cong \triangle CAE \dots\dots\dots 8$

19、(1) 80 $\dots\dots\dots 3$

(2) $80 - 4 - 36 - 16 = 24$ 人 $\dots\dots\dots 5$

补图正确 $\dots\dots\dots 7$

(3) $3500 \times \frac{4}{80} = 125$ 人 $\dots\dots\dots 9$

答: 约为 125 人。 $\dots\dots\dots 10$

20、(1) $\frac{2}{3} \dots\dots\dots 2$

(2) 树状图或列表正确 $\dots\dots\dots 5$

此事件共有 9 种可能结果, 且可能性相等, 其中数字乘积为奇数有 4 种可能结果

(1, 5) (1, 7) (3, 5) (3, 7) $\dots\dots\dots 9$

$\therefore P_{(\text{两个数字乘积为奇数})} = \frac{4}{9} \dots\dots\dots 10$

21、解: 延长 DC 交 AE 于点 $H \dots\dots\dots 1$

由题意得: $CH \perp AE \quad \frac{CH}{AH} = \frac{1}{2.4}$

设 $CH = x$ 米 $AH = 2.4x$ 米 $\dots\dots\dots 2$

在 $Rt\triangle ACH$ 中

$CH^2 + AH^2 = AC^2$

$x^2 + (2.4x)^2 = 13^2$

$x = 5 \dots\dots\dots 4$

$CH = 5$ 米 $AH = 12$ 米

$EH = AE + AH = 4 + 12 = 16$ 米 $\dots\dots\dots 5$



在 $Rt\triangle EDH$ 中

$$\tan E = \frac{DH}{EH}$$

$$DH = \tan E \cdot EH \approx 1.11 \times 16 = 12.76 \text{ 米} \dots\dots\dots 8$$

$$CD = DH - CH \approx 12.8 \text{ 米} \dots\dots\dots 9$$

$$\text{答: 约为 } 12.8 \text{ 米。} \dots\dots\dots 10$$

22、解: (1) $\because A(4, 2) \therefore AB = 4$

$$\because BD:DA = 1:3$$

$$\therefore BD = 1 \therefore D \text{ 点横坐标为 } 1 \dots\dots\dots 2$$

$$\because AB \perp y \text{ 轴} \quad A(4, 2)$$

$$\therefore D \text{ 点纵坐标为 } 2$$

$$\therefore D(1, 2)$$

$$\because D \text{ 在 } y = \frac{k_2}{x} \text{ 图象上}$$

$$\therefore k_2 = 2 \therefore y = \frac{2}{x} \dots\dots\dots 4$$

(2) 过 C 作 $CE \perp AB$ 交于 $E \dots\dots\dots 5$

$y = k_1x$ 图象过点 A

$$\therefore k_1 = \frac{1}{2} \therefore y = \frac{1}{2}x \dots\dots\dots 6$$

$$\therefore \frac{1}{2}x = \frac{2}{x}$$

$$x = 2$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x = 1 \therefore C(2, 1) \dots\dots\dots 8$$

$$\because D(1, 2)$$

$$\therefore CH = DH = 1$$

在 $Rt\triangle DEC$ 中

$$\therefore \tan \angle ADC = \frac{CH}{DH} = 1 \dots\dots\dots 10$$

23、(1) 小华: $1200 \div 20 = 60$ 米/分;

$$\text{小明: } 1200 \div 12 - 60 = 40 \text{ 米/分} \dots\dots\dots 3$$

$$(2) y = 100x - 1200 \dots\dots\dots 6$$

$$(3) \text{ 作图正确: } \dots\dots\dots 8$$

$$(30, 600)(36, 0) \dots\dots\dots 10$$

24、证明: (1) 连接 $OB \dots\dots\dots 1$

$$\text{证出: } \angle OAB = \angle OBA \quad \angle CBP = \angle CPB \dots\dots\dots 2$$

$$\text{证出: } \angle P + \angle OAB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBP + \angle OBA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OBC = 180^\circ - \angle CBP - \angle OBA = 90^\circ$$

$$\because OB \text{ 为 } \odot O \text{ 半径}$$

$$\therefore BC \text{ 为 } \odot O \text{ 的切线} \dots\dots\dots 4$$

$$(2) \text{ 证出: } \triangle DBA \sim \triangle POA \dots\dots\dots 6$$



求出: $OA = OB = \sqrt{6}$ $DB = 2\sqrt{5}$	7
证出: $\triangle DOB \sim \triangle PCB$	8
求出: $BC = \frac{2}{5}\sqrt{30}$	9
求出: $OC = \frac{3}{5}\sqrt{30}$	10

25、证明: (1) $\because AB = AC$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB \dots\dots\dots 1$$

$$\because BD = CE \quad BC = BC$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle CEB \dots\dots\dots 3$$

(2) 在线段 CD 上截取 $DF = AE$, 连接 AF

$$\because AC = DC$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CDA$$

$$\because DF = AE \quad DA = DA$$

$$\therefore \triangle EAD \cong \triangle FDA$$

$$\therefore \angle AED = \angle AFD \quad DE = AF \dots\dots\dots 6$$

$$\because \angle AED = \angle B$$

$$\therefore \angle AFD = \angle B$$

$$\therefore AB = AF$$

$$\therefore AB = DE \dots\dots\dots 7$$

(3) 在线段 BD 上截取 $DF = CE$, 连接 CF

过 C 作 $CG \parallel AB$ 交 BD 延长线于 G

$$\because BC = DB$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BDC$$

$$\because DE = CF \quad DC = DC$$

$$\therefore \triangle ECD \cong \triangle FDC$$

$$\therefore \angle DEC = \angle CFD \quad DE = CF \dots\dots\dots 9$$

$$\because CG \parallel AB$$

$$\therefore \angle CGB = \angle ABD$$

$$\because \angle ABD = \angle DEC \quad \angle DEC = \angle CFD$$

$$\therefore \angle CGB = \angle CFD$$

$$\therefore CG = CF$$

$$\therefore CG = DE = 4 \dots\dots\dots 10$$

$$\because \angle CGB = \angle ABD \quad \angle CDG = \angle ADB$$

$$\therefore \triangle CGD \sim \triangle ABD$$

$$\therefore \frac{CG}{AB} = \frac{CD}{AD}$$

$$\because AB = AC = 13 \quad \text{设 } CD = x \quad AD = 13 - x$$

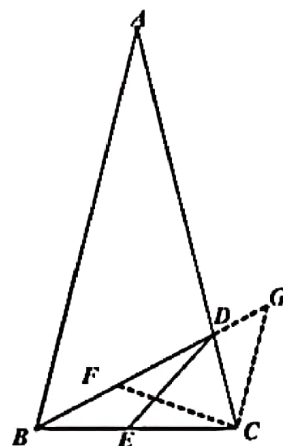
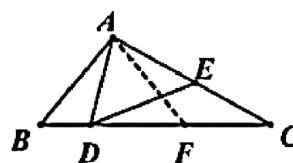
$$\therefore \frac{4}{13} = \frac{x}{13 - x}$$

$$52 - 4x = 13x$$

$$x = \frac{52}{17}$$

$$\therefore CD = \frac{52}{17} \dots\dots\dots 11$$

$$\because AB = AC$$



$$\begin{aligned}
&\therefore \angle ABC = \angle ACB \quad \text{又} \because \angle BCD = \angle BDC \\
&\therefore \angle BDC = \angle ABC \quad \angle ACB = \angle ACB \\
&\therefore \triangle ABC \sim \triangle BDC \\
&\therefore \frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC} \\
&\frac{52}{\frac{17}{BC}} = \frac{BC}{13} \\
&BC^2 = \frac{4 \times 13^2}{17} \\
&BC = \frac{26}{17} \sqrt{17} \dots\dots\dots 12
\end{aligned}$$

26、解：(1) 由题意，得：

$$\begin{cases} 9a + 3b + 1 = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \end{cases} \dots\dots\dots 2$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases} \dots\dots\dots 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 \dots\dots\dots 4$$

$$(2) (2, 1) \left(\frac{17}{4}, -\frac{35}{16} \right) \dots\dots\dots 6$$

$$(-2, -\frac{5}{3}) \dots\dots\dots 8$$

(3) \because 抛物线上有且只有一个点 Q 的横坐标是纵坐标的 2 倍

\therefore 抛物线与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 有且只有一个公共点

$$\therefore ax^2 + bx + 1 = \frac{1}{2}x \dots\dots\dots 9$$

$$ax^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)x + 1 = 0 \text{ 只有一个实数根}$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 - 4a = 0$$

$$\therefore \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = 4a \dots\dots\dots 10$$

$$\text{由题意，得：} D \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4a - b^2}{4a} \right)$$

过 D 作 $DE \perp y$ 轴交 y 轴于 E

$$\because \angle DCO = 45^\circ \quad \angle DEC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DCO = \angle CDE = 45^\circ$$

$$\therefore DE = CE \dots\dots\dots 11$$

$$\therefore DE = \left| -\frac{b}{2a} \right| \quad CE = 1 - \frac{4a - b^2}{4a} = \frac{b^2}{4a} \dots\dots\dots 12$$



①当 D 在 y 轴左侧时

$$DE = \frac{b}{2a}$$

$$\therefore \frac{b}{2a} = \frac{b^2}{4a} \quad \because a \neq 0$$

$$\therefore b^2 - 2b = 0$$

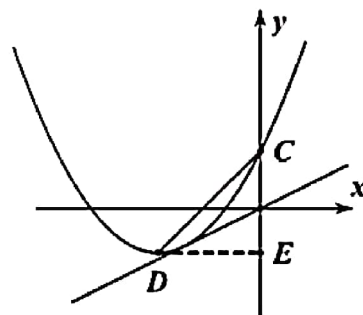
$$\text{解得: } b_1 = 0, b_2 = 2$$

$\because b = 0$ 时, 顶点 D 与点 C 重合, 不合题意, 舍去

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore 4a = \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\therefore a = \frac{9}{16} \dots\dots\dots 13$$



②当 D 在 y 轴右侧时

$$DE = -\frac{b}{2a}$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = \frac{b^2}{4a} \quad \because a \neq 0$$

$$b^2 + 2b = 0$$

$$\text{解得: } b_1 = 0, b_2 = -2$$

$\because b = 0$ 不合题意, 舍去

$$\therefore b = -2$$

$$\therefore 4a = \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a = \frac{25}{16}$$

$$\therefore a_1 = \frac{9}{16} \text{ 或 } a_2 = \frac{25}{16} \dots\dots\dots 14$$

